

TESTE GRILĂ
DE
MATEMATICĂ
2020

A U T O R I

Prof.univ.dr.	Vasile Câmpian	Conf.univ.dr.	Dalia Cîmpean
Prof.univ.dr.	Iuliu Crivei	Conf.univ.dr.	Eugenia Duca
Prof.univ.dr.	Bogdan Gavrea	Conf.univ.dr.	Ovidiu Furdui
Prof.univ.dr.	Ioan Gavrea	Conf.univ.dr.	Adrian Holhoș
Prof.univ.dr.	Dumitru Mircea Ivan	Conf.univ.dr.	Daniela Inoan
Prof.univ.dr.	Nicolae Lung	Conf.univ.dr.	Adela Carmen Novac
Prof.univ.dr.	Vasile Miheșan	Conf.univ.dr.	Vasile Pop
Prof.univ.dr.	Alexandru Mitrea	Conf.univ.dr.	Teodor Potra
Prof.univ.dr.	Viorica Mureșan	Conf.univ.dr.	Mircea Dan Rus
Prof.univ.dr.	Ioan Radu Peter	Conf.univ.dr.	Silvia Toader
Prof.univ.dr.	Dorian Popa	Conf.univ.dr.	Constantin Cosmin Todea
Prof.univ.dr.	Ioan Raşa	Lect.univ.dr.	Alina-Ramona Baias
Prof.univ.dr.	Daniela Roșca	Lect.univ.dr.	Mihaela Bercheșan
Prof.univ.dr.	Alina Sîntămărian	Lect.univ.dr.	Luminița Ioana Cotîrlă
Prof.univ.dr.	Gheorghe Toader	Lect.univ.dr.	Daria Dumitraș
Prof.univ.dr.	Neculai Vornicescu	Lect.univ.dr.	Mircia Gurzău
Conf.univ.dr.	Marius Birou	Lect.univ.dr.	Vasile Ilie
Conf.univ.dr.	Lucia Blaga	Lect.univ.dr.	Tania Angelica Lazăr
Conf.univ.dr.	Adela Capătă	Lect.univ.dr.	Daniela Marian
Conf.univ.dr.	Maria Câmpian	Lect.univ.dr.	Rozica Moga
Conf.univ.dr.	Alexandra Ciupa	Lect.univ.dr.	Floare Ileana Tomuța
		Asist.univ.dr.	Liana Timboș

Coordonator Prof.univ.dr. Dumitru Mircea Ivan

Referenți:

Conf.univ.dr. Ovidiu Furdui
Prof.univ.dr. Ioan Gavrea
Prof.univ.dr. Alexandru Mitrea
Conf.univ.dr. Vasile Pop
Prof.univ.dr. Dorian Popa
Conf.univ.dr. Mircea Dan Rus
Prof.univ.dr. Neculai Vornicescu

Prefață

Culegerea de probleme *Teste grilă de matematică* continuă tradiția Universității Tehnice din Cluj-Napoca de a selecta viitorii studenți printr-un concurs de admitere pe baza subiectelor sub formă de grilă. Prezenta culegere a fost elaborată cu scopul de a contribui la o mai bună pregătire a candidaților la admitere și de a-i familiariza cu noua tipologie a subiectelor.

Structurată pe patru capitole: Algebră, Analiză matematică, Geometrie analitică și Trigonometrie, culegerea contribuie la recapitularea materiei din Programa pentru Bacalauriat M_mate-info 2020.

Parcursând toate gradele de dificultate, de la probleme foarte simple care necesită un minim de cunoștințe, până la probleme a căror rezolvare presupune cunoștințe temeinice, lucrarea este utilă tuturor categoriilor de elevi care se pregătesc pentru un examen de matematică.

Fiecare problemă propusă este urmată de cinci răspunsuri dintre care numai unul este corect. La sfârșit se dau răspunsurile corecte.

Testul care se va da la concursul de admitere va conține probleme cu grade diferite de dificultate, alcătuite după modelul celor din culegere.

Autorii

* * *

Cuprins

1 Algebră	1
2 Analiză matematică	33
3 Geometrie analitică	71
4 Trigonometrie	77
5 Exemplu Test Admitere	87
6 Simulare admitere 13 mai 2017	92
7 Admitere 16 iulie 2017	97
8 Simulare admitere 12 mai 2018	102
9 Admitere 16 iulie 2018	107
10 Simulare admitere 18 mai 2019	112
11 Admitere 24 iulie 2019	117
12 Răspunsuri	127
13 Indicații	133

* * *

1

Multimea soluțiilor ecuației $z^2 = 3 - 4i$, $z \in \mathbb{C}$, este:

- A** $\{1, 2\}$ **B** $\{i, 2-i\}$ **C** $\{2-i, -2+i\}$ **D** $\{3, -2+i\}$ **E** $\{2-i, 3+i\}$

2

Soluția ecuației $x(1 - \lg 5) = \lg(2^x + x - 1)$ este:

- A** $x = \frac{1}{5}$ **B** $x = -1$ **C** $x = 1$ **D** $x = \frac{1}{2}$ **E** $x = -5$

3

Multimea soluțiilor reale ale sistemului: $\begin{cases} 2(x-1) \geq 4(x+1) \\ x^2 + 4x > 0 \end{cases}$ este:

- A** $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ **B** $(-\infty, -4) \cup (2, \infty)$ **C** $(-\infty, -4)$ **D** $(2, \infty)$ **E** $(-1, 1)$

4

Multimea valorilor parametrului real m pentru care graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m+2)x + m + 3$, intersectează axa Ox în două puncte distințe este:

- A** \mathbb{R} **B** \emptyset **C** $\{-3\}$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Fie $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^{100} + aX^{99} + bX + 1$.

5

Valorile coeficienților a și b pentru care $x = 1$ este rădăcină dublă sunt:

- A** $a = -1; b = -1$ **B** $a = 2; b = -4$ **C** $a = -2; b = 0$ **D** $a = 0; b = -2$
E $a = 4; b = -2$

6

Valorile coeficienților a și b pentru care f se divide cu $X^2 + X + 1$ sunt:

- A** $a = 1; b = 1$ **B** $a = -1; b = -1$ **C** $a = -1; b = 0$ **D** $a = 1; b = -1$
E $a = 0; b = -1$

7

Valorile coeficienților a și b pentru care restul împărțirii polinomului f la $X^3 - X^2 - X + 1$ este $X^2 + X + 1$ sunt:

- A** $a = 2; b = -1$ **B** $a = 0; b = 1$ **C** $a = -1; b = 2$ **D** $a = -1; b = 1$ **E** $a = 1; b = 0$

Se dă funcția $f(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1$, unde $m \neq 0$ este parametru real.

8

Pentru ce valori ale lui m , $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

- A** $m \in (0, +\infty)$ **B** $m \in (1 + \sqrt{2}, +\infty)$ **C** $m \in (0, 1 + \sqrt{2})$ **D** $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$
E $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{2}, +\infty)$

9

Pentru ce valori ale lui m , $f(x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

- A** $m \in (-\infty, 0)$ **B** $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$ **C** $m \in (-1, 1 - \sqrt{2})$
D $m \in (-\infty, 1 - \sqrt{2})$ **E** $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (0, \infty)$

10

Pentru ce valori ale lui m funcția admite rădăcină dublă?

- A** $m \in \{\pm 1\}$ **B** $m \in \{1, \pm \sqrt{2}\}$ **C** $m \in \{\pm \sqrt{2}\}$ **D** $m \in \{-1, 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$
E $m \in \{0, 1, \pm \sqrt{2}\}$

Se consideră ecuația $2x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$, unde $m \in \mathbb{R}$, iar x_1 și x_2 sunt rădăcinile reale ale ecuației.

11

Suma rădăcinilor $x_1 + x_2$ aparține intervalului

- A** $[0, 1]$ **B** $[0, 4]$ **C** \mathbb{R} **D** $[0, 2]$ **E** $[-1, 4]$

12

Suma pătratelor rădăcinilor $x_1^2 + x_2^2$ aparține intervalului

- A** $[0, 4]$ **B** $[-2, 4]$ **C** $[0, 8]$ **D** \mathbb{R} **E** $[0, 3]$

13

Produsul rădăcinilor $x_1 x_2$ aparține intervalului

- A** $[-2, 0]$ **B** $[0, 4]$ **C** $[-\frac{1}{2}, 4]$ **D** \mathbb{R} **E** $(0, 2)$

Fie funcțiile $f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_m(x) = mx^2 + 2(m-1)x + m - 1$, $m \in \mathbb{R}$.

14

Mulțimea valorilor parametrului m pentru care ecuația $f_m(x) = 0$ are cel puțin o rădăcină reală este:

- A** $(-\infty, 1)$ **B** $(-\infty, 1]$ **C** \mathbb{R} **D** alt răspuns **E** $[0, \infty)$

15

Vârfurile parabolelor asociate funcțiilor f_m , $m \neq 0$, se găsesc pe:

- A** parabola $y = x^2 + 2$ **B** dreapta $x + 2y = 0$ **C** dreapta $y = x$
D dreapta $y = -x$ **E** o paralelă la Ox

Fie funcția $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $g(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 0 \\ 3x+2, & \text{dacă } x > 0. \end{cases}$

16

Soluția inecuației $g(x) \geq 0$ este:

- A** $[-2, \infty)$ **B** $[-2, 0]$ **C** $[-\frac{2}{3}, \infty)$ **D** $[-2, -\frac{2}{3}]$ **E** $[0, \infty)$

17

Funcția $g^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este dată de:

- | | |
|--|---|
| A $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x \geq 2 \\ \frac{x-2}{4}, & \text{dacă } x < 2 \end{cases}$ | B $g^{-1}(x) = \begin{cases} x-2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$ |
| C $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3}, & \text{dacă } x \leq 2 \\ 2x-3, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$ | D $g^{-1}(x) = \begin{cases} 2x-1, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$ |
| E $g^{-1}(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$ | |

18

Se dau funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin

$$f(x) = \begin{cases} 5x+1, & x < 0 \\ 1-x^2, & x \geq 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -2 \\ 2x-1, & x > -2 \end{cases}.$$

Funcția $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h = f \circ g$ este definită prin:

- | | |
|---|--|
| A $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x > -2 \end{cases}$ | B $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x \geq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & -2 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$ |
| C $h(x) = \begin{cases} 4x(1-x), & x \leq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \end{cases}$ | D $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x < -2 \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \\ 4x(1-x), & -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$ |
| | E $h(x) = \begin{cases} 2(5x-2), & x \geq -2 \\ 1-x^4, & x < -2 \end{cases}$ |

19

Fie $P \in \mathbb{R}[X]$, $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, un polinom cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 distințe două câte două. Pentru $Q \in \mathbb{R}[X]$ polinom de grad 1,

suma $\frac{Q(x_1)}{P'(x_1)} + \frac{Q(x_2)}{P'(x_2)} + \frac{Q(x_3)}{P'(x_3)}$ este egală cu

- A** $x_1 + x_2 + x_3$ **B** $x_1 x_2 x_3$ **C** $P(x_1 + x_2 + x_3)$ **D** 1 **E** 0

20

Fie $P, Q, R: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ funcții polinomiale de grad cel mult doi și $a, b, c \in \mathbb{C}$ astfel ca

$$\begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} = 1.$$

Suma $\begin{vmatrix} P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \end{vmatrix}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 3 **D** $P(0) + Q(0) + R(0)$ **E** $P(1)Q(1)R(1)$

21

Să se găsească numărul complex z dacă $|z| - z = 1 + 2i$.

- A** $z = \frac{3}{2} - 2i$ **B** $z = \frac{3}{2} + 2i$ **C** $z = \frac{1}{2} - 3i$ **D** $z = \frac{1}{2} + 3i$ **E** $z = -\frac{1}{2} + 3i$

Fie $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(z) = z^2 + z - \bar{z}$.

22

Soluțiile ecuației $f(z) = 0$ sunt:

- A** $\{0, 1 + 2i, 1 - 2i\}$ **B** $\{0, 1 + i, 1 - i\}$ **C** $\{0, i, -i\}$ **D** $\{0, 2 + i, 2 - i\}$
E $\{0, -1 + i, -1 - i\}$

23

Se consideră ecuația $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$. Mulțimea soluțiilor ecuației are:

- A** un element **B** două elemente **C** nici un element **D** trei elemente
E o infinitate de elemente

24

Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $\log_{1+x}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3$.

- A** $x = 0$ **B** $x = -2$ **C** $x = 3$ **D** $x = \frac{1}{2}$ **E** $x = \frac{1}{3}$

25

Ecuația $\frac{2 \lg x}{\lg(5x - 4)} = 1$ are ca mulțime a soluțiilor pe:

- A** $\{1, 4\}$ **B** $\{4\}$ **C** $\{10\}$ **D** \emptyset **E** $\mathbb{R} \setminus \{0, \frac{4}{5}\}$

26

Se consideră mulțimea tripletelor de numere reale (a, b, c) care verifică relația $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Atunci $\min(ab + bc + ac)$ pentru această mulțime este:

- A** -1 **B** $-\frac{3}{4}$ **C** $-\frac{1}{2}$ **D** $-\frac{1}{3}$ **E** nu există minim

Fie $A_1 = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z} \right\}$ și $A_2 = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid x = \frac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z} \right\}$.

