



UNIVERSITATEA TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA

CONSULTAȚII PENTRU ADMITERE 2025

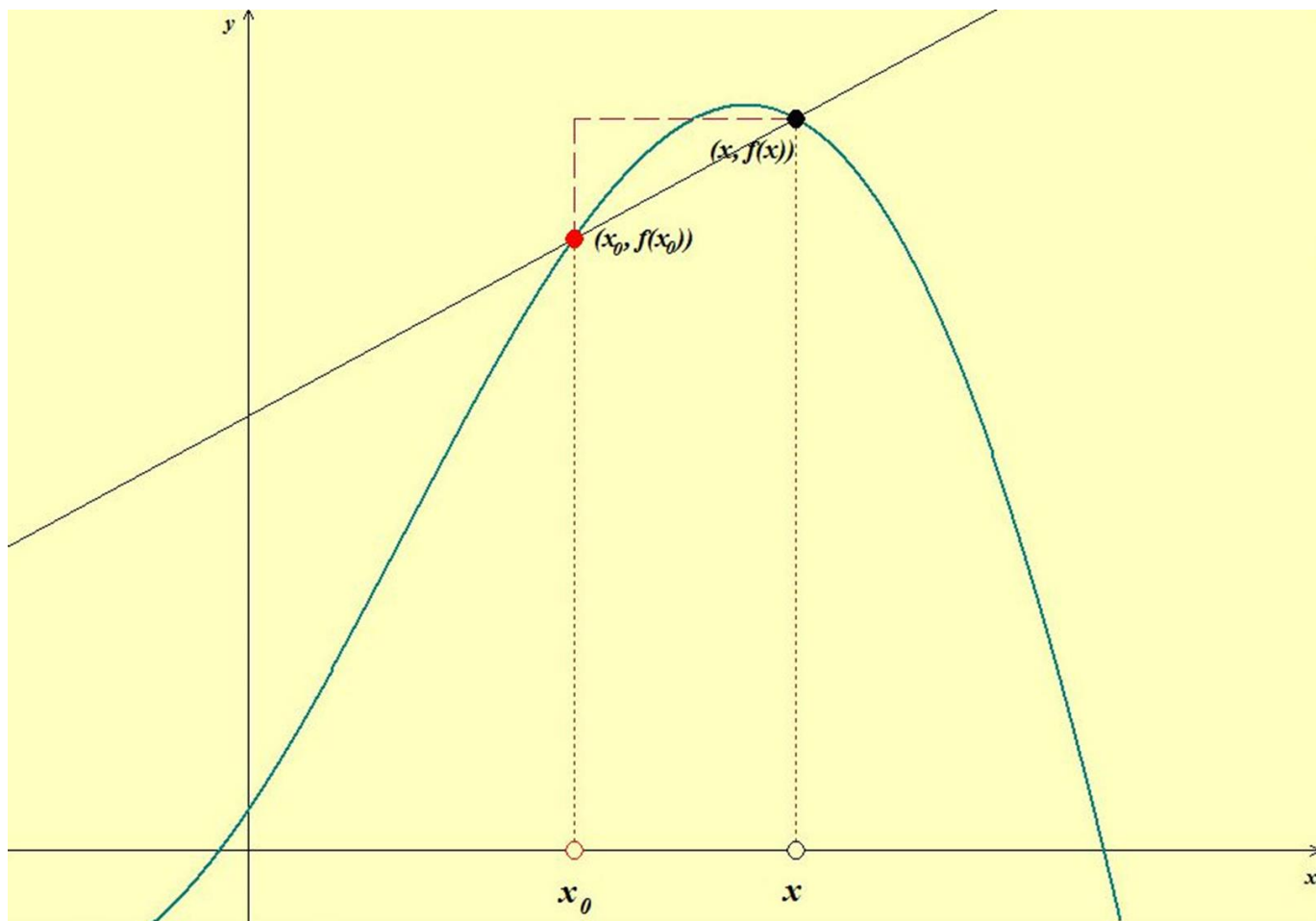
FUNCȚII DERIVABILE

partea a doua

Conf. univ. dr. HOLHOȘ ADRIAN

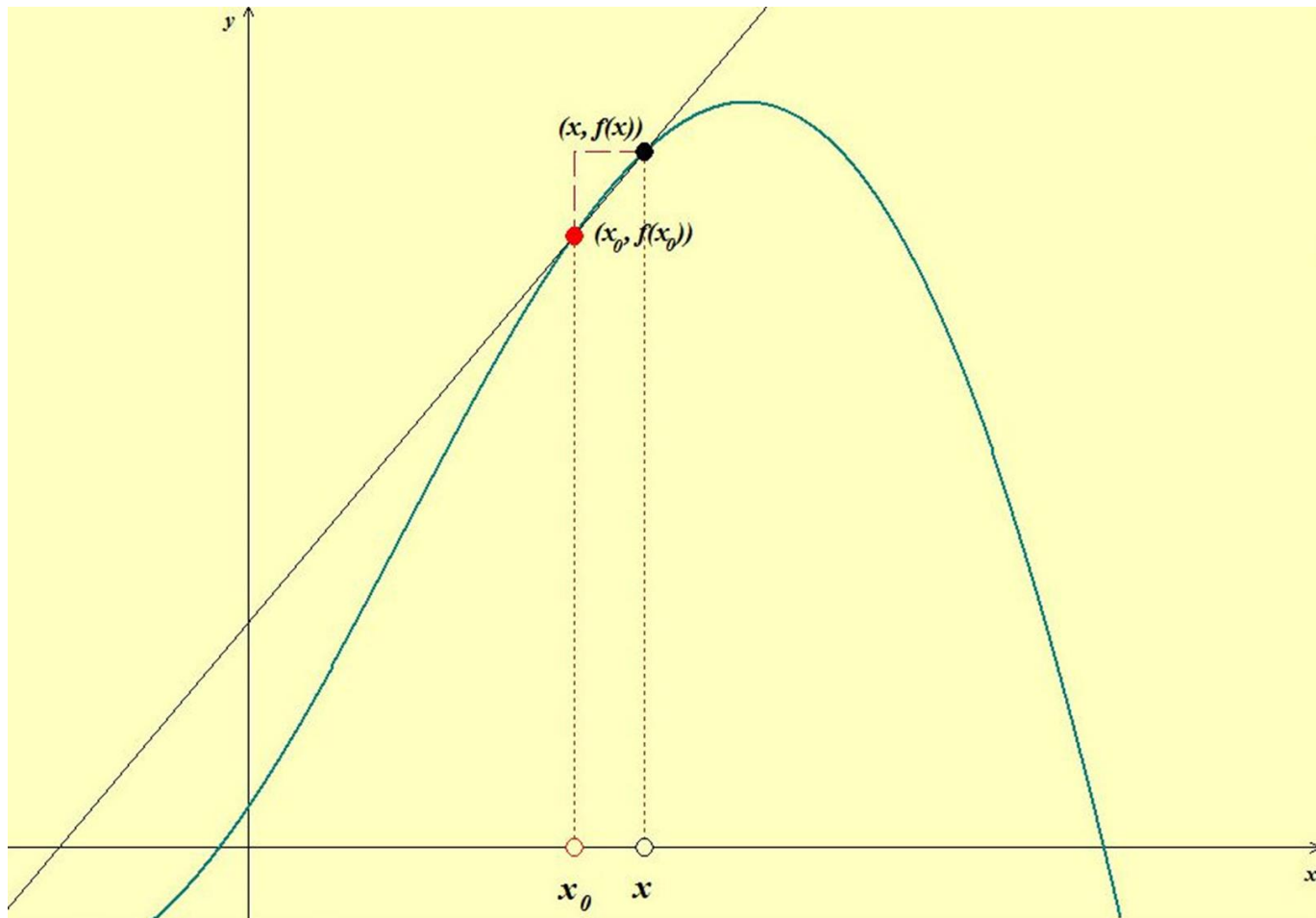
Dreapta prin
două puncte

$$\frac{X - x_0}{x - x_0} = \frac{Y - f(x_0)}{f(x) - f(x_0)}$$



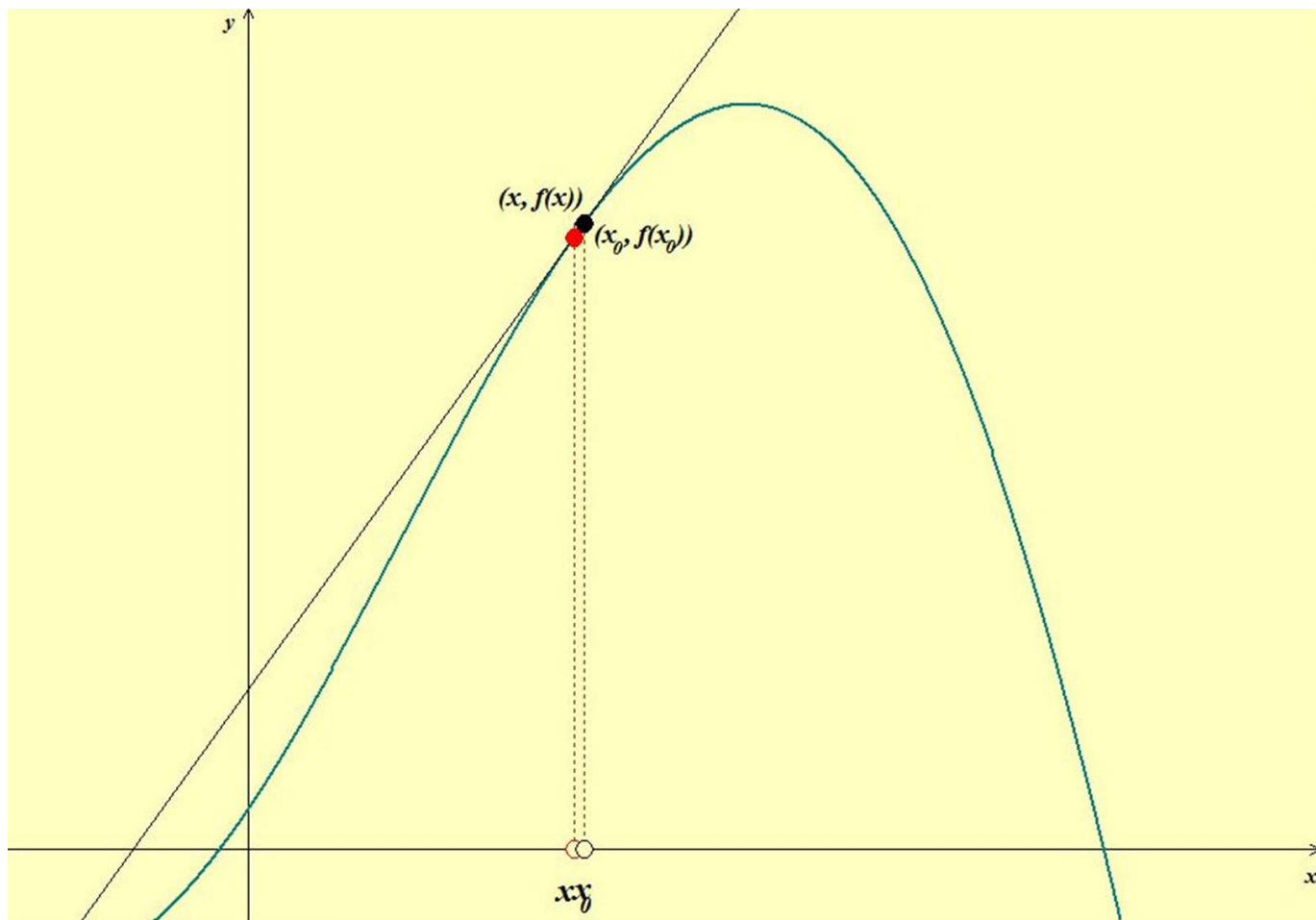
Dreapta prin
două puncte

$$Y - f(x_0) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot (X - x_0)$$



Dreapta tangentă

$$Y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (X - x_0)$$



Problemele sunt din culegerea de Teste grilă de matematică 2025
care se găsește pe site-ul <https://admitereonline.utcluj.ro/>

Admitere 2021

Fie funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \frac{1}{x}$ pentru orice $x > 0$.