27

Mulțimea A_1 este:

- A** $A_1 = \{1, 2, 3\}$ **B** $A_1 = \mathbb{N}$ **C** $A_1 = \{-2, 1, 4\}$ **D** $A_1 = \{1, 3, 5\}$
E $A_1 = \emptyset$

28

Mulțimea A_2 este:

- A** $A_2 = \{-1, 1, 3, 5\}$ **B** $A_2 = \{3, 5\}$ **C** $A_2 = \{3\}$ **D** $A_2 = \emptyset$ **E** $A_2 = \{-1\}$

29

Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 x) \geq 1$ este:

- A** $[3, \infty)$ **B** $(0, \sqrt[3]{9})$ **C** $(1, \sqrt[3]{3})$ **D** $(\frac{1}{3}, 1]$ **E** $(0, 1) \cup (\sqrt[3]{3}, +\infty)$

Restul împărțirii polinomului X^{10}

30

la $X + 1$ este:

- A** -1 **B** 0 **C** 1 **D** 9 **E** alt răspuns

31

la $(X + 1)^2$ este:

- A** -10 **B** $-10X$ **C** $10X + 9$ **D** $-10X - 9$ **E** $X - 9$

32

la $(X + 1)^3$ este:

- A** $-9X^2 + 22$ **B** $45X^2 + 80X + 36$ **C** $X + 2$ **D** 1 **E** 0

33

Mulțimea soluțiilor ecuației $2A_n^{n-3}x^2 + 4A_n^{n-2}x + 3P_n = 0$, $n \geq 3$, este:

- A** $\{n, \frac{n}{2}\}$ **B** $\{1, A_n^2\}$ **C** $\{-3\}$ **D** $\{A_n^3\}$ **E** \emptyset .

34

Să se determine primul termen a_1 și ratia q a unei progresii geometrice $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ dacă:

$$\begin{cases} a_4 - a_2 = 6, \\ a_3 - a_1 = 3. \end{cases}$$

- A** $a_1 = -1; q = 3$ **B** $a_1 = 3; q = \frac{1}{2}$ **C** $a_1 = 2; q = -2$
D $a_1 = 1; q = 2$ **E** $a_1 = 1; q = 3$.

35

Care sunt valorile coeficienților reali a și b din ecuația

$$x^3 - ax^2 + bx + 1 = 0,$$

dacă acești coeficienți sunt rădăcini ale ecuației?

- A** $a = 1, b = 0$ **B** $a = 1, b \in \mathbb{R}$ **C** $a = 1, b = -1$ **D** $a \in \mathbb{R}, b = -1$ **E** $a \in \mathbb{R}, b = 1$

36

Coefficientul lui x^{99} din dezvoltarea polinomului

$$(x - 1)(x - 2)(x - 3) \dots (x - 99)(x - 100)$$

este:

- A** -4950 **B** -5050 **C** 99 **D** -100 **E** 3450

37

Cel mai mare divizor comun al polinoamelor $(x + 1)^{4n+3} + x^{2n}$, $n \in \mathbb{N}^*$ și $x^3 - 1$ este:

- A** $x^3 - 1$ **B** $x - 1$ **C** $x^2 + x + 1$ **D** sunt prime între ele **E** $(x + 1)^{4n+3} + x^{2n}$

38

Valoarea lui $(1 - \alpha)(1 - \alpha^2)(1 - \alpha^4)(1 - \alpha^5)$, unde $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $\alpha^3 = 1$, este:

- A** -1 **B** 9 **C** 0 **D** $9i$ **E** $3i$

39

Fie numerele reale $a, b, c, d \in (0, 1) \cup (1, \infty)$. Dacă $\log_a b \log_b c \log_c d = 1$ atunci:

- A** $a = b \in (0, 1)$ și $c = d \in (1, \infty)$ **B** $a = b \in (1, \infty)$ și $c = d \in (0, 1)$
C $a = c \in (0, 1)$ și $b = d \in (1, \infty)$ **D** $a = d$ **E** $a = c \in (1, \infty)$ și $b = d \in (0, 1)$

40

Suma $\sum_{k=1}^n k \cdot k!$ este:

- A** $n(n + 1)$ **B** $n \cdot n!$ **C** $(n + 1)! - 1$ **D** $n!$ **E** $2n \cdot n!$

Se consideră matricea $U(a, b) = \begin{pmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{pmatrix}$.

41

Matricea $U(a, b)$ este singulară dacă și numai dacă

- A** $a = b$ **B** $a \neq -3b$ **C** $(a - b)(3b + a) = 0$ **D** $a + 3b = 0$ **E** alt răspuns

42

$U^{11}(1, 1)$ este

- A** $U(1, 1)$ **B** $4^{100}U(1, 1)$ **C** $2^{22}U(1, 1)$ **D** $2^{20}U(1, 1)$ **E** $4^8U(1, 1)$

43

Inversa matricei $U(1, 2)$ este:

- A** $U(1, 2)$ **B** $U(1, 2) - U(1, 1)$ **C** $\frac{U(1, 2) - 6I_4}{7}$ **D** nu există **E** alt răspuns

44

Dacă $a^2 + b^2 = 1$, atunci inversa matricei $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ este:

- A** $\begin{pmatrix} -a & -b \\ b & -a \end{pmatrix}$ **B** $\begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$ **C** $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ **D** $\begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$

45

Inversa matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ este matricea:

- A** $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ **B** $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ **C** $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ **D** $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$

46

Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & a & 3 \end{pmatrix}$ are rangul minim pentru:

- A** $a = 0$ **B** $a = 1$ **C** $a = 7$ **D** $a = 21$ **E** $a = -21$

Se consideră matricea: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{pmatrix}$.

47

Determinantul matricei A este:

- A** $16i$ **B** $-16i$ **C** 16 **D** -16 **E** 0

48

A^4 este:

- A** I_4 **B** $2I_4$ **C** $4I_4$ **D** $16I_4$ **E** $256I_4$

49

Numărul soluțiilor $n \in \mathbb{Z}$ ale ecuației $16A^{8n} + 16I_4 = 257A^{4n}$ este:

- A** 16 **B** 8 **C** 4 **D** 2 **E** 1

Se dă matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

50 $\det A$ este:

- A** 1 **B** 0 **C** -1 **D** 2 **E** ∞

51 Numărul de soluții în $M_3(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^2 = A$ este:

- A** 10 **B** 1 **C** 2 **D** 0 **E** ∞

52

Sistemul de ecuații cu parametrul real m , $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 6x - 8y = 1 \\ 5x + 2y = m \end{cases}$, este compatibil numai dacă:

- A** $m = 0$ **B** $m = 1$ **C** $m = 2$ **D** $m = 3$ **E** $m = 4$

53

Sistemul de ecuații cu parametrii $m, n \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} mx + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ (2m - 1)x + 2y + z = n \end{cases}$$

este compatibil nedeterminat pentru:

- A** $m = 3; n \neq 3$ **B** $m \neq 3; n = 3$ **C** $m = 3; n = 3$ **D** $m \neq 3; n \neq 3$
E $m = 5; n = 3$

54

Dacă $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & n & 44 \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}$, atunci:

- A** $n = 1$ **B** $n = 2$ **C** $n = 4$ **D** $n = 8$ **E** $n = 16$

55

Fie $m, n \in \mathbb{R}$, x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 + mx + n = 0$ și matricea

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix}$. Determinantul matricei A^2 este:

- A** $-4m^3 - 27n^2$ **B** $4m^3 - 27n^2$ **C** $-4m^3 + 27n^2$ **D** $-2n^3 - 27m^2$ **E** $-3n^3 - 27m^2$

56

Dacă $a < b < c$ și $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+2 & b+2 & c+2 \\ (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$, atunci:

- A** $D = 0$ **B** $D \leq 0$ **C** $D < 0$ **D** $D > 0$ **E** $D = -a^2 - b^2 - c^2$

57

Multimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care rangul matricei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ -2 & -1 & -5 & -4 \\ 2 & 0 & 4 & a \end{pmatrix}$$

este egal cu 2, este

- A** \emptyset **B** $\{0\}$ **C** $\{2\}$ **D** $\{-2, 2\}$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

Se consideră sistemul

$$(S) : \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + az = -3 \\ 3x + y + 4z = b \end{cases}$$

58

(S) este compatibil determinat dacă și numai dacă

- A** $a = 0$ **B** $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ **C** $a = 1, b = -2$

59

(S) este compatibil nedeterminat dacă

- A** $a = 1, b = -2$ **B** $a = 1, b = 2$ **C** $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ **D** $a = 2, b = 1$

60

(S) este incompatibil dacă și numai dacă

- A** $a = 1, b = 2$ **B** $a \neq 2, b = 1$ **C** $a \neq 1, b \neq -2$ **D** $a \neq 0, b = 2$ **E** $a = 1, b \neq -2$

61

Numărul valorilor parametrului real m pentru care sistemul

$$\begin{cases} 2x + 2y + mxy = 5 \\ (m-1)(x+y) + xy = 1 \\ 3x + 3y - xy = m+1 \end{cases}, \text{ are soluții } (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \text{ este:}$$

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

62

$$\text{Dacă sistemul de ecuații } \begin{cases} 2x + ay + 4z = 0 \\ x - y - z = 0 \\ 3x - 2y - z = 0 \end{cases}, \quad a \in \mathbb{R}$$

este compatibil determinat, atunci:

- A** $a = 1$ **B** $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ **C** $a \in \mathbb{R}^*$ **D** $a \in (0, \infty)$ **E** $a \in (1, \infty)$

63

Dacă $A = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$, atunci:

- | | |
|--|--|
| A $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t & -\sin^n t \\ \sin^n t & \cos^n t \end{pmatrix}$ | B $A^n = \begin{pmatrix} \cos t^n & -\sin t^n \\ \sin t^n & \cos t^n \end{pmatrix}$ |
| C $A^n = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt \\ \sin nt & \cos nt \end{pmatrix}$ | D $A^n = \begin{pmatrix} \sin nt & -\cos nt \\ \cos nt & \sin nt \end{pmatrix}$ |
| E $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t - \sin^n t & -n \sin t \cos t \\ n \sin t \cos t & \cos^n t - \sin^n t \end{pmatrix}$ | |

64

Dacă $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, atunci A^{12} este:

- A** $\begin{pmatrix} 3^6 & 1 \\ 1 & 3^6 \end{pmatrix}$ **B** $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **C** $\begin{pmatrix} 12\sqrt{3} & -12 \\ 12 & 12\sqrt{3} \end{pmatrix}$ **D** $2^{12} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} (\sqrt{3})^{12} & (-1)^{12} \\ 1 & (\sqrt{3})^{12} \end{pmatrix}$

65

Mulțimea soluțiilor ecuației $\left| \begin{array}{ccc|c} x & 1 & 2 \\ 1 & 2x & 3 \\ -1 & -2 & x \end{array} \right| + 3 \left| \begin{array}{cc|c} x & -1 \\ 2 & -3 \end{array} \right| + 3 = 0$ este:

- A** $\{-1\}$ **B** $\{-1, 1, -i, i\}$ **C** $\{-1, 0, 1 - i\sqrt{3}, 1 + i\sqrt{3}\}$ **D** $\left\{-1, \frac{1-i\sqrt{3}}{2}, \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right\}$
E $\left\{-1, \frac{1-i}{2}, \frac{1+i}{2}\right\}$

Se dă mulțimea $M = [5, 7]$ și operația $*$ definită prin
 $x * y = xy - 6x - 6y + \alpha$.

66

Valoarea parametrului real α pentru care mulțimea M este parte stabilă în raport cu operația $*$ este:

- A** $\alpha = 42$ **B** $\alpha = 36$ **C** $\alpha = -36$ **D** $\alpha = 6$ **E** $\alpha = -6$

67

In monoidul $(M, *)$, elementul neutru este:

- A** $e = 7$ **B** $e = 6$ **C** $e = 5$ **D** $e = 1$ **E** nu există

68

In monoidul $(M, *)$, mulțimea elementelor simetrizabile este:

- A** $[5, 7] \setminus \{6\}$ **B** $\{6\}$ **C** $\{5, 7\}$ **D** $[5, 7]$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{6\}$

Definim pe $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ legea de compozitie $(x, y) * (a, b) = (xa, xb + ya)$.

69

Elementul neutru al legii $*$ este:

- A** $(0, 1)$ **B** $(1, 0)$ **C** $(0, 0)$ **D** $(1, 1)$ **E** $(-1, 1)$

70

Fie legea de compozitie $*$ definită prin $x * y = \frac{x-y}{1-xy}$, $\forall x, y \in (-1, 1)$. Elementul neutru pentru această lege este:

- A** $e = 0$ **B** nu există **C** $e = 1$ **D** $e = -1$ **E** $\frac{1}{2}$

71

Pe mulțimea \mathbb{Z} a numerelor întregi se definește legea $*$ prin $x * y = x + y - 2$, $\forall x, y \in \mathbb{Z}$. Să se determine simetricul x' al lui x .

- A** x' nu există **B** $x' = 1 - x$ **C** $x' = 4 - x$ **D** $x' = \frac{1}{x}$ **E** $x' = -x$

Pe mulțimea \mathbb{C} a numerelor complexe definim legea de compoziție $*$ prin $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 - z_1 z_2$.

72 Numărul $2 * i$ este:

- A** $2 - i$ **B** $2i$ **C** $2 + i$

73 Elementul neutru față de $*$ este:

- A** 1 **B** 0 **C** i **D** -1

74 Elementul simetric al lui i față de $*$ este:

- A** $-i$ **B** $1 - i$ **C** $\frac{1-i}{2}$ **D** $\frac{1+i}{2}$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (m-1)x + 3m - 4$, $m \in \mathbb{R}$.

75 Mulțimea valorilor lui m pentru care f se anulează în $(0, 1)$ și $f(x) \geq 0$, $\forall x \in (0, 1)$ este:

- A** $(-\infty, 7 - 4\sqrt{2})$ **B** $(7 + 4\sqrt{2}, \infty)$ **C** $\{7 - 4\sqrt{2}, 7 + 4\sqrt{2}\}$ **D** $\{7 - 4\sqrt{2}\}$ **E** \emptyset

76 Mulțimea valorilor lui m pentru care $f(x) < 0$, $\forall x \in (0, 1)$ este

- A** $(0, 1)$ **B** $(2, \infty)$ **C** $(-\infty, 1]$ **D** \emptyset **E** $(0, \infty)$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 2$, $m \in \mathbb{R}$.

77 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este strict crescătoare pe intervalul $[-1, 1]$ este

- A** $[-2, 2]$ **B** $(-\infty, -2)$ **C** $(-\infty, -2]$ **D** \mathbb{R} **E** Alt răspuns

78 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este injectivă pe $[-1, 1]$ este:

- A** \mathbb{R} **B** $(-1, 1)$ **C** $(-\infty, -2] \cup (2, \infty)$ **D** $(-2, 2)$ **E** Alt răspuns

79

Familia de parabole asociate funcțiilor

$$f_m(x) = (m+1)x^2 - 3mx + 2m - 1, \quad m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\},$$

- A** are un punct fix pe axa Oy **B** are un punct fix situat pe prima bisectoare
C are două puncte fixe **D** are trei puncte fixe **E** nu are puncte fixe

Fie parabolele de ecuații: $P_1 : y = x^2 + 5x + 4$
și $P_2 : y = (m-1)x^2 + (4m+n-4)x + 5m + 2n - 4$, unde $m, n \in \mathbb{R}$, $m \neq 1$.

80

Parabolele se intersectează în $A(-2, -2)$ și $B(0, 4)$ dacă:

- A $m = -2, n = 9$ B $m = 2, n = -9$ C $m = 5, n = 4$ D $m = \frac{1}{2}, n = 3$
E $m = \frac{1}{3}, n = -2$

81

Parabolele au singurul punct comun $C(1, 10)$ dar nu sunt tangente dacă:

- A $m = -\frac{2}{3}, n = \frac{1}{3}$ B $m = 2, n = -\frac{1}{3}$ C $m = -\frac{1}{3}, n = 3$ D $m = -2, n = \frac{1}{2}$
E $m = n = 2$

82

Parabolele sunt tangente în punctul $T(-2, -2)$ dacă:

- A $m = 0, n = -3$ B $m = 2, n = -1$ C $m = -2, n = -1$ D $m = -2, n = 1$
E $m = \frac{1}{2}, n = -4$

83

Fie $E(x) = \frac{x^2 - 2(m-1)x + m+1}{mx^2 - mx + 1}$. Multimea valorilor reale ale lui m pentru care E este bine definită oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, este:

- A \mathbb{R} B $\{4\}$ C $\{-1\}$ D $(0, 4)$ E alt răspuns

84

Multimea valorilor parametrului real m pentru care

$$(m-1)x^2 + (m-1)x + m - 3 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este:

- A \emptyset B $(-\infty, 1) \cup (\frac{11}{3}, \infty)$ C $(-\infty, 0)$ D $(-\infty, 1)$ E alt răspuns

85

Multimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}^*$, pentru care parabolele asociate funcțiilor $f_a(x) = ax^2 - (a+2)x - 1$ și $g_a(x) = x^2 - x - a$ sunt tangente, este:

- A $\{-1, 2\}$ B $\{3, -1\}$ C $\{3\}$ D $\{\frac{1}{3}, 3\}$ E \emptyset

86

Ecuația $x^4 + (2m-1)x^2 + 2m + 2 = 0$, cu necunoscuta x și parametrul real m , are toate rădăcinile reale dacă:

- A $m = 0$ B $1 \leq m \leq 2$ C $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$ D $m \in \emptyset$ E $m > \frac{1}{2}$

87

Se dă ecuația $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$. Rădăcinile ei sunt în progresie aritmetică dacă și numai dacă

- A $a = 0$ B $a \in \{0, 1\}$ C $a \in \{-1, 1\}$ D $a = 2$ E $a = 3$

Fie x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 - 2x + 3 = 0$. Notăm
 $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k$, $k \in \mathbb{Z}$.

88 S_{-1} este:

- A** 0 **B** $\frac{2}{3}$ **C** $-\frac{2}{3}$

89 S_{-2} este:

- A** $\frac{4}{9}$ **B** $-\frac{4}{9}$ **C** $\frac{2}{3}$ **D** $-\frac{3}{2}$

90 S_4 este:

- A** 4 **B** $\frac{4}{9}$ **C** -4 **D** 8 **E** -8

91

Dacă funcția polinomială $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$$P(0) + \cdots + P(n) = n^5, \quad n = 0, 1, \dots,$$

atunci $P(0)$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** alt ăspuns

92

Dacă funcția polinomială $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisfacă egalitățile:

$$P(n) = \sum_{k=1}^n k^{10}, \quad n = 1, 2, \dots,$$

atunci $P(-2)$ este:

- A** 0 **B** -1 **C** 1023 **D** -1025 **E** alt ăspuns

Se dă ecuația $x^3 - px^2 + qx - r = 0$, $r \neq 0$.

93

Ecuația admite două rădăcini opuse, dacă

- A** $p + q = r$ **B** $r^2 - pq = 0$ **C** $rp - q = 1$ **D** $q^2 - rp = 0$ **E** $pq - r = 0$

94

Rădăcinile sunt în progresie geometrică dacă:

- A** $p^2r - q = 0$ **B** $p^3 - rq = 0$ **C** $q^2 - rp = 0$ **D** $q^3 + p + q = 0$ **E** $p^3r - q^3 = 0$

95

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației

$$\sqrt{x+2-4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+7-6\sqrt{x-2}} = 1$$

este:

- A** $\{5, 12\}$ **B** $\{7, 10\}$ **C** $[2, \infty)$ **D** $[6, 11]$ **E** $\{8, 12\}$

96

Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3} < \sqrt{2} - \sqrt{3}$ este:

- A** $(-\infty, 0)$ **B** $[-2, 0)$ **C** $[-2, \infty)$ **D** \emptyset **E** $(0, \infty)$

Se consideră funcția $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x-11}$.

97

Mulțimea de definiție a funcției este:

- A** \mathbb{R} **B** $[0, \infty)$ **C** $(-\infty, 0)$ **D** $[11, \infty)$ **E** $(-\infty, 11)$

98

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $f(x) = 7$ este

- A** $\{27\}$ **B** $\{0\}$ **C** $\{11\}$ **D** $\{1\}$ **E** conține cel puțin două elemente

99

Câte soluții întregi are ecuația

$$8(4^x + 4^{-x}) - 54(2^x + 2^{-x}) + 101 = 0?$$

- A** 2 **B** 4 **C** 1 **D** nici una **E** 3

100

Mulțimea valorilor reale ale lui a , pentru care funcția

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3 + ax + 1,$$

este injectivă, este:

- A** $(-\infty, 0)$ **B** $[0, \infty)$ **C** \emptyset **D** $\{1\}$ **E** \mathbb{R}

101

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$(m-2)x^2 - (2m+1)x + m - 3 = 0$$

are rădăcinile în $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ cu partea reală negativă este:

- A** $(-\frac{1}{2}, \frac{23}{24})$ **B** $(-\infty, \frac{23}{24})$ **C** $[-\frac{1}{2}, \infty)$ **D** $[\frac{23}{24}, \infty)$ **E** \emptyset

102

Valoarea minimă a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \cdots + (x - a_n)^2$$

unde $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$, se obține pentru:

- A** $x = 0$ **B** $x = a_1$ **C** $x = a_2$ **D** $x = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$ **E** $x = \frac{a_1 + a_n}{2}$

103

Funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2mx - 1 & ; \quad x \leq 0 \\ mx - 1 & ; \quad x > 0 \end{cases}$, $m \in \mathbb{R}^*$, este injectivă dacă:

- A** $m \in (-\infty, 1)$ **B** $m \in (1, \infty)$ **C** $m \in (-\infty, 0)$ **D** $m \in (0, \infty)$ **E** $m \in (-1, 1)$

104

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x + m, & x \leq 1 \\ 2mx - 1, & x > 1 \end{cases}$. Funcția f este surjectivă dacă și numai dacă:

- A $m \in (0, 1)$; B $m \in (-\infty, 2]$; C $m = 2$; D $m \in (0, 2]$; E $m \in (-\infty, 1]$

105

Sistemul $\begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ x + y + z = a \end{cases}$, are o singură soluție $(x, y, z) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, dacă:

- A $a = -\frac{1}{2}$; B $a = \frac{1}{2}$; C $a = 2$; D $a = \frac{1}{4}$; E $a = -\frac{1}{4}$

106

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x = \sqrt{2 - x}$ este:

- A \emptyset ; B $\{1, -2\}$; C $\{1\}$; D $[1, 2]$; E $\{2\}$

107

Pentru ca funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow B$, $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x + 1}$ să fie surjectivă, trebuie ca:

- A $B = \mathbb{R}$; B $B = \left[\frac{9-2\sqrt{21}}{3}, \frac{9+2\sqrt{21}}{3} \right]$; C $B = [1, 2]$; D $B = (1, 2)$; E $B = [-3, 3]$

108

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care valorile funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - ax + 1}{x^2 + 1}$, sunt cuprinse în intervalul $(0, 3)$, este:

- A $(-4, 4)$; B $(-\infty, -4)$; C $(0, 3)$; D $(-2, 2)$; E $\{-2, 2\}$

109

Numărul soluțiilor $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ale ecuației $2|x - 2| + 3|y - 3| = 0$ este:

- A 0; B 1; C 2; D 4; E o infinitate

110

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 2x$ este:

- A $[-1, 3]$; B $(0, \infty)$; C $[2, \infty)$; D $[-2, 2]$; E $(-\infty, 2]$

111

Soluția ecuației $(3 - 2\sqrt{2})^x - 2(\sqrt{2} - 1)^x = 3$ este:

- A -1 ; B $\ln 2$; C 2 ; D $\log_2(3 - 2\sqrt{2})$; E $\frac{1}{\log_3(\sqrt{2}-1)}$.

112

Soluția ecuației $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{6}\right)^x + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^x = 1$ este:

- A orice număr real; B 1; C 0; D $-\frac{1}{2}$; E ecuația nu are soluție

113

Ecuația $(5 + \sqrt{24})^{\sqrt{x+1}} + (5 - \sqrt{24})^{\sqrt{x+1}} = 98$ are mulțimea soluțiilor:

- A $\{3\}$; B $\{-3; 3\}$; C $\{-3\}$; D $\{\sqrt{3}; 3\}$; E $\{\frac{1}{3}; 3\}$

Fie $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\log_x 2 \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \log_x 8} + \dots + \frac{1}{\log_x 2^n \log_x 2^{n+1}}$, unde $n \geq 5$ este un număr întreg.

114 $f(\frac{1}{2})$ este:

- A** $\frac{n}{n+1}$ **B** 1 **C** $\frac{n+1}{n}$ **D** $\frac{1}{2} \frac{n+1}{n}$ **E** $2 \frac{n+1}{n}$

115 Soluția ecuației $f(x) = \frac{4n}{n+1}$ este:

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1}{4}$ **C** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **D** 4 **E** $\frac{1}{2^n}$

116

Mulțimea soluțiilor sistemului de ecuații $\begin{cases} x^2 + y^2 = 425 \\ \lg x + \lg y = 2 \end{cases}$ este:

- A** $\{(1; 1)\}$ **B** $\{(1; 1)\}; (10; 10)\}$ **C** $\{(20; 5); (5; 20)\}$ **D** $\{(1; 10); (10; 1)\}$
E $\{(20; 5)\}$

117

Soluțiile ecuației $\log_{2x} 4x + \log_{4x} 16x = 4$ aparțin mulțimii:

- A** $\{3\}$ **B** $\{2\}$ **C** $\left[\frac{1}{2\sqrt{2}}, 2\right]$ **D** $\{\log_2 3\}$ **E** $(2, \infty)$

118

Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg((x^3 - x - 1)^2) < 2 \lg(x^3 + x - 1)$ este:

- A** \mathbb{R} **B** $(0, \infty)$ **C** $(1, \infty)$ **D** $(0, 1)$ **E** alt răspuns

Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 9^x - 5^x - 4^x$.