825

Ecuția tangentei la graficul funcției f în punctul de intersecție a graficului cu axa Ox este:

A $x + 2y = 1$

B $x - y = 1$

C $2x - y = 2$

D $2x + y = 2$

E $y = 0$

Simulare 2023

Fie $a \in \mathbb{R}$ fixat și fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, cu $f(x) = ax + \sin x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

923

Numărul valorilor lui a pentru care dreapta de ecuație $y = x$ este tangentă la graficul funcției f este:

A 0

B 1

C 2

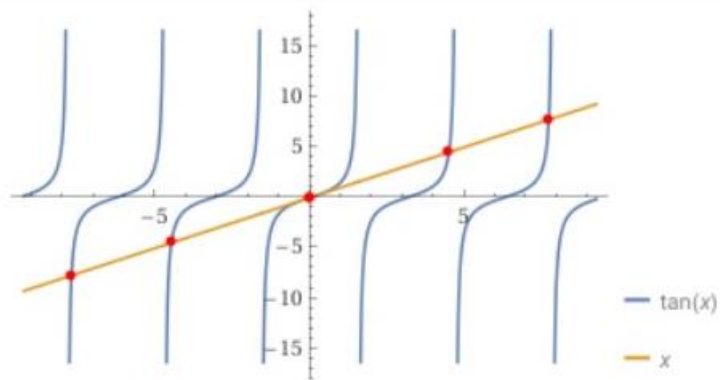
D 3

E infinit

Input

$\tan(x) = x$

Plot

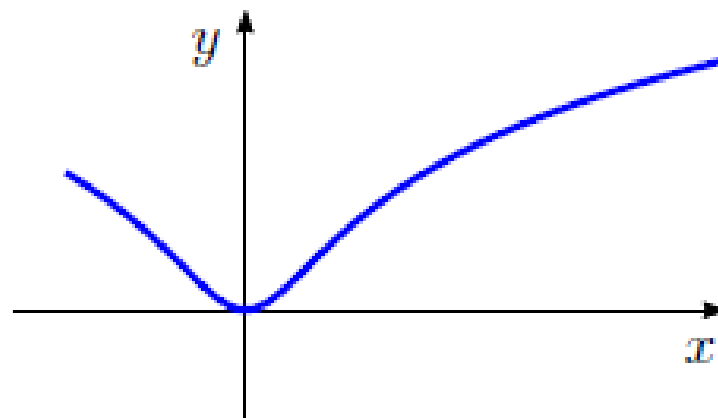


Vezi problema 308

Funcții derivabile

$$f'(a+) = \lim_{x \searrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$f'(a-) = \lim_{x \nearrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$