119 Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) = 0$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

120

Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) - 2\sqrt{20^x} = 0$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

121

Mulțimea soluțiilor ecuației $\log_3 x^2 - 2 \log_{-x} 9 = 2$ este:

- A** $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0, x \neq -1\}$ **B** $\{-9\}$ **C** \emptyset **D** $\{9\}$ **E** $\{-\frac{1}{3}, -9\}$

Se consideră funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln(x+a)}{\sqrt{x}}$, $a \in \mathbb{R}$.

122 Domeniul de definiție al funcției este:

- A** $(0, \infty)$ **B** $(0, \infty) \setminus \{1\}$ **C** (a, ∞) **D** $(-a, \infty)$ **E** $(\frac{-a+|a|}{2}, \infty)$

123 Multimea valorilor lui a pentru care $f(x) > 0$, pentru orice $x \in D$ este:

- A** $(-\infty, 0)$ **B** $(-1, 1)$ **C** $[1, \infty)$ **D** $(2, \infty)$ **E** alt răspuns

124

Dacă $\log_6 2 = a$, atunci valoarea lui $\log_6 324$ este:

- A** $a + 3$ **B** $5a - 2$ **C** $4 - 2a$ **D** $a^2(2 - a)^4$ **E** $3 + 2a$

125

Fie $a = \lg 2$ și $b = \lg 3$. Dacă $x = 3^{\log_{27}(\lg 150)^3}$ atunci:

- A** $x = 3 - 2b + a$ **B** $x = 2 + b - a$ **C** $x = 1$ **D** $x + 1 = a + b$ **E** $x = 81ab$

126

Soluția S a sistemului $\begin{cases} 2^x 5^y = 250 \\ 2^y 5^x = 40 \end{cases}$ este:

- A** $S = \emptyset$ **B** $S = \{(1, 3)\}$ **C** $S = \{(1, 0), (1, 3)\}$ **D** $S = \{(1, 0)\}$
E $S = \{(-1, 1), (1, 0)\}$

127

Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2}$ este:

- A** 1 **B** 3 **C** 2 **D** $\sqrt{5}$ **E** $2\sqrt{5}$

128

Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{50} + 7} - \sqrt[3]{\sqrt{50} - 7}$ este:

- A** $2\sqrt{50}$ **B** 2 **C** 1 **D** 3 **E** $\sqrt{50}$

129

Multimea valorilor parametrului real m , pentru care ecuația $X^4 - mX^2 - 4 = 0$ admite rădăcina reală $\sqrt[4]{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt[4]{3 + 2\sqrt{2}}$, este:

- A** \emptyset **B** $\{0\}$ **C** $\{4\}$ **D** $\{1\}$ **E** $\{-4, 4\}$

130

Știind că a este rădăcina reală a ecuației $x^3 + x + 1 = 0$, să se calculeze

$$\sqrt[3]{(3a^2 - 2a + 2)(3a^2 + 2a)} + a^2.$$

- A** $a + 1$ **B** 1 **C** 3 **D** 2 **E** a

131

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$m9^x + 4(m-1)3^x + m > 1$$

oricare ar fi x real este:

- A** $(-\infty, 1)$ **B** $[1, \infty)$ **C** $(0, \infty)$ **D** $(1, \infty)$ **E** \emptyset

132

Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg((x-1)^{10}) < 10 \lg x$ este:

- A** \mathbb{R} **B** $(0, \infty)$ **C** $(0, 1) \cup (1, \infty)$ **D** $(\frac{1}{2}, 1) \cup (1, \infty)$ **E** \emptyset

133

Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_x(1+x) + \log_{x^2}(1+x) + \log_{x^4}(1+x) \geq \frac{7}{4}$ este:

- A** $(0, 1) \cup (1, \infty)$ **B** $(1, \infty)$ **C** $(0, \infty)$ **D** \emptyset **E** \mathbb{R}

134

Valoarea sumei $S_n = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este:

- A** $\frac{n}{3n+1}$ **B** $\frac{3n}{3n+1}$ **C** $\frac{n+1}{3n+1}$ **D** $\frac{n-1}{3n+1}$ **E** $\frac{n}{3(3n+1)}$

135

Suma $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n}{(n+1)!}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

- A** $\frac{1}{n+1}$ **B** $\frac{2n-1}{2}$ **C** $\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}$ **D** $\frac{n^2}{(n+1)!}$ **E** $\frac{n}{n+1}$

136

Suma $\sum_{k=3}^n A_k^3 C_n^k$ are valoarea:

- A** $8C_n^3$ **B** $2^n A_n^3$ **C** $A_n^3 2^{n-3}$ **D** $2^{n-2} C_{n+1}^3$ **E** 3^n

137

Suma $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

- A** $n2^{n-1}$ **B** $n2^n - 1$ **C** n **D** $\frac{n(n+1)}{2}$ **E** alt răspuns

138

Suma $\sum_{k=1}^n \frac{kC_n^k}{C_n^{k-1}}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

- A** $\frac{n(n+1)}{2}$ **B** $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ **C** $\frac{n(n+1)(2n+1)}{4}$ **D** $n(2n-1)$ **E** $n^3 - n^2 + n$

139

Soluția ecuației $A_x^6 - 24xC_x^4 = 11A_x^4$ aparține mulțimii:

- A** $[5, 7]$ **B** $[8, 10)$ **C** $\{10\}$ **D** $\{4\}$ **E** $\{6\}$

140

Să se determine termenul independent de a al dezvoltării $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$.

- A** C_{17}^6 **B** C_{17}^7 **C** C_{17}^8 **D** C_{17}^{10} **E** C_{17}^{11}

141

O progresie aritmetică crescătoare $(a_n)_{n \geq 1}$ verifică relațiile $a_9 + a_{10} + a_{11} = 15$ și $a_9 a_{10} a_{11} = 120$. Suma primilor 20 de termeni din progresie este:

- A** 150 **B** 100 **C** 120 **D** 110 **E** 160

142

Ecuația $x^3 - (4 - i)x^2 - (1 + i)x + a = 0$, $a \in \mathbb{R}$, are o rădăcină reală dacă și numai dacă a aparține multimii:

- A** $\{1, 2\}$ **B** $\{0, 1\}$ **C** $\{-1, 4\}$ **D** $\{0, 4\}$ **E** \mathbb{R}

143

Pentru ce valori ale parametrului real b ecuația

$$x^3 + a(a+1)x^2 + ax - a(a+b) - 1 = 0$$

admete o rădăcină independentă de a ?

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** a **E** -1

144

Numerele reale nenule a, b, c sunt rădăcinile ecuației $x^3 - ax^2 + bx + c = 0$.

În acest caz tripletul (a, b, c) este:

- A** $(1, 1, 1)$ **B** $(-1, -1, -1)$ **C** $(1, -1, 1)$ **D** $(1, -1, -1)$ **E** alt răspuns

145

Care este valoarea parametrului rațional m , dacă ecuația

$$x^4 - 7x^3 + (13+m)x^2 - (3+4m)x + m = 0$$

admete soluția $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ și soluțiile x_3 și x_4 verifică relația $x_3 = 2x_4$?

- A** -1 **B** $\frac{3}{4}$ **C** $\frac{5}{3}$ **D** 2 **E** 4

146

Soluțiile ecuației $z\bar{z} + 2(z - \bar{z}) = 20 + 8i$, $z \in \mathbb{C}$, sunt:

- A** $\pm 2 + 4i$ **B** $\pm 4 + 2i$ **C** $4 + 2i$ **D** $4 - 2i$ **E** alt răspuns

147

Fie x_1, x_2, \dots, x_n rădăcinile ecuației $x^n - 3x^{n-1} + 2x + 1 = 0$. Valoarea sumei

$$S = \sum_{k=1}^n \frac{x_k}{x_k - 1}$$

este:

- A** $3n - 5$ **B** $2n + 1$ **C** $\frac{n}{n-1}$ **D** $\frac{n(n+1)}{n^2+n-1}$ **E** 0

148

Valoarea lui m pentru care ecuația $x^3 - 6x^2 + 11x + m = 0$ are rădăcinile în progresie aritmetică aparținete multimii:

- A** $[-1, 1]$ **B** $[2, 4]$ **C** $[-4, -2]$ **D** $[-7, -5]$ **E** $[5, 6]$

149

Dacă ecuația $2x^3 + mx^2 + 4x + 4 = 0$ admite o rădăcină reală dublă, atunci m aparține mulțimii:

- A [−5, 0] B [0, 2] C [−8, −5] D {3} E $(6, \infty)$

150

Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $x^3 - 28x + m = 0$ are o rădăcină egală cu dublul altei rădăcini este:

- A {48} B {−48} C $\mathbb{R} \setminus \{48\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-48\}$ E {−48, +48}

151

Sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \end{cases}$ are:

- A o soluție B două soluții C trei soluții D patru soluții E șase soluții

152

Se consideră ecuația $x^4 - 5x^3 + ax^2 - 7x + 2 = 0$ cu a parametru real. Valoarea sumei $\sum_{i=1}^4 \frac{1}{x_i}$, unde x_i sunt rădăcinile ecuației, este

- A $-\frac{7}{2}$ B $-\frac{3}{2}$ C 0 D $\frac{3}{2}$ E $\frac{7}{2}$

153

Valorile parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care suma a două rădăcini ale ecuației $x^4 + 10x^3 + mx^2 + 50x + 24 = 0$ este egală cu suma celorlalte două rădăcini aparțin mulțimii:

- A [0, 10] B [−4, −1] C {5} D [30, 40] E [−1, 1]

Fie $(x+1)(x^2+2)(x^2+3)(x^2+4)(x^2+5) = \sum_{k=0}^9 A_k x^k$.

154

$\sum_{k=0}^9 A_k$ este:

- A 720 B 724 C 120 D 600 E alt răspuns

155

$\sum_{k=0}^4 A_{2k}$ este:

- A 360 B 120 C 100 D 240 E 300

156

Fie polinomul $P \in \mathbb{C}[X]$, $P = X^3 + pX + q$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 . Să se determine polinomul cu rădăcinile x_1^2, x_2^2, x_3^2 .

- A $X^3 + 2pX^2 + p^2X - q^2$ B $X^3 + 2pX^2 - 4pX + q$ C $X^3 + 2pX^2 + p^2X + q^2$
 D $X^4 + qX^2 + 5$ E $X^3 - pX^2 + qX + q^2$

157

Restul împărțirii polinomului $1 + X + X^2 + \dots + X^{1998}$ la $1 + X$ este egal cu:

- A** 0 **B** -1 **C** 1 **D** 1997 **E** 1999

158

Polinomul $(X^2 + X - 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 - 1$ dacă și numai dacă:

- A** $n = 2k, k \in \mathbb{N}^*$ **B** $n = 3k, k \in \mathbb{N}^*$ **C** $n = 2k - 1, k \in \mathbb{N}^*$ **D** $n = 3k + 1, k \in \mathbb{N}^*$
E $n = 3k + 2, k \in \mathbb{N}^*$

159

Polinomul $(X^2 + X + 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 + 1$ dacă și numai dacă:

- A** $n = 3k, k \in \mathbb{N}^*$ **B** $n = 4k, k \in \mathbb{N}^*$ **C** $n = 4k + 1, k \in \mathbb{N}$ **D** $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}^*$
E $n = 4k + 3, k \in \mathbb{N}^*$

160

Multimea valorilor parametrului real a , pentru care ecuația $x^3 + ax + 1 = 0$ are toate rădăcinile reale și ele verifică relația $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 18$, este:

- A** $\{-12\}$ **B** $\{3\}$ **C** $\{-3\}$ **D** $\{-3, 3\}$ **E** \emptyset

161

Multimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$x(x-1)(x-2)(x-3) = m$$

are toate rădăcinile reale este:

- A** $[-1, 9/4]$ **B** $[-1, 9/16]$ **C** $[-1, 9]$ **D** $[1, 1/16]$ **E** \emptyset

162

Restul împărțirii polinomului $P(X) = X^{100} + X^{50} - 2X^4 - X^3 + X + 1$ la polinomul $X^3 + X$ este:

- A** $X + 1$ **B** $2X^2 + 1$ **C** $2X^2 - 2X - 1$ **D** $2X^2 + 2X + 1$ **E** $X^2 + 1$

163

Se consideră polinoamele cu coeficienți complecsi $P(X) = a_0 + a_1X + \dots + a_nX^n$ și $Q(X) = b_0 + b_1X + \dots + b_mX^m$. Știind că polinomul $Q(X)$ se divide cu $X - 1$, să se determine suma coeficienților polinomului $P(Q(X))$.