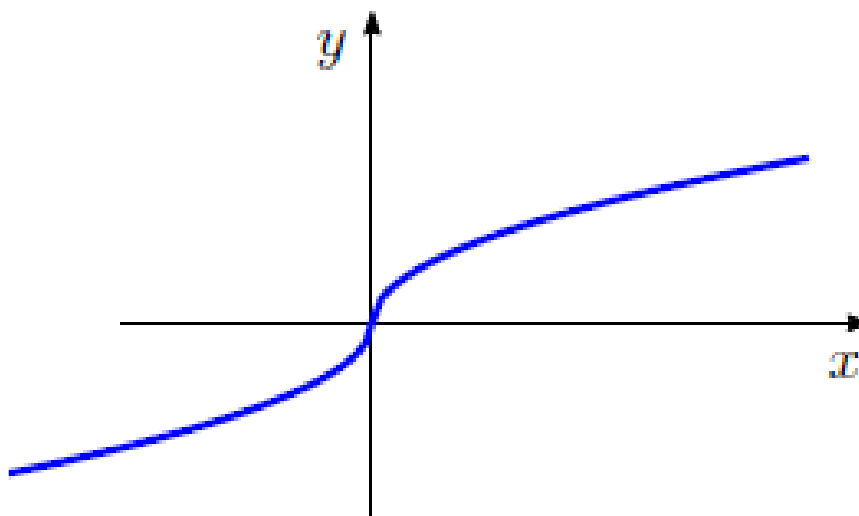
$$f'(a+) = f'(a-) \in \mathbb{R}$$

f derivabilă în $a \implies f$ este continuă în a

Funcții care au derivată infinită

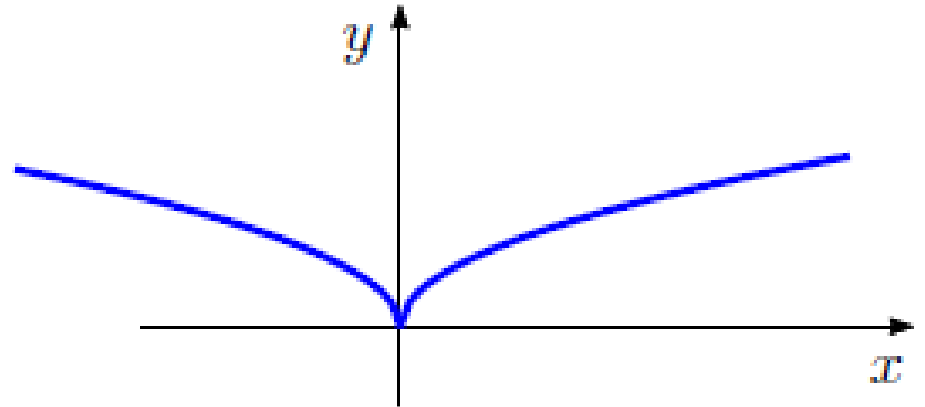
$$f'(a+) = f'(a-) = +\infty$$

$$f'(a+) = f'(a-) = -\infty$$

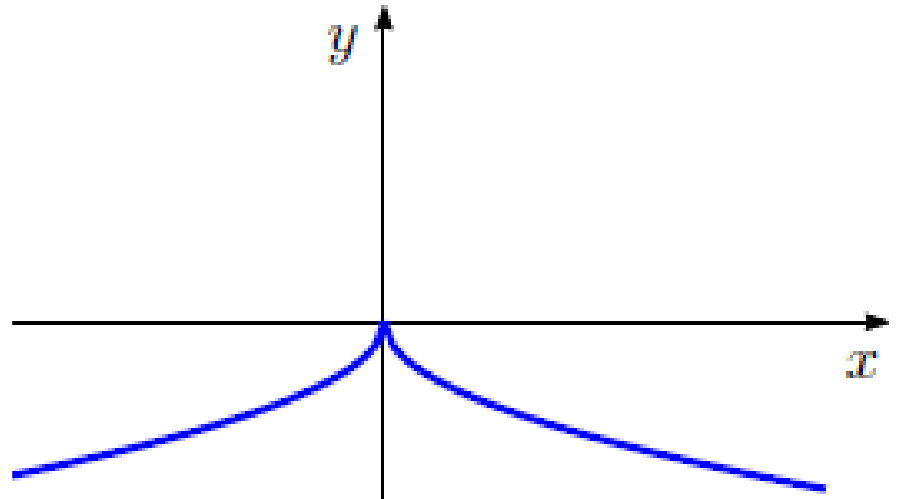


Punct de întoarcere

$$f'(a-) = -\infty, \quad f'(a+) = +\infty$$



$$f'(a-) = +\infty, \quad f'(a+) = -\infty$$



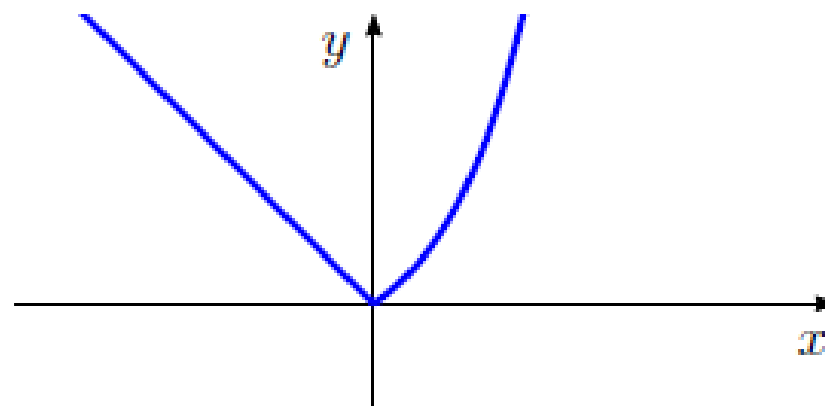
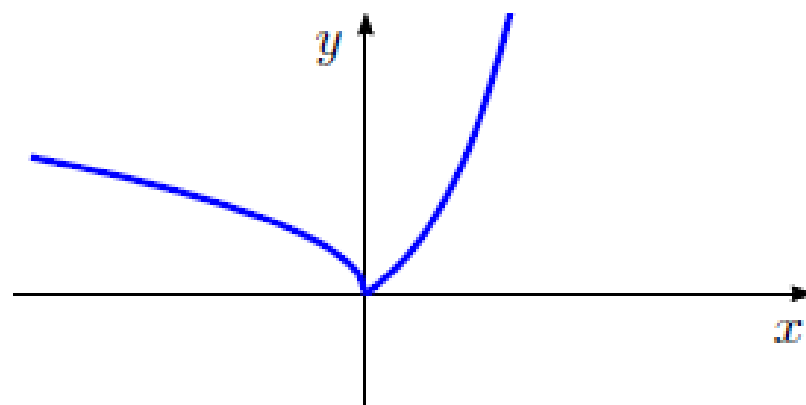
Punct unghiular

$$f'(a-) = -\infty, \quad f'(a+) \in \mathbb{R}$$

$$f'(a-) = +\infty, \quad f'(a+) \in \mathbb{R}$$

$$f'(a-) \in \mathbb{R}, \quad f'(a+) = -\infty$$

$$f'(a-) \in \mathbb{R}, \quad f'(a+) = +\infty$$



$$f'(a-) \in \mathbb{R}, \quad f'(a+) \in \mathbb{R}, \quad f'(a-) \neq f'(a+)$$

Funcția lui Weierstrass

(1872) Primul exemplu de funcție continuă care nu are derivată nici într-un punct



Karl Theodor Wilhelm Weierstrass

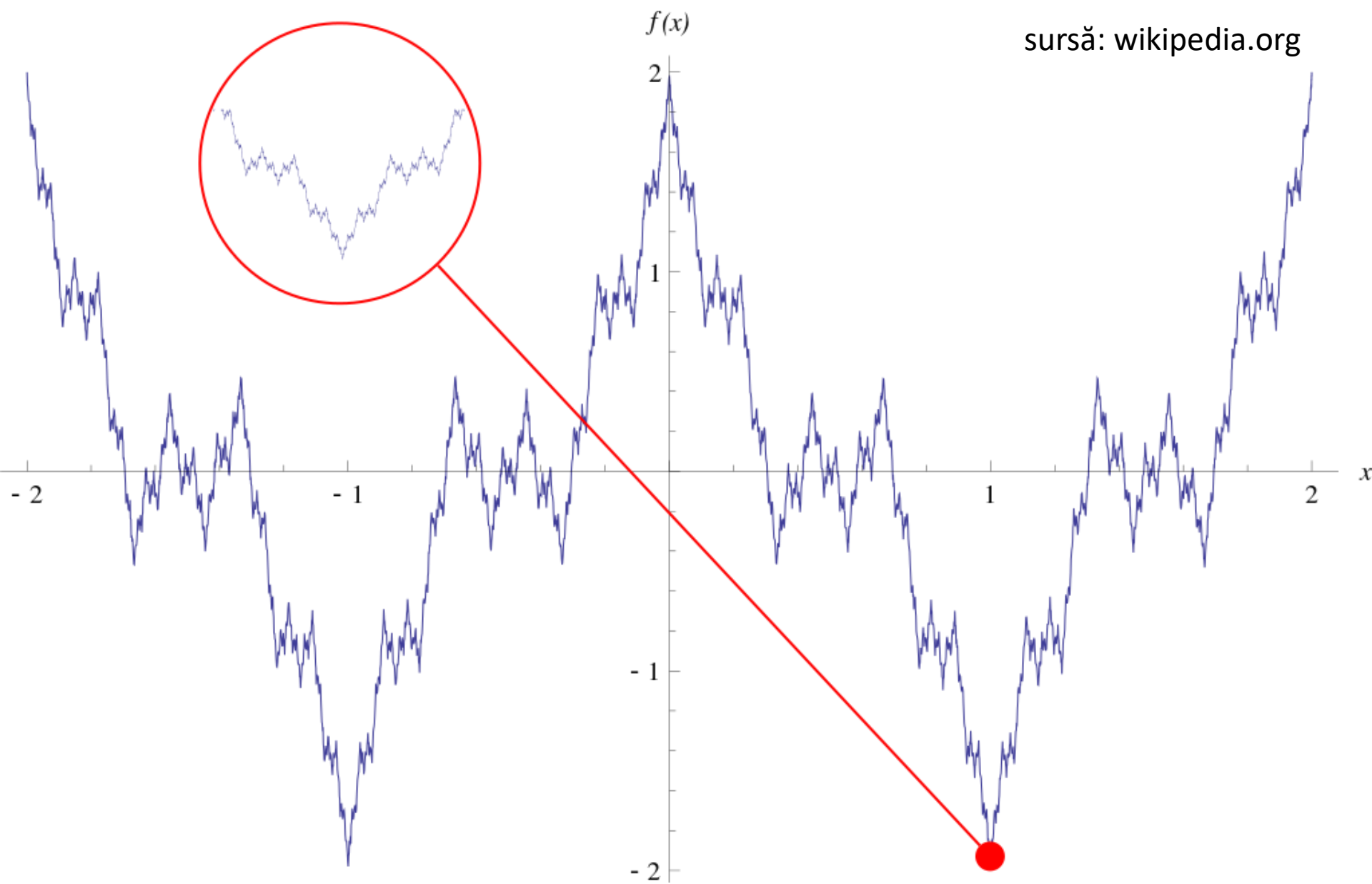
(1815 – 1897)

matematician german, deseori citat ca
„părintele analizei matematice moderne”.