- A** $\sum_{i=0}^n a_i$ **B** $\left(\sum_{i=0}^n a_i\right) \left(\sum_{i=0}^m b_i\right)$ **C** $a_n b_m$ **D** a_0 **E** $a_0 b_0$

164

Un polinom de grad mai mare sau egal cu 2, împărțit la $X - 1$ dă restul 3 și împărțit la $X + 1$ dă restul -5. Restul împărțirii la $X^2 - 1$ este:

- A** -15 **B** $3X - 5$ **C** $-3X + 5$ **D** $4X - 1$
E nu se poate determina din datele problemei

165

Restul împărțirii polinomului $X^{400} + 400X^{399} + 400$ la polinomul $X^2 + 1$ este:

- A** $400X + 401$ **B** $400X - 399$ **C** $-400X + 401$ **D** $-400X + 399$ **E** 0

Fie numărul complex $z = 1 + i$.

166

Numărul complex $\frac{1}{z}$ este:

- A** $-1 - i$ **B** $1 - i$ **C** $\frac{1-i}{2}$ **D** $\frac{1+i}{2}$ **E** Alt răspuns

167

Dacă z^n este real, pentru o anume valoare $n \in \mathbb{N}^*$, atunci numărul complex z^{2n} este:

- A** i^n **B** -1 **C** 1 **D** 2^n **E** $(\sqrt{2})^n$

168

Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Dacă $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}$ și $|z_1| = |z_2| = 1$, atunci $|z_1 - z_2|$ este:

- A** 2 **B** 1 **C** $\sqrt{3}$ **D** $\sqrt{2}$ **E** $\sqrt{3} - 1$

169

Valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care rădăcinile x_1, x_2, x_3 ale ecuației $x^3 + x + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, verifică relația $x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 = 10$ este:

- A** 1 **B** -1 **C** 3 **D** 2 **E** -2

170

Există matrice nenule $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel ca $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ dacă și numai dacă:

- A** $a = \sqrt{2}$ **B** $a \in \{-3, 2\}$ **C** $a \in \{-1, 1\}$ **D** $a \in \mathbb{R}^*$ **E** $a \in \{-2, 2\}$

171

Dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuației $x^3 - 2x^2 + 2x + 6 = 0$, atunci valoarea determinantului

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$$

este:

- A** 6 **B** 4 **C** 2 **D** 0 **E** -2

172

Dacă $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ este o matrice inversabilă astfel ca $A + A^{-1} = 2I_n$, atunci are loc egalitatea:

- A** $A = 3I_n$ **B** $A^3 + A^{-3} = 2I_n$ **C** $A = -A$ **D** $A^2 + A^{-2} = I_n$ **E** $A - A^{-1} = 2I_n$

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 rădăcinile polinomului $P = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$.

- 173** $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ este:

A -1 **B** 1 **C** -2 **D** 1/2 **E** 0

- 174** $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ este:

A 1 **B** -1 **C** -2 **D** -4 **E** 0

- 175** $x_1^8 + x_2^{18} + x_3^{28} + x_4^{38}$ este:

A 1 **B** -2³ **C** 2⁴ **D** -1 **E** 4(1 + i)

- 176** Numărul soluțiilor ecuației $X^2 = I_2$ în $\mathcal{M}_2(\mathbb{N})$ este:

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 16

Se consideră ecuația matriceală $X^2 = 2X + 3I_2$, $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

- 177** X^3 este:

A $7X + 6I_2$ **B** $6X + 7I_2$ **C** I_2 **D** X **E** $8X + 9I_2$

- 178** Numărul soluțiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ ale ecuației este:

A 0 **B** 2 **C** 8 **D** 16 **E** infinit

- 179** Fie $A \in M_{3,2}(\mathbb{C})$. Atunci $\det(A \cdot A^T)$ este:

A strict pozitiv **B** strict negativ **C** zero **D** de modul 1 **E** 1

Se dă ecuația: $X^n = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$, $X \in M_2(\mathbb{R})$.

- 180** Determinantul matricei $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ este:

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

- 181** Câte soluții are ecuația pentru n impar?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** n **E** o infinitate

- 182** Câte soluții are ecuația pentru n par?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** n **E** o infinitate

183

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul $x + y + z = 0$, $x + 2y + az = 0$, $x + 4y + a^2z = 0$ are soluție nebanală, este:

- A** \mathbb{R} **B** $\mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$ **C** $\{1, 3\}$ **D** $\{1, 2\}$ **E** $\{2, 3\}$

184

Dacă $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $n \in \mathbb{N}^*$, atunci:

- A** $A^n = (a^2 + bc)I_2$ **B** $A^n = (a^2 + bc)^n I_2$ **C** $A^{2n} = (a^2 + bc)^n I_2$
D $A^{2n+1} = (a^2 + bc)^n I_2$ **E** $A^{2n} = (a^2 + bc)^n A$

185

Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care sistemul de ecuații

$$\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \end{cases}$$

este compatibil este:

- A** \mathbb{R} **B** \emptyset **C** $\{-2, 1\}$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$ **E** $\{-2\}$

186

Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ verifică relația $A^3 = pA^2 + qA$ pentru:

- A** $p = -2, q = 3$ **B** $p = -2, q = 2$ **C** $p = 3, q = -2$ **D** $p = -3, q = 2$
E $p = 1, q = 1$

187

Mulțimea valorilor reale ale lui m , pentru care sistemul

$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + 2my + z = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

este compatibil determinat și soluția (x, y, z) verifică relația $x + y \geq z$, este:

- A** $(-\infty, 1]$ **B** $[-1, \infty)$ **C** $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}] \cup (1, \infty)$ **D** $(0, 1)$ **E** $(-1, 1)$

188

Mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$, pentru care determinantul

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & -1 & 2 \\ 1 & x^3 & -1 & 8 \\ 1 & x^2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

este nul, este:

- A** $\{-1, 1, 2\}$ **B** $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1, -2\}$ **C** $\{-1, 1, -2\}$ **D** \emptyset **E** $\{1\}$

189

Pe \mathbb{R} se definește legea de compoziție: $x * y = xy - ax + by$. Numerele $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care $(\mathbb{R}, *)$ este monoid sunt:

- A** $a = b \neq 0$ **B** $a = 0, b = 1$ **C** $a = b = 0$ sau $a = -1, b = 1$ **D** $a = -1, b = 0$
E nu există astfel de numere

190

Fie grupurile (\mathbb{C}^*, \cdot) și (\mathbb{R}^*, \cdot) . Să se determine $a \in \mathbb{R}^*$ și $b \in \mathbb{R}$ astfel ca funcția $f : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$, $f(z) = a|z| + b$, să fie morfism de grupuri.

- A** $a = 2, b = 1$ **B** $a = -1, b = 1$ **C** $a = 1, b = 0$ **D** $a = -2, b = 3$ **E** $a = 0, b = 5$

191

Mulțimea elementelor inversabile ale monoidului $(\mathbb{Z}[i], \cdot)$ este:

- A** $\{-2, 2\}$ **B** $\{-1, 1, -i, i\}$ **C** $\{1 - i, 1 + i\}$ **D** $\{1, i, 2i, -2\}$ **E** \emptyset

192

Fie $m \in \mathbb{Z}$ și operația $*$ definită prin $x * y = xy + mx + my + a$. Valoarea lui a pentru care operația $*$ definește o structură de monoid pe \mathbb{Z} este:

- A** $1 - m$ **B** m^2 **C** $m - 1$ **D** 0 **E** $m^2 - m$

Pe mulțimea numerelor reale \mathbb{R} se definește legea de compoziție " $*$ " prin $x * y = xy - 2x - 2y + \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

193

Legea " $*$ " este asociativă pentru:

- A** $\lambda = 1$ **B** $\lambda = 2$ **C** $\lambda = -1$ **D** $\lambda = -3$ **E** $\lambda = 6$

194

Mulțimea $M = (2, \infty)$ este parte stabilă a lui \mathbb{R} în raport cu legea " $*$ " pentru:

- A** $\lambda = 2$ **B** $\lambda = 3$ **C** $\lambda < 3$ **D** $\lambda \geq 6$ **E** $\lambda > 6$

195

Legea " $*$ " are element neutru pentru:

- A** $\lambda = 4$ **B** $\lambda = 6$ **C** $\lambda = -6$ **D** $\lambda = 1$ **E** $\lambda = 0$

196

Legea de compoziție $x * y = \sqrt[n]{x^n + y^n}$, determină pe \mathbb{R} o structură de grup, dacă și numai dacă:

- A** $n = 1$ **B** $n = 3$ **C** $n = 2k, k \in \mathbb{N}^*$ **D** $n = 2k + 1, k \in \mathbb{N}^*$ **E** $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$

197

In monoidul $(\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}), \cdot)$ mulțimea elementelor inversabile este:

- A** $\{A \mid \det A \neq 0\}$ **B** $\{A \mid \det A = 1\}$ **C** $\{-I_2, I_2\}$
D $\{A \mid \det A^2 = 0\}$ **E** $\{A \mid \det A \in \{-1, 1\}\}$

198

Să se determine grupul $(G, *)$, știind că funcția

$$f : (0, \infty) \rightarrow G, \quad f(x) = x + 1,$$

este un izomorfism al grupurilor $((0, \infty), \cdot)$ și $(G, *)$.

- | | |
|---|--|
| A $G = (0, \infty)$ și $x * y = xy$
C $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy - x - y + 2$
E $G = (1, \infty)$ și $x * y = x + y - 1$ | B $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy$
D $G = \mathbb{R}$ și $x * y = x + y$ |
|---|--|

199

Se consideră grupurile $G = (\mathbb{R}, +)$ și $H = (\mathbb{R}, *)$, unde $x * y = x + y + 1$. Funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = ax + b$ este izomorfism de la G la H , dacă și numai dacă:

- | | | | |
|---|-----------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| A $a = b = 1$
E $a = 1$, și $b = 0$ | B $a = -1$, $b = 1$ | C $a \neq 0$, $b = -1$ | D $a = 1$, $b \neq 0$ |
|---|-----------------------------|--------------------------------|-------------------------------|

Fie monoidul (M, \cdot) unde $M = \{A_a \mid a \in \mathbb{R}\}$ cu $A_a = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$.

200

Matricea $A_1 \cdot A_1$ este:

- | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------------|
| A A_1 | B A_2 | C A_3 | D A_4 | E A_{-1} |
|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------------|

201

Elementul unitate este:

- | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------------------|-------------------|
| A I_3 | B A_1 | C A_0 | D $A_{\frac{1}{2}}$ | E A_{-1} |
|----------------|----------------|----------------|----------------------------|-------------------|

202

Inversul elementului A_1 este:

- | | | | | |
|----------------------------|----------------|----------------------------|----------------|-------------------|
| A $A_{\frac{1}{4}}$ | B A_4 | C $A_{\frac{1}{2}}$ | D A_2 | E A_{-1} |
|----------------------------|----------------|----------------------------|----------------|-------------------|

Pe \mathbb{R} se consideră legea de compoziție $x * y = ax + by + c$, $a \neq 0, b \neq 0$.

203

* este asociativă dacă și numai dacă

- | | | | |
|-------------------------|--|--------------------------|------------------------------|
| A $a = b, c = 0$ | B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ | C $a = b = c = 2$ | D $a = b = -1, c = 2$ |
| E alt răspuns | | | |

204

* este asociativă și admite element neutru dacă și numai dacă

- | | | |
|-----------------------------|--|--------------------------|
| A $a = b = 1, c = 0$ | B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ | C $a = b = c = 2$ |
| D $a = b = 2, c = 0$ | E alt răspuns | |

205

$(\mathbb{R}, *)$ este grup dacă și numai dacă

- | | | |
|-----------------------------|--|--------------------------|
| A $a = b = 1, c = 0$ | B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ | C $a = b = c = 2$ |
| D $a = b = 2, c = 0$ | E alt răspuns | |

206

Funcția $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = ax$ este automorfism al grupului $(\mathbb{Z}, +)$ dacă și numai dacă:

- A** $a = 1$, **B** $a = -1$ **C** $a \in \{-1, 1\}$ **D** $a \in \mathbb{Z}^*$ **E** $a \in \{0, 1\}$

207

Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$, $a, b \in \mathbb{R}$. Mulțimea perechilor $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care imaginea funcției f este $\text{Im } f = [-3, 1]$ este:

- A** $\{(0, 0)\}$ **B** $\{(1, -\sqrt{2})\}$ **C** $\{(2\sqrt{3}, -2), (-2\sqrt{3}, -2)\}$ **D** $\left\{\left(\frac{1}{2}, \sqrt{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, \sqrt{2}\right)\right\}$
E $\{(0, 1), (1, 0)\}$

208

Imaginea funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + x + 1}$, $a \in \mathbb{R}$, este inclusă în intervalul $[0, 2]$, dacă:

- A** $a \geq 3$ **B** $a \leq -2$ **C** $a \in [-1, 0)$ **D** $a \in [0, 2]$ **E** $a \in (-2, -1)$

209

Mulțimea valorilor lui x , pentru care este definit radicalul $\sqrt[6-x^2]{x}$, conține:

- A** 5 elemente **B** 7 elemente **C** un interval **D** 4 elemente **E** nici un element

210

Mulțimea numerelor complexe z care verifică ecuația $z^2 - 2|z| + 1 = 0$ este:

- A** $\{-1, 1\}$ **B** $\{1 - i, i + 1\}$ **C** $\{-1, 1, (\sqrt{2} - 1)i, (1 - \sqrt{2})i\}$
D $\{-1, 1, 1 - i\}$ **E** \emptyset

211

Se consideră ecuația $ax^2 + bx + c = 0$, unde a, b, c sunt numere întregi impare. Care din următoarele afirmații este adevărată?

- | | |
|--|--|
| A ecuația are o rădăcină pară
C ecuația are două rădăcini pare
E ecuația are două rădăcini impare | B ecuația are o rădăcină impară
D ecuația nu are rădăcini întregi |
|--|--|

212

Ecuația $\sqrt{mx^2 + x + 1} + \sqrt{mx^2 - x + 1} = x$ are soluții reale dacă și numai dacă:

- A** $m = 0$ **B** $m = 1$ **C** $m = \frac{1}{2}$ **D** $m = \frac{1}{4}$ **E** $m > 0$

213

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația

$$x^4 + 4x^3 + ax^2 + 4x + 1 = 0$$

are toate rădăcinile reale este:

- A** $(-\infty, -10]$ **B** $(-\infty, -10] \cup \{6\}$ **C** $[4, \infty)$ **D** $\{0\}$ **E** \emptyset

214

Soluțiile ecuației $1 - 3^{x-1} + 2^{\frac{x}{2}} - 2^{\frac{x}{2}} 3^{\frac{x-1}{2}} = 0$ aparțin mulțimii:

- A** $[-3, 0]$ **B** $[0, 2]$ **C** $\{0; -2\}$ **D** $[3, \infty)$ **E** $\{\frac{1}{2}\}$

215

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\log_a(x^2 + 4) \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$, este:

- A** $(1, 2]$ **B** $[-2, 0)$ **C** $(0, 4]$ **D** $[2, 3]$ **E** $(1, 3)$

216

Soluția x a ecuației $\log_x(x+1) + \log_{x^3}(x^3+1) = 2 \log_{x^2}(x^2+1)$ verifică:

- A** $x \in [0, 1)$ **B** $x \in \emptyset$ **C** $x \in (2, 3)$ **D** $x \in (3, 4)$ **E** $x \in (1, 2)$

217

Cel mai mare termen al dezvoltării binomului $(1 + \sqrt{2})^{100}$ este:

- A** T_{57} **B** T_{58} **C** T_{59} **D** T_{60} **E** T_{61}

218

Fie m, n, p numere naturale nenule, $m \neq n$. Dacă într-o progresie aritmetică avem $a_n = m$, și $a_m = n$, atunci a_p este egal cu:

- A** $m + n - p$ **B** $p - m - n$ **C** $m + n - 2p$ **D** $2p - m - n$ **E** $m + n + p$

Fie polinomul $P(x) = x^3 - x^2 - x + a$, unde a este un parametru real.

219

Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină dublă întreagă este:

- A** $a = 1$ **B** $a = -1$ **C** $a = 2$ **D** $a = \frac{1}{2}$ **E** $a = -\frac{3}{2}$

220

Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină triplă întreagă este:

- A** $a = 1$ **B** nu există un astfel de a **C** $a = -1$ **D** $a = 2$ **E** $a = -2$

Fie $x_n = (2 + \sqrt{3})^n, n \in \mathbb{N}^*$.

221

Câte perechi $(a_n, b_n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ cu proprietatea $x_n = a_n + b_n\sqrt{3}$ există pentru n fixat?

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** o infinitate

222

Valoarea lui $a_n^2 - 3b_n^2$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** $\sqrt{3}$

223

Câte soluții are ecuația $x^2 = 3y^2 + 1$ în $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$?

- A** 1 **B** 3 **C** 5 **D** 6 **E** o infinitate

224

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 și x_5 rădăcinile ecuației $x^5 + x^4 + 1 = 0$.

Valoarea sumei $\sum_{i=1}^5 \frac{1}{x_i^4}$ este:

- A** -4 **B** -3 **C** -2 **D** -1 **E** 0

Ecuatia $x^4 - 8x^3 + ax^2 - bx + 16 = 0$ are toate rădăcinile pozitive, $a, b \in \mathbb{R}$.

225 Media aritmetică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

- A** 1 **B** 2 **C** 0 **D** 4 **E** 8

226 Media geometrică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

- A** 2 **B** 1 **C** 4 **D** 0 **E** 16

227 Valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația are toate rădăcinile reale și pozitive sunt:

- A** $a = 1, b = 0$ **B** $a = 24, b = 32$ **C** $a = 24, b = 1$ **D** $a = 32, b = 24$
E $a = 1, b = 32$

228

Fie $\alpha \in \mathbb{C}$ astfel ca $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ o matrice, $A \neq O_2$, astfel încât

$$\det(I_2 - A) \cdot \det(\alpha I_2 - A) = \alpha^2.$$

Valoarea lui $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2)$ este:

- A** -1 **B** 0 **C** 2 **D** α **E** 1

229

Dacă $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $A \neq O_2$ și există $n \geq 6$ astfel ca $A^n = O_2$, atunci valoarea minimă a lui $p \in \mathbb{N}^*$ pentru care $A^p = O_2$ este:

- A** 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

230

Multimea $G = \{z \in \mathbb{C} \mid az^n = b\}$, $a \in \mathbb{C}^*$, $b \in \mathbb{C}$, este un subgrup al grupului (\mathbb{C}^*, \cdot) dacă:

- A** $b = 0$ **B** $a = b$ **C** $|a| = |b|$ **D** $a = -b$ **E** $a^n = b$

231

Câte elemente inversabile are monoidului $(\mathbb{Z}[\sqrt{2}], \cdot)$?

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 4 **E** o infinitate

232

Funcția $f(x, y) = \frac{ax + by}{1 + xy}$, $a, b \in \mathbb{R}$, este o lege de compozitie pe intervalul $(-1, 1)$ dacă:

- A** $a = b = 2$ **B** $a + b \in (-1, 1)$ **C** $a \in (-1, 1)$ și $b \in (-1, 1)$ **D** $a = b \in [-1, 1]$ **E** $a + b = 1$

233

Fie $x * y = \frac{x + y}{1 + xy}$, $x, y \in (-1, 1)$. Numărul $\frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \dots * \frac{1}{1000}$ este:

- A** $\frac{500499}{500502}$ **B** $\frac{500499}{500501}$ **C** $\frac{500500}{500501}$ **D** $\frac{500501}{500502}$ **E** $\frac{500400}{500501}$

Fie multimea $A = \{1, 2, \dots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

234 au 4 elemente, îl conțin pe 2 și nu îl conțin pe 3:

- A** C_6^3 **B** C_7^3 **C** C_8^3 **D** C_6^4 **E** alt răspuns

235 cel mai mic element al fiecarei submulțimi este 1:

- A** C_6^3 **B** C_7^3 **C** C_8^3 **D** $2^8 - 1$ **E** alt răspuns

Fie multimea $A = \{1, 2, \dots, 8\}$. În câte moduri se poate scrie A ca reuniune a două mulțimi disjuncte și:

236 nevide?

- A** $2^8 - 1$ **B** C_8^2 **C** $2^7 - 1$ **D** $(C_8^2)^2$ **E** $2^8 - 2$

237 având număr egal de elemente?

- A** C_7^3 **B** C_8^4 **C** $(C_8^4)^2$ **D** 2^4 **E** 2^5

Fie multimea $A = \{1, 2, \dots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

238 nu conțin numere pare:

- A** 15 **B** 16 **C** 32 **D** 127 **E** 128

239 conțin cel puțin un număr impar:

- A** 127 **B** 128 **C** 129 **D** 240 **E** 255

240 conțin atât numere pare cât și impare:

- A** 225 **B** 235 **C** 245 **D** 255 **E** alt răspuns

Un număr de 8 bile numerotate de la 1 la 8 se distribuie în 4 cutii etichetate A, B, C, D . În câte moduri se poate face distribuirea dacă se admit cutii goale și:

241 se distribuie toate bilele?

- A** 2^{12} **B** 2^{15} **C** 2^{16} **D** 5^8 **E** C_8^4

242 nu este obligatoriu să se distribuie toate bilele?

- A** 2^{12} **B** 2^{15} **C** 2^{16} **D** 5^8 **E** C_8^4

Se consideră un zar obișnuit (un cub cu fețele numerotate de la 1 la 6) cu care se aruncă de două ori.

243

Probabilitatea de a obține aceeași valoare în ambele aruncări este:

A $\frac{1}{6}$

B $\frac{1}{36}$

C $\frac{1}{21}$

D $\frac{2}{7}$

E $\frac{5}{36}$

244

Probabilitatea ca valoarea de la a doua aruncare să fie mai mare decât cea de la prima aruncare este:

A $\frac{5}{6}$

B $\frac{5}{12}$

C $\frac{5}{18}$

D $\frac{5}{36}$

E $\frac{5}{72}$

245

Dacă știm că la a doua aruncare s-a obținut un număr mai mare decât cel de la prima aruncare, atunci probabilitatea ca la prima aruncare să fi obținut 3 este:

A $\frac{1}{3}$

B $\frac{1}{4}$

C $\frac{1}{5}$

D $\frac{1}{6}$

E $\frac{1}{12}$

* * *

Analiză matematică

246

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2} \right) \text{ este:}$$

- A** $\frac{1}{2}$ **B** 4 **C** 1 **D** ∞ **E** 0

247

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \sin \frac{x}{2^n} \right)^{2^n} \text{ este:}$$

- A** e **B** $\frac{2}{x}$ **C** e^x **D** e^{-x} **E** $\frac{1}{e}$

248

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\ln n} (\sqrt[n]{n} - 1) \text{ este:}$$

- A** 1 **B** e **C** ∞ **D** 0 **E** $\frac{1}{e}$

249

Se dă sirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n \geq 0}$ prin relațiile:

$a_0 = 2$; $a_1 = 16$; $a_{n+1}^2 = a_n a_{n-1}$, $\forall n \geq 1$. Limita sirului $(a_n)_{n \geq 0}$ este:

- A** 1 **B** 2 **C** 4 **D** 8 **E** ∞

250

Se consideră sirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin: $x_{n+1} - a x_n + 2 = 0$, $x_0 = a$.

Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care sirul (x_n) este strict descrescător este:

- A** \emptyset **B** $(-1, 2)$ **C** $(-1, 1)$ **D** $(0, \infty)$ **E** $(0, 2)$

251

Fie $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ un număr fixat. Se consideră şirurile $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, $(b_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ definite prin $x_{n+1} = a^{\frac{1}{(n+1)!}} \cdot x_n^{\frac{1}{n+1}}$, $n \geq 1$, $x_1 = 1$, $b_n = \prod_{k=1}^n x_k$.

Limita $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ este:

- A** \sqrt{a} **B** a **C** a^2 **D** ∞ **E** 0

Se consideră şirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n + \frac{2}{x_n}$, $x_0 = 1$.

252

Limita şirului $(x_n)_{n \geq 0}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** e **D** ∞ **E** nu există

253

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{\sqrt{n}}$ este egală cu:

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** π **E** ∞

Se consideră şirul $(x_n)_{n \geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = e^{x_n} - 1$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

254

Numărul valorilor lui x_0 pentru care şirul este constant este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 5 **E** 10

255

Şirul este crescător dacă și numai dacă x_0 aparține multimii:

- A** $(-\infty, 0)$ **B** $[0, \infty)$ **C** $(-\infty, 0]$ **D** $(0, \infty)$ **E** \mathbb{R}

256

Dacă $x_0 > 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ este:

- A** ∞ **B** 0 **C** nu există **D** 1 **E** $2e$

257

Şirul este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține multimii:

- A** \emptyset **B** $\{0\}$ **C** $(-\infty, 0]$ **D** $(-\infty, 0)$ **E** $(0, \infty)$

258

Pentru $x_0 = -1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n$ este:

- A** -2 **B** -1 **C** 0 **D** 1 **E** nu există

Se consideră sirul $(x_n)_{n \geq 1}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1$, $x_1 \in \mathbb{R}$.