Weierstrass

sursă: wikipedia.org

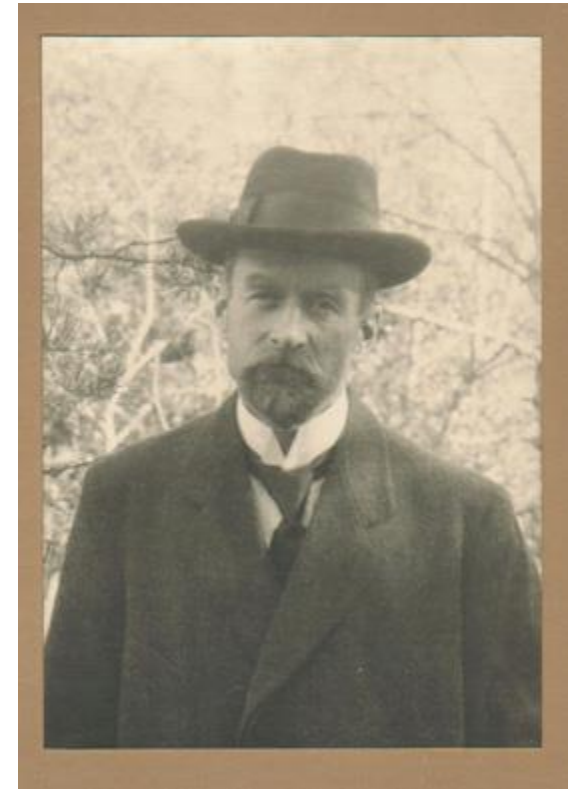
sursă: wikipedia.org

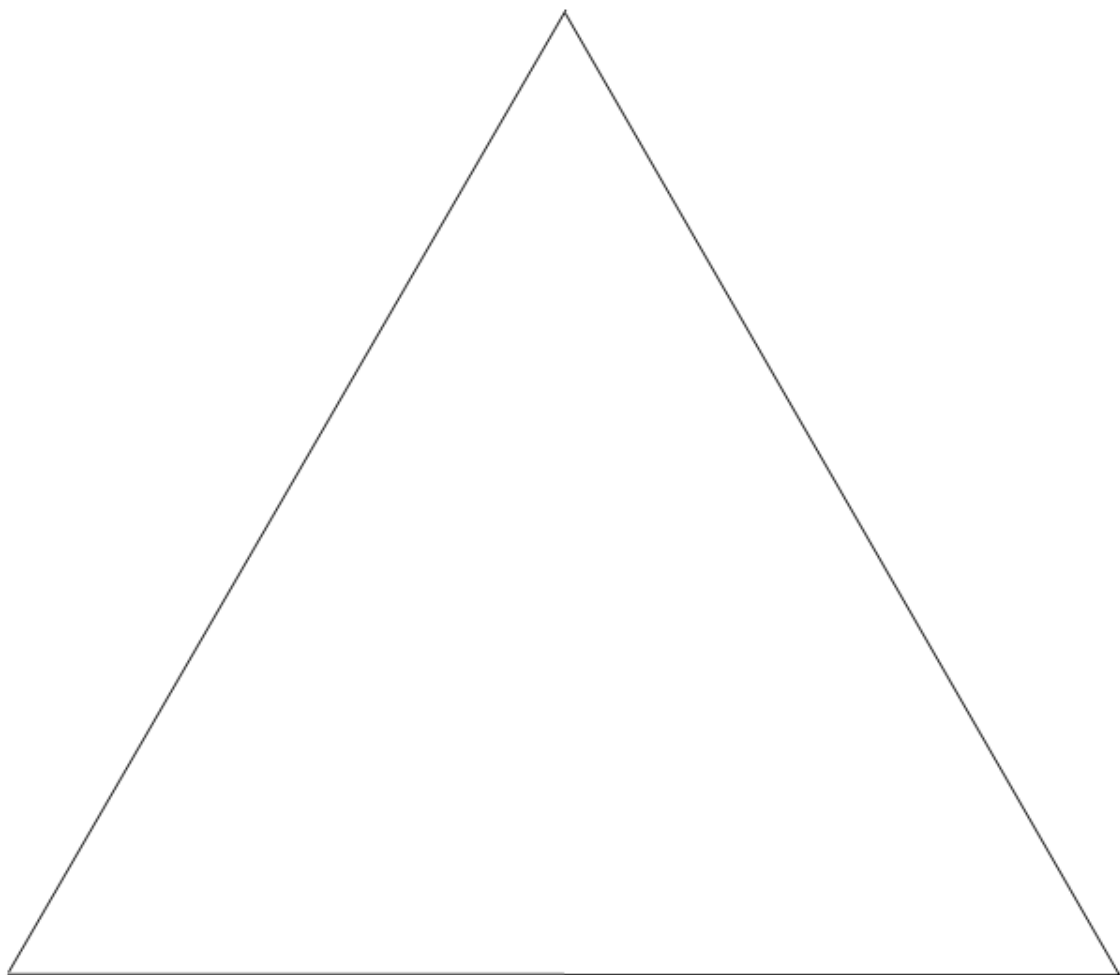


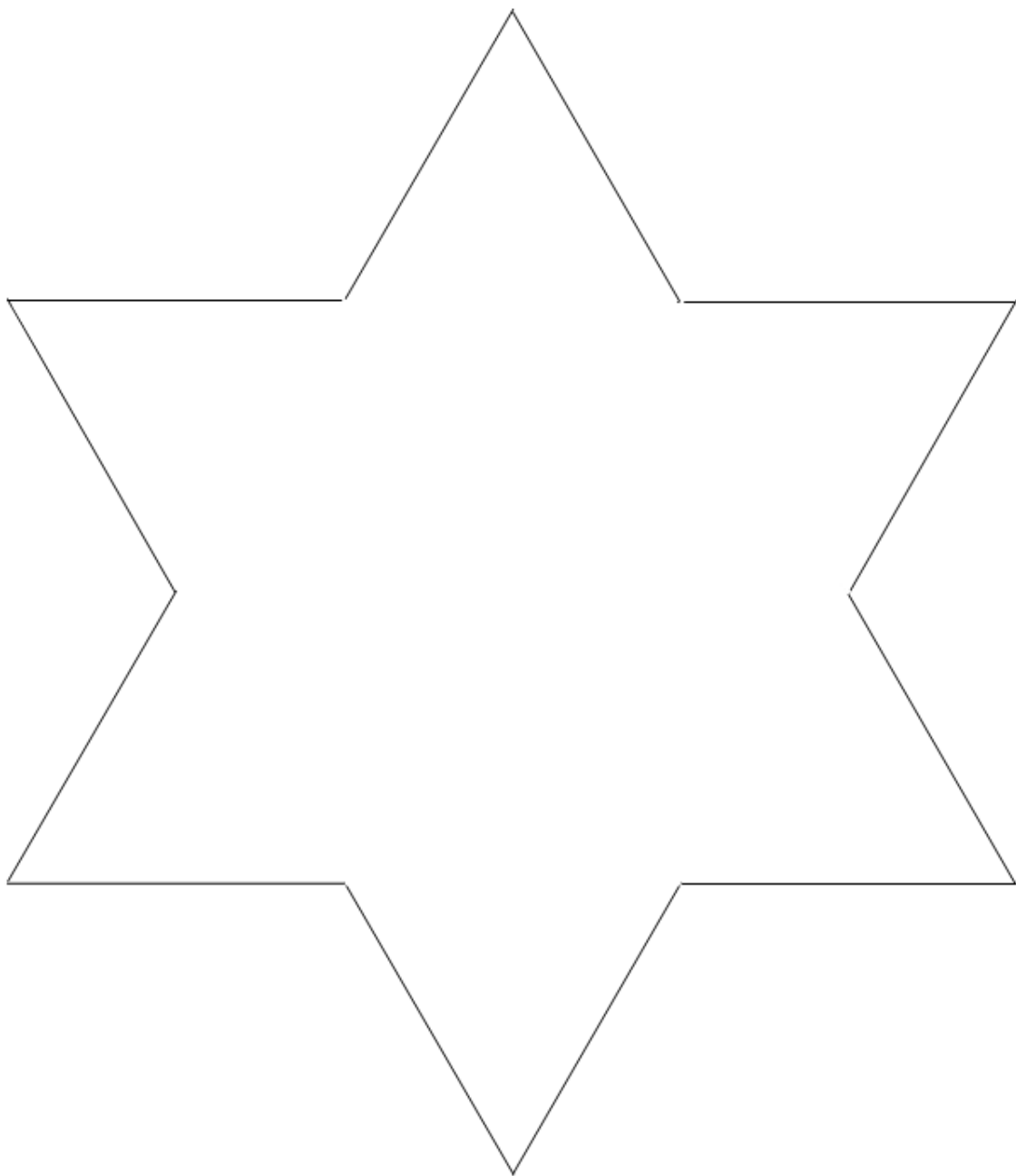