259 Dacă $x_{100} = 1$, atunci x_2 este:

- A** 1 **B** 0 **C** -1 **D** 2 **E** $\frac{1}{2}$

260 Sirul este convergent dacă și numai dacă x_1 aparține mulțimii:

- A** $[0, 1]$ **B** $(0, 1)$ **C** $\{0, 1\}$ **D** $\{1\}$ **E** $[-1, 1]$

261 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_1 x_2 \cdots x_n}{x_{n+1}}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** $+\infty$ **E** nu există

262 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n} \right)$ este:

- A** 1 **B** 2 **C** $\sqrt{2}$ **D** e **E** $+\infty$

263

Sirul $(x_n)_{n \geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = 2^{\frac{x_n}{2}}$, $x_0 \in \mathbb{R}$, are limita 2, dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

- A** $\{2\}$ **B** $[-2, 2]$ **C** $(-\infty, 2]$ **D** $[2, 4)$ **E** alt răspuns

Valorile limitelor următoare sunt:

264 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2}$

- A** 1 **B** 0 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 2 **E** ∞

265 $\lim_{n \rightarrow \infty} (2 - \sqrt[n]{2})^n$

- A** $\frac{1}{2}$ **B** 0 **C** 1 **D** 2 **E** ∞

266 $\lim_{n \rightarrow \infty} (2 - \sqrt{2})(2 - \sqrt[3]{2}) \cdots (2 - \sqrt[n]{2})$

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** $\sqrt{2}$ **E** e

267

Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ un sir de numere reale, astfel ca sirul

$$1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - a_n \ln n,$$

$n \geq 1$, să fie mărginit. Limita sirului $(a_n)_{n \geq 1}$ este:

- A** e **B** 0 **C** ∞ **D** 1 **E** $\frac{1}{e}$

268

Fie $a \in \mathbb{R}$ astfel încât sirul $(x_n)_{n \geq 1}$,

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1} \right) - a \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} \right),$$

să fie mărginit. Limita lui este:

- A** 0 **B** $\ln 2$ **C** 2 **D** $-\ln 2$ **E** $\frac{1}{2}$

269

Fie $\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n)$ constanta lui Euler.

Limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \left(e^{1+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n-1}} - 2e^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n}} \right)$ este:

- A** $-\frac{1}{2}e^{\frac{\gamma}{2}}$ **B** e^γ **C** $-\frac{\gamma}{2}$ **D** $-\frac{\gamma}{4}$ **E** $e^{\frac{\gamma}{2}}$

270

Valoarea limitei $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+(-1)^n}{3n-(-1)^n}$ este:

- A** 3 **B** 0 **C** ∞ **D** 1 **E** nu există, conform teoremei Stolz-Cesaro

271

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 1} - \sqrt[3]{n^3 - 1}$ este:

- A** 0 **B** $\frac{1}{2}$ **C** $\frac{2}{3}$ **D** 1 **E** $\frac{4}{3}$

272

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 3n + 1}{n^2 + 1} \right)^{\frac{n^2+n+1}{n+1}}$ este:

- A** e^6 **B** e^{-1} **C** e^{-3} **D** e^{-2} **E** e^9

273

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + e^{2n})}{\ln(1 + e^{3n})}$ este:

- A** 1 **B** $\frac{1}{3}$ **C** 2 **D** $\frac{2}{3}$ **E** $\ln 2$

274

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n + 1} \right)^{\frac{n+1}{n^2+1}}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** e **E** ∞

275

Limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \cdots - 2n}{3n + 1}$ este:

- A** $\frac{1}{3}$ **B** -2 **C** ∞ **D** $\frac{2}{3}$ **E** $-\frac{1}{3}$

276

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \frac{(k+1)^2}{k(k+2)}$$

este:

- A** 5 **B** 4 **C** 1 **D** 2 **E** 3

277

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)\sqrt{k} + k\sqrt{k+1}}$$

- A** 1 **B** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **C** $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ **D** ∞ **E** nu există

278

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})}$$

este:

- A** $-\frac{1}{3}$ **B** $-\frac{1}{2}$ **C** $\frac{1}{3}$ **D** $\frac{1}{6}$ **E** $\frac{1}{2}$

279

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$$

este:

- A** 0 **B** $\frac{1}{3}$ **C** $\frac{2}{3}$ **D** 1 **E** $\frac{4}{3}$

280

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k a_{k+1}}$, unde (a_k) , $k \in \mathbb{N}^*$, $a_1 > 0$, formează o progresie aritmetică cu rația $r > 0$, este:

- A** ∞ **B** $\frac{1}{a_1 r}$ **C** 1 **D** a_1 **E** 0

281

Fie $S_n = \sum_{k=2}^n \frac{k^2 - 2}{k!}$, $n \geq 2$. Alegeti afirmația corectă:

- A** $S_n < 3$ **B** $S_n > 3$ **C** $S_n = e$ **D** $S_n < 0$ **E** $S_n = e - \frac{1}{2}$

282

Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și fie $S_n = \sum_{k=1}^n k! \cdot (k^2 + 1)$. Atunci S_n este:

- A** $(n+1)! \cdot n$ **B** $2 \cdot n! \cdot n$ **C** $(n+1)!$ **D** $(n+1)! - n! + 1$ **E** $(n+1)! + n! - 1$

283

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{4k^2 - 1}$$

- A** $\frac{1}{4}$ **B** $\frac{1}{2}$ **C** 0 **D** -1 **E** nu există

284

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{6}{k(k+1)(k+3)}$$

A $\frac{2}{3}$

B $\frac{1}{3}$

C $\frac{7}{6}$

D 1

E $\frac{3}{2}$

285

Limita șirului $(x_n)_{n \geq 0}$, $x_n = \cos(\pi\sqrt{4n^2 + n + 1})$, este:

A $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B $\frac{1}{2}$

C 0

D nu există

E 1.

Se consideră șirul $(a_n)_{n \geq 1}$, unde $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{n^2 - 1}{a_n} + 2$, $n \geq 1$.

286

a_2 este:

A 1

B 2

C 3

D 4

E 5

287

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ este:

A 1

B 0

C ∞

D 2

E 3

288

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n a_k^3}{n^4}$ este:

A $\frac{1}{4}$

B 1

C 0

D 2

E 4

289

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n a_k^k}{n^{n+1}}$ este:

A 0

B e

C e^{-1}

D e^2

E 1

290

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{e^n n!}$ este:

A 0

B 1

C e

D \sqrt{e}

E ∞

291

Fie $p \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$, $q > 0$. Se cere valoarea limitei:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{qn+1}{qn} \frac{qn+p+1}{qn+p} \dots \frac{qn+np+1}{qn+np}.$$

A $\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

B $\sqrt[p]{\frac{p+q}{q}}$

C $\sqrt[p]{\frac{q}{p+q}}$

D $p \sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

E $p^2 \sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

292

Fie x_0 un întreg pozitiv. Se definește sirul $(x_n)_{n \geq 0}$ prin

$$x_{n+1} = \begin{cases} \frac{x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este par,} \\ \frac{1+x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este impar,} \end{cases} \quad n = 0, 1, \dots$$

Limita sirului $(x_n)_{n \geq 0}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** ∞ **D** e **E** Nu există pentru unele valori ale lui x_0

293

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} + \dots + \sqrt[n]{a} - n}{\ln n}, \quad a > 0, \quad \text{este:}$$

- A** 0 **B** $\ln a$ **C** ∞ **D** e **E** a

294

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} \right) \text{ este:}$$

- A** 1 **B** $\frac{7}{2}$ **C** $\frac{8}{3}$ **D** $\frac{3}{2}$ **E** 0

295

$$\text{Limita } \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{(2n)^k} \text{ este}$$

- A** 0 **B** 1 **C** $e^{\frac{1}{2}}$ **D** e^2 **E** ∞

296

$$\text{Fie } p_n = \prod_{k=1}^n \cos(2^{k-1}x), \quad x \neq k\pi. \quad \text{Atunci } \lim_{n \rightarrow \infty} p_n \text{ este:}$$

- A** 1 **B** $\frac{\cos x}{x}$ **C** 0 **D** $\frac{\sin x}{x}$ **E** nu există

297

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{n2^n + k} \text{ este:}$$

- A** 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 2 **E** ∞

298

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{kC_n^k}{n2^n + k} \text{ este:}$$

- A** 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 2 **E** ∞

299

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\cos n\pi}{n} \right)^n \text{ este:}$$

- A** ∞ **B** 0 **C** 1 **D** e **E** nu există

300

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + x^n(x^2 + 4)}{x(x^n + 1)}, \quad x > 0 \text{ este:}$$

- A $\frac{1}{x}$ B ∞ C x D $\frac{x^2+4}{x}$ E alt răspuns

301

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \arcsin \frac{k}{n^2} \text{ este:}$$

- A 0 B 1 C ∞ D $\frac{1}{2}$ E 2π

302

$$\text{Se consideră sirul } (x_n)_{n \geq 2}, \quad x_n = \sqrt[n]{1 + \sum_{k=2}^n (k-1)(k-1)!}.$$

$$\text{Limita } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n} \text{ este:}$$

- A ∞ B $\frac{1}{e}$ C 0 D 1 E e

303

Fie $x \in \mathbb{R}$. Notăm cu $\lfloor x \rfloor$ partea întreagă a numărului x . Limita sirului

$$x_n = \frac{\lfloor x \rfloor + \lfloor 3^2 x \rfloor + \cdots + \lfloor (2n-1)^2 x \rfloor}{n^3}, \quad n \geq 1,$$

este:

- A $\frac{x}{2}$ B 1 C 0 D $\frac{3x}{4}$ E $\frac{4x}{3}$

304

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \cdots + a^{\frac{n}{n}} \right), \quad \text{unde } a \in (1, \infty), \text{ este:}$$

- A $1 - \ln a$ B $1 + \ln a$ C $2 + \ln a$ D $- \ln a$ E $\ln a$

305

$$\text{Sirul } \sqrt[n]{2^n \sin 1 + 2^n \sin 2 + \cdots + 2^n \sin n}, \quad n = 2, 3, \dots, \text{ este:}$$

- A convergent B mărginit și divergent C nemărginit și divergent
D cu termeni negativi E are limită infinită

306

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 3}{3} + \cdots + \frac{\ln n}{n}}{\ln^2 n} \text{ este:}$$

- A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 2 E nu există

307

$$\text{Sirul } a_n = 1^9 + 2^9 + \cdots + n^9 - a n^{10}, \quad a \in \mathbb{R}, \text{ este convergent dacă:}$$

- A $a = 9$ B $a = 10$ C $a = 1/9$ D $a = 1/10$
E nu există un astfel de a

308

Fie sirul $(x_n)_{n \geq 1}$, $x_n = ac + (a+ab)c^2 + \cdots + (a+ab+\cdots+ab^n)c^{n+1}$.

Atunci, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{R}$ cu proprietățile $|c| < 1$, $b \neq 1$ și $|bc| < 1$, avem:

- | | | |
|--|---|--|
| A (x_n) nu este convergent
D $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{a+bc}{(1-ab)c}$ | B $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$
E $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{ac}{(1-bc)(1-c)}$ | C $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$ |
|--|---|--|

309

Pentru numărul natural $n \geq 1$, notăm cu x_n cel mai mare număr natural p pentru care este adevărată inegalitatea $3^p \leq 2008 \cdot 2^n$. Atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n}$ este:

- | | |
|---|--|
| A 0
B 1
C $\log_3 2$ | D 2008
E Limita nu există |
|---|--|

Fie $0 < b < a$ și $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ unde $x_0 = 1$, $x_1 = a + b$,

$$x_{n+2} = (a+b)x_{n+1} - abx_n, \quad n \in \mathbb{N}$$

310

Dacă $0 < b < a$ și $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$ atunci

- | | | |
|--------------------------------------|--|------------------------------|
| A $l = a$
B $l = b$ | C $l = \frac{a}{b}$
D $l = \frac{b}{a}$ | E nu se poate calcula |
|--------------------------------------|--|------------------------------|

311

Dacă $0 < b < a < 1$ și $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n x_k$ atunci:

- | | | |
|---|--|---|
| A $L = 1$
B $L = \frac{1}{(1-a)(1-b)}$ | C $L = \frac{2-a-b}{(1-a)(1-b)}$
D $L = \frac{a+b}{(1-a)(1-b)}$ | E $L = \frac{a+b-1}{(1-a)(1-b)}$ |
|---|--|---|

312

Multimea tuturor valorilor lui a pentru care sirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin recurență $x_0 = a$, $x_{n+1} = x_n^2 - 4x_n + 6$, este convergent este:

- | | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|-------------------|
| A {1}
B $[-1, 2]$ | C {0}
D $(0, 1)$ | E $[1, 3]$ |
|------------------------------------|-----------------------------------|-------------------|

313

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(p+n)!}{n!n^p} \right)^n$, $p \in \mathbb{N}$ este:

- | | | |
|---------------------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| A ∞
B 0 | C e
D $e^{1/6}$ | E $e^{\frac{p(p+1)}{2}}$ |
|---------------------------------|------------------------------------|---------------------------------|

314

Câte siruri convergente de numere reale $(x_n)_{n \geq 1}$ verifică relația

$$\sum_{k=1}^{10} x_{n+k}^2 = 10,$$

pentru orice $n \in \mathbb{N}$?

- | | | |
|---------------------------|-------------------------------------|------------|
| A 1
B 10 | C 0
D o infinitate | E 2 |
|---------------------------|-------------------------------------|------------|

315

Șirul (x_n) , $x_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$ are limita $\frac{\pi^2}{6}$. Să se calculeze limita șirului (y_n) , $y_n = 1 + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)^2}$.