Fulgu de zăpadă al lui Koch (Koch snowflake)

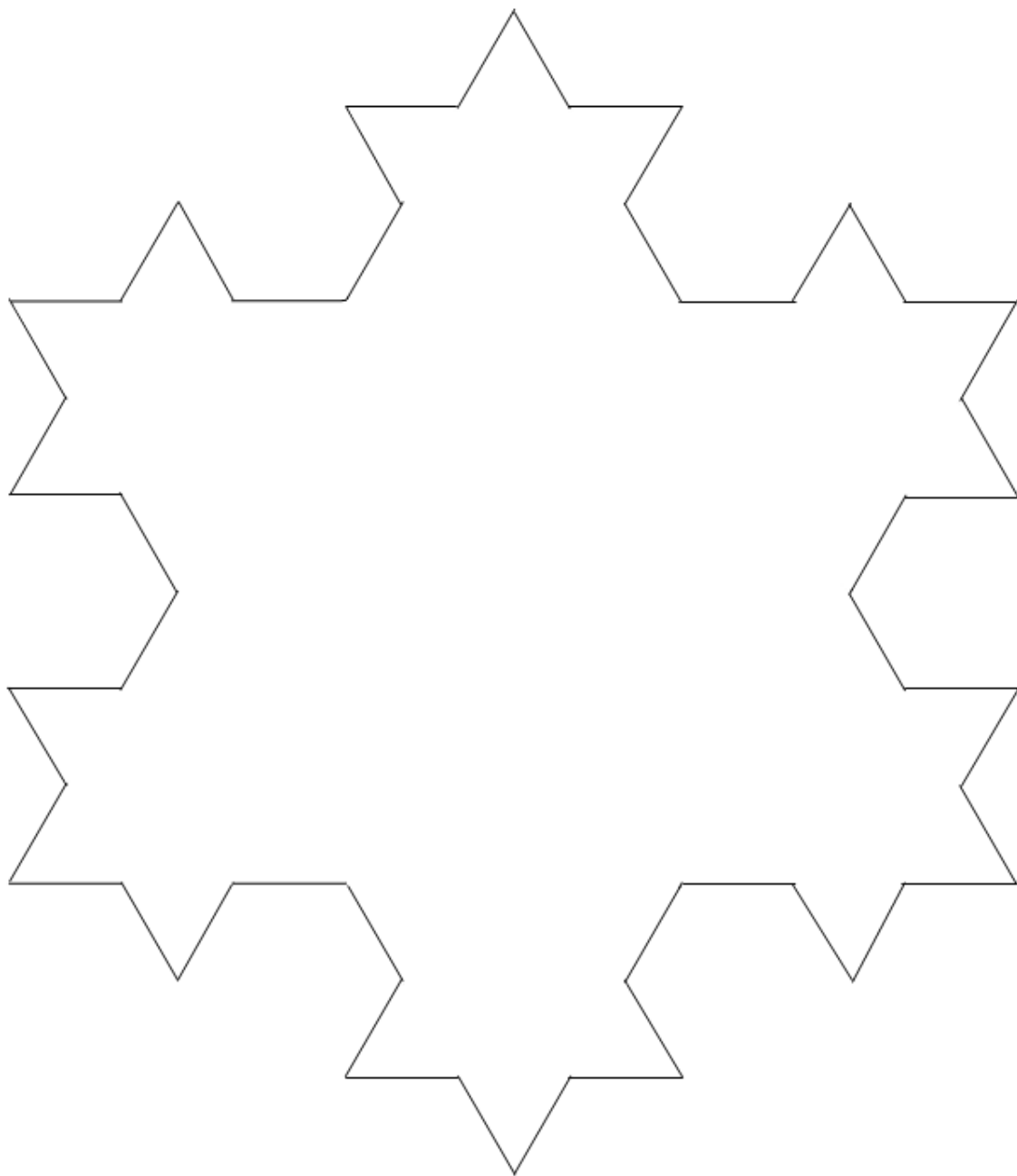
Niels Fabian Helge von Koch (1870 –1924)
Matematician suedez

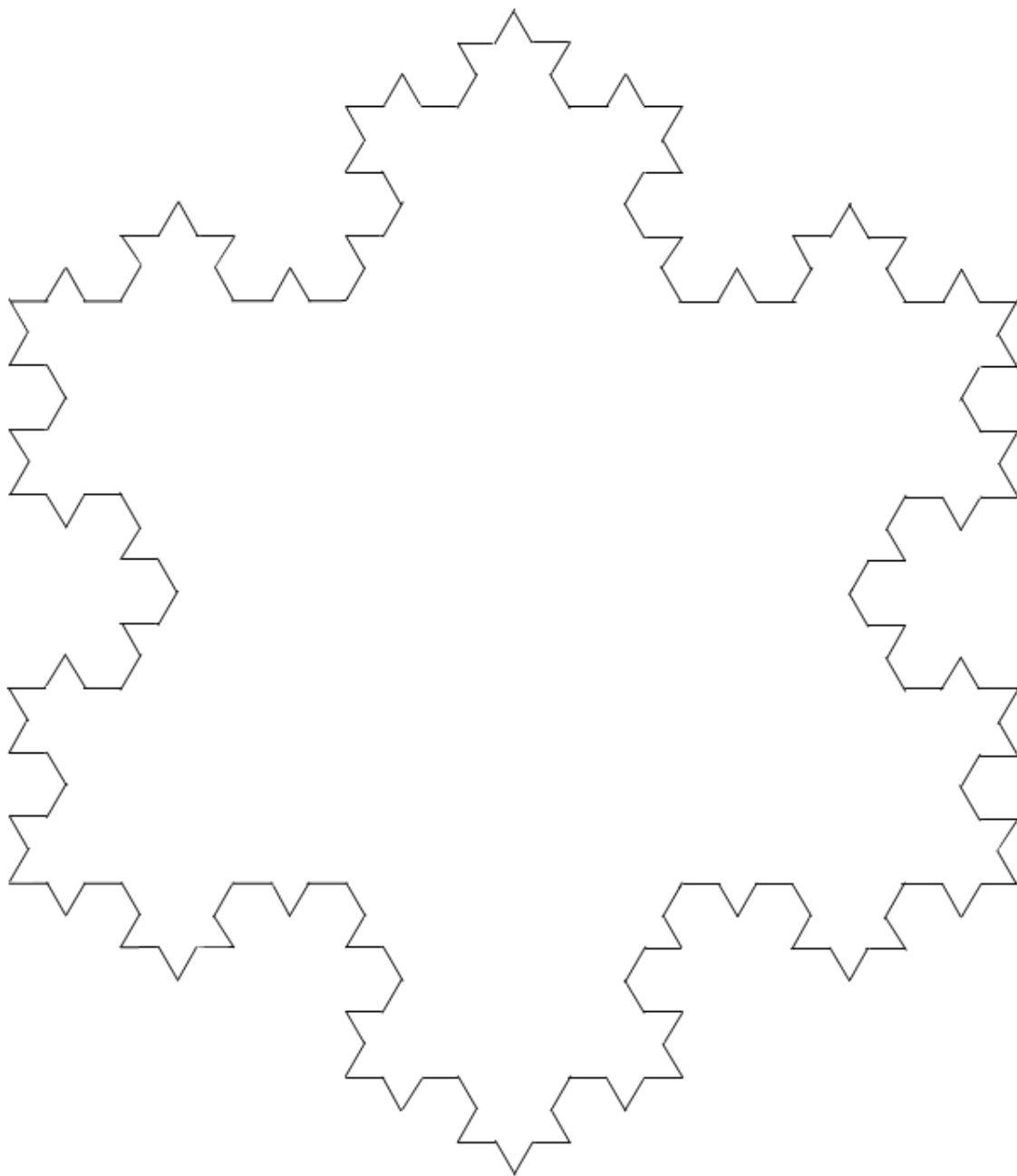
*"Sur une courbe continue sans tangente, obtenue
par une construction géométrique élémentaire"*
(1904)

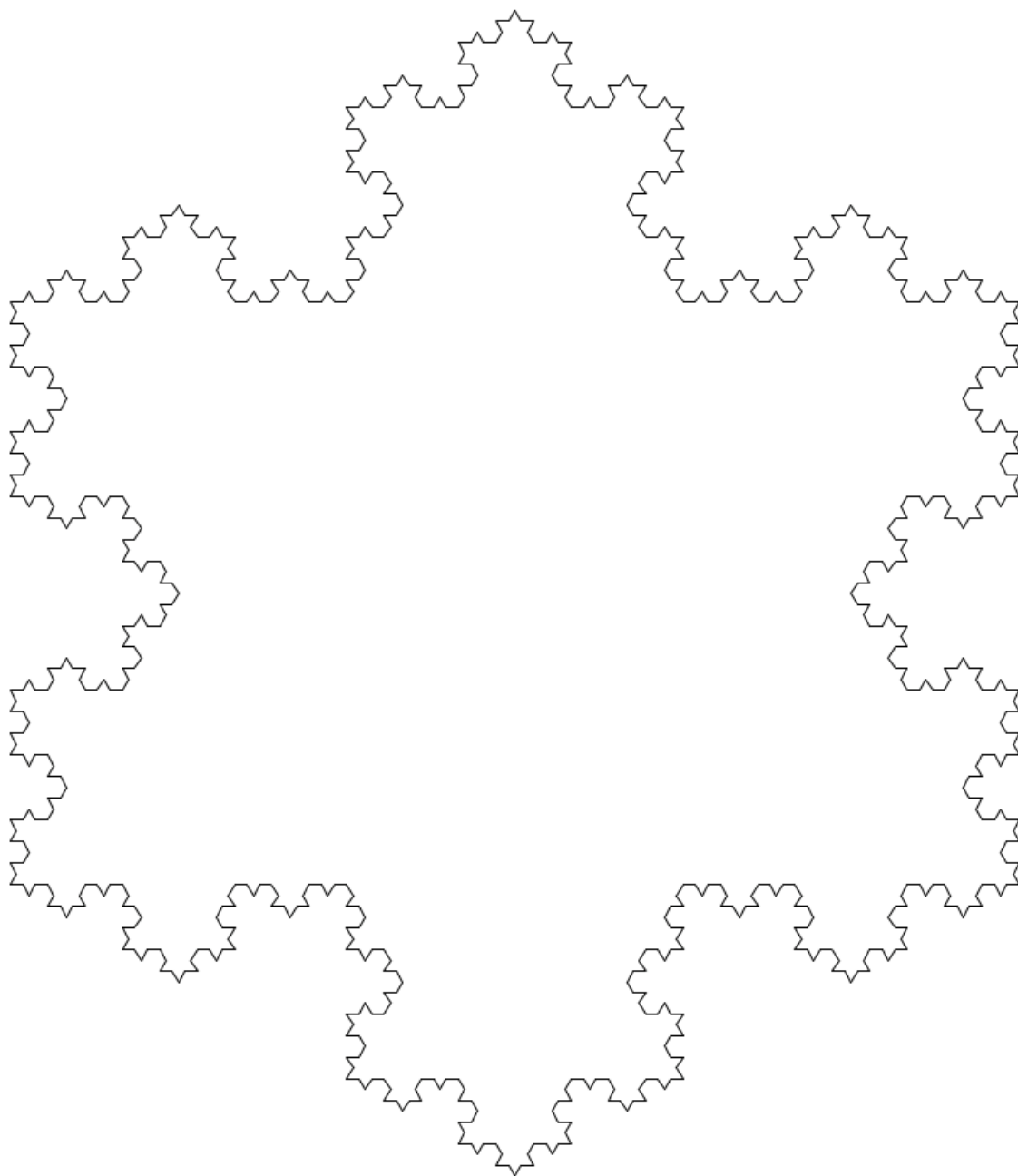












Se consideră funcția $f : [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -\ln(x^2 + x + 1) & ; \quad -1 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x|x^2 - 4|} & ; \quad x > 0 \end{cases}.$$

Notăm cu α numărul punctelor de extrem, cu β numărul punctelor unghiulare și cu γ numărul punctelor de întoarcere ale funcției f . Atunci:

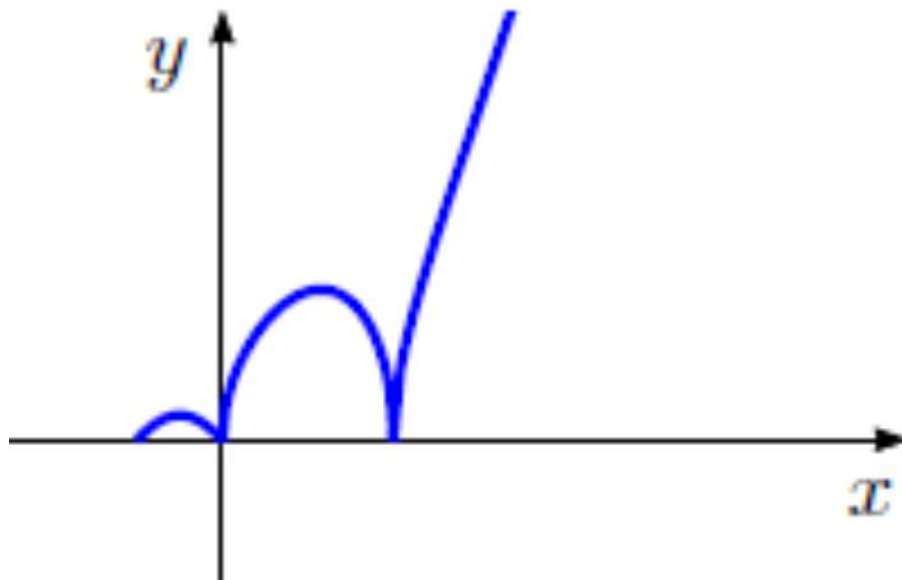
A $\alpha = 5, \beta = 0, \gamma = 2$

B $\alpha = 5, \beta = \gamma = 1$

C $\alpha = 5, \beta = 2, \gamma = 0$

D $\alpha - \beta = 4, \beta - \gamma = 1$

E $\alpha = 4, \beta = 0, \gamma = 2$



Simulare 2019

740

Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |2x^2 - 3x + 1| \cdot \cos(ax)$, unde $a \in [0, 2\pi]$ este un parametru real. Numărul valorilor lui a pentru care funcția f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A 0

B 1

C 2

D 3

E infinit

Derivata funcției inverse

Admitere 2018

Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + ax$, unde a este un parametru real.

698

Pentru $a = 1$, $(f^{-1})'(2)$ este:

A $1/2$

B $1/4$

C $1/3$

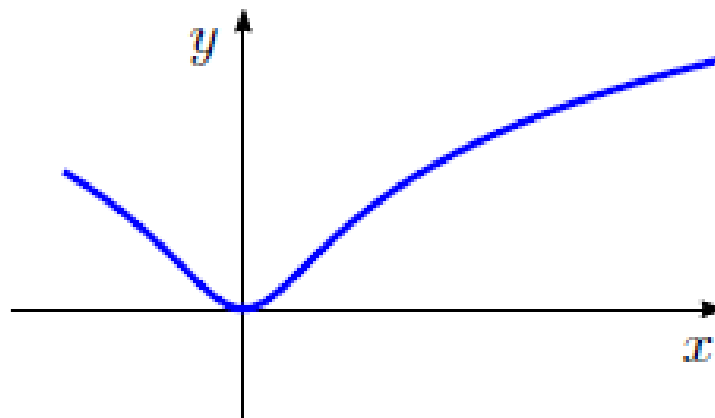
D 0

E $+\infty$

Teorema lui Fermat

Dacă $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ și a aparține interiorului lui I
și a este un punct de extrem al funcției f
și f este derivabilă în a
atunci

$$f'(a) = 0$$



Teorema lui Fermat

Admitere 2022

Fie $a > 0$ și fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, cu $f(x) = a^x - 2x - 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

891

$f(0)$ este:

A 0

B 1

D $a - 1$

E -1

E $a + 1$

892

Mulțimea valorilor lui a pentru care $f(x) \geq 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$ este:

A $(0, 1) \cup \{e^2\}$

B $(1, e^2] \setminus \{e\}$

C $\left(\frac{1}{e}, e^2\right)$

D $\{e^2\}$

E $\{2e, e^2\}$