A $\frac{\pi^2}{8}$

B $\frac{\pi^2}{3}$

C $\frac{\pi^2}{16}$

D $\frac{\pi}{3}$

E $\frac{\pi^2}{12}$

316

Fie x_n soluția ecuației $\operatorname{tg} x = x$ din intervalul $(n\pi, n\pi + \frac{\pi}{2})$, $n \in \mathbb{N}$. Valoarea limitei

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(n\pi + \frac{\pi}{2} - x_n \right)$$

este:

A 1

B 0

C $\frac{1}{\pi}$

D $\frac{\pi}{2}$

E $\frac{\pi}{4}$

317

Mulțimea valorilor funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ este:

A $[-1, e^{\frac{1}{e}}]$

B \mathbb{R}

C $[0, 1]$

D $(0, \frac{1}{e}) \cup [1, e]$

E $(0, e^{\frac{1}{e}}]$

318

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x^{x^2}}{(1-x)^2}.$$

A e

B -1

C 1

D $-e$

E 0

319

$$\lim_{x \rightarrow +0} ((1+x)^x - 1)^x$$

A 0

B 1

C e

D ∞

E nu există

320

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{x^3}$$

A 0

B $n/2$

C $n/3$

D $n/4$

E alt răspuns

321

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x + \sqrt{2})^{\sqrt{2}} - (x - \sqrt{2})^{\sqrt{2}}}{x^{\sqrt{2}-1}}.$$

A $\sqrt{2}$

B $2\sqrt{2}$

C 4

D 0

E alt răspuns

322

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+ax)^{\frac{1}{x}} - (1+x)^{\frac{a}{x}}}{x}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

A $\frac{a(1-a)}{2}$

B $a(1-a)$

C 0

D $a e$

E $\frac{a(1-a)}{2} e^a$

323

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arcsin(\sin x)}{x}$$

A 0

B 1

C ∞

D $-\infty$

E nu există

324

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor$$

este:

- A 0 B ∞ C nu există D -1 E 1

325

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(ax^2 + bx + c)}{x^2 - 1}, \text{ unde } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ astfel încât } a + b + c = \pi, \text{ este:}$$

- A $a + b$ B $\pi - a - b$ C $2a + b$ D $-\frac{2a+b}{2}$ E $2(a + b)$

326

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$$

este:

- A 0 B 1 C nu există D $\frac{1}{2}$ E ∞

327

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sqrt[3]{x+8} - 2}$$

- A 3 B $\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{3}$ D nu există E 0

328

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^m \operatorname{arctg} k^2 x}{\sum_{k=1}^m \ln(1 + k^3 x)}$$

- A $\frac{m(m+1)}{m+2}$ B $\frac{2}{3} \frac{2m+1}{m(m+1)}$ C $\frac{(m+1)(2m+1)}{2m^2}$ D 0 E $\frac{\pi}{2e}$

329

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a_1^x a_2^{2x} \cdots a_n^{nx} - 1}{x}, \quad a_1, a_2, \dots, a_n > 0, \quad \text{este:}$$

- A $\ln(a_1 a_2 \cdots a_n)$ B $\ln a_1 + \ln a_2 + \cdots + \ln a_n$ C $\ln(a_1 a_2^2 \cdots a_n^n)$ D $e^{a_1 + 2a_2 + \cdots + na_n}$
 E $e^{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}$

330

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(2x + \sqrt{x^2 - 1}\right)^n + \left(2x - \sqrt{x^2 - 1}\right)^n}{x^n}$$

- A 2^n B $2^n - 3^n$ C 1 D $3^n + 1$ E 0

331

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right)$$

- A ∞ B $-\infty$ C 0 D 1 E $\frac{1}{2}$

332

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2 + x + 1} \right)$$

- A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D $-\frac{1}{2}$ E 1

333

$$\lim_{x \rightarrow 0} x e^{-\frac{1}{x}}$$

- A** 0 **B** e **C** $-\infty$ **D** nu există **E** 1

334

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x - ex \right)$$

- A** $-\frac{e}{2}$ **B** e **C** 0 **D** ∞ **E** $2e$

Valoarea limitelor:

335

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^n - \sin^n x}{x^{n+2}}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 2;$$

- A** ∞ **B** 0 **C** $-\frac{n}{6}$ **D** $\frac{n}{6}$ **E** 1

336

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$$

- A** e **B** $\frac{1}{2}$ **C** $\frac{e}{2}$ **D** $-\frac{1}{2}$ **E** 0

337

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\sin x) - x}{x^3}$$

- A** $1/3$ **B** $1/6$ **C** ∞ **D** -1 **E** $\pi/2$

338

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x + c^x}{3} \right)^{\frac{1}{x}}, \quad a, b, c > 0,$$

- A** $\sqrt[3]{abc}$ **B** nu există **C** $\ln abc$ **D** $\frac{a+b+c}{3}$ **E** 1

339

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e} \right)^{\frac{1}{x}}$$

- A** 1 **B** 0 **C** e **D** \sqrt{e} **E** $\frac{1}{\sqrt{e}}$

340

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\cos 2x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

- A** 1 **B** e^2 **C** $e^{\frac{3}{2}}$ **D** $e^{\frac{1}{2}}$ **E** e^3

341

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$$

- A** $\sqrt[3]{2}$ **B** $\sqrt[3]{e}$ **C** e **D** e^{-1} **E** $e^{\frac{3}{2}}$

342

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2 + x + 1} \frac{\ln(e^x + x)}{x} \right)$$

- A 0 B 1 C -1 D $-\frac{1}{2}$ E ∞

343

$$\lim_{x \rightarrow 0} (a^x + x)^{\frac{1}{\sin x}}, a > 0,$$

- A ae B $e^{\ln a}$ C a D 1 E e^a

344

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (x^2)^{\frac{1}{\ln x}}$$

- A 0 B e^2 C 1 D 2 E nu există

345

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \cdot \left(e^{\frac{1}{n+1}} - e^{\frac{1}{n}} \right):$$

- A -1 B 1 C $-\infty$ D Limita nu există E e

346

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan^2(x) + \tan^2(2x) + \dots + \tan^2(nx))^{\frac{1}{n^3 x^2}} \right)$$

- A $e^{\frac{1}{3}}$ B e^3 C $\frac{1}{e}$ D 1 E ∞

347

$$\text{Dacă } |a| > 1, \text{ atunci limita } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + a^n}$$

- A 0 B 1 C 2 D ∞ E limita nu există, pentru $a < -1$

348

Pentru ce valori ale parametrilor reali a și b avem

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 2} - ax - b \right) = 0?$$

- A $a = b = 1$ B $a = b = -1$ C $a = 2, b = 1$ D $a = 1, b = 2$ E $a = 2, b = \frac{3}{2}$

Se consideră funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arcsin \left(x - \sqrt{1 - x^2} \right)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

349

Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției este:

- A $[-1, 1]$ B $(-1, 1)$ C $(0, 1)$ D $[0, 1]$ E alt răspuns

350

Mulțimea punctelor de derivabilitate ale funcției este:

- A $[-1, 1]$ B $[0, 1]$ C $[0, 1)$ D $(0, 1)$ E alt răspuns

351

Mulțimea punctelor în care funcția are derivată este:

- A $[-1, 1]$ B $[0, 1]$ C $[0, 1)$ D $(0, 1]$ E alt răspuns

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă. Ce concluzie se poate trage asupra funcției f dacă:

352

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \text{ și } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

- A** f este strict crescătoare **B** f este injectivă **C** f este surjectivă
D f este inversabilă **E** f nu este injectivă

353

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

- A** f este descrescătoare **B** f este injectivă **C** f este surjectivă
D f este inversabilă **E** f nu este injectivă

354

f este injectivă.

- A** f este surjectivă **B** f este strict monotonă **C** f are cel puțin două zerouri
D f este inversabilă **E** f este o funcție impară

355

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(e^x + x)^{n+1} - e^{(n+1)x}}{xe^{nx}}, n > 0, \quad \text{este:}$$

- A** 1 **B** $n + 1$ **C** 0 **D** ∞ **E** e

356

Funcția f definită prin $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 e^{nx} + x}{e^{nx} + 1}$

- A** este definită numai pentru $x \leq 0$ **B** este definită și continuă pe \mathbb{R}
C este definită și derivabilă pe \mathbb{R} **D** este definită pe \mathbb{R} dar nu este continuă pe \mathbb{R}
E este definită numai pentru $x = 0$

357

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n + x}{x^{2n} + 1}$.

Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate?

- A** f nu e bine definită pe $(-\infty, -1)$ căci limita nu există. **B** f este continuă în 1.
C singurul punct de discontinuitate este $x = 1$. **D** f are limită în $x = -1$.
E f continuă pe $(-\infty, 1)$.

358

Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + x^{2n}}{1 + x + x^2 + \dots + x^{2n}}$$

este:

- A** \mathbb{R} **B** $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ **C** \mathbb{R}^* **D** $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

359

Ecuția $x^2 + 1 = me^{-\frac{1}{x}}$, unde m este un parametru real, are trei soluții reale și distințte dacă:

- A** $m = -1$ **B** $m = 2e$ **C** $m = \pi$ **D** $m = 3\sqrt{2}$ **E** $m = 7$

360

Ecuatia $m e^{\frac{2}{x-1}} = x$, $m \in \mathbb{R}$, are două rădăcini reale și distințe dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

- A** $(0, \infty)$ **B** $(1, \infty)$ **C** $(-\infty, 1)$ **D** $(0, 1)$ **E** $(-1, 1)$

361

Fie funcția $f(x) = \frac{|x^3 - 1|}{ax^2 + bx}$. Valorile numerelor reale a și b pentru care dreapta $y = x + 4$ este asimptotă la ∞ sunt:

- A** $a = 4; b = 1$ **B** $a = 1; b = -4$ **C** $a = -4; b = 1$ **D** $a = 1; b = 4$
E $a = -1; b = -4$

Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2 - x + 1}$.

362

Ecuatia tangentei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

- A** $y - 2x + 1 = 0$ **B** $2y - 2x + 1 = 0$ **C** $y - 4x - 1 = 0$ **D** $4y - x + 1 = 0$
E $4y - 4x + 1 = 0$

363

Ecuatia normalei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

- A** $2y - 2x + 1 = 0$ **B** $\frac{1}{4}y - 2x + 1 = 0$ **C** $y - x + 1 = 0$ **D** $y + \frac{1}{4}x - 1 = 0$
E $4y - x + 1 = 0$

364

Fie polinomul $P(x) = ax^3 + x^2 - bx - 6$, $a, b \in \mathbb{R}$. Valorile lui a și b pentru care polinomul $P(x+1) + P'(x)$ este divizibil cu $x-1$ și $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{x(bx+1)(x-1)} = \frac{1}{3}$ sunt:

- A** $a = -1, b = 2$ **B** $a = 1, b = 0$ **C** $a = 3, b = \frac{1}{2}$ **D** $a = 0, b = 0$
E nu există astfel de a și b

365

Funcția $f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{1}{x}}}$, $x \in (0, \infty)$, admite asimptota oblică de ecuație:

- A** $y = -x - 1$ **B** $y = -x + \frac{1}{2}$ **C** $y = -x + 1$ **D** $y = -x$ **E** $y = x$

366

Fie $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + bx + 2}{x^2 + 2x + c}$, D -domeniul maxim de definiție al lui f . Mulțimea tuturor valorilor $(b, c) \in \mathbb{R}^2$ pentru care funcția f are o singură asimptotă verticală și graficul lui f nu intersectează asimptota orizontală este:

- A** $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | b \neq 0, c = 1\}$ **B** $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1\}$
C $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | b = 3, c = 1\}$ **D** $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1, b = 2 \text{ sau } c = 1, b = 3\}$
E nici unul din răspunsurile anterioare nu e corect

367

Graficul funcției $f : \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x - 3}$ admite:

- A o asimptotă verticală și una orizontală B o asimptotă verticală și una oblică
 C o asimptotă orizontală și una oblică D o asimptotă verticală și două oblice
 E o asimptotă verticală și două orizontale

Fie $f : [0, \infty) \setminus \{1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{mx-3}{x^2-3x+2}$, unde m este un parametru real.

368

Numărul asimptotelor funcției f este:

- A 1 B 2 C 3 D 4
 E numărul asimptotelor depinde de m .

369

Numărul valorilor întregi ale parametrului m pentru care f are trei puncte de extrem este:

- A infinit B 4 C 3 D 2 E 1

370

Valorile lui $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{(m-1)^2 x^2 + 1}}{3x+2} = -1$ sunt:

- A $-2, 4$ B $-1, 3$ C $2, 3$ D $-1, 4$ E $-2, 2$

371

Funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-a}{x^2-b}$, $a, b \in \mathbb{R}$, are pe domeniul maxim de definiție două asimptote verticale dacă și numai dacă:

- A $a = b = 0$ B $a = 1, b = -1$ C $a = b = 1$ D $a = 2, b = 1$ E $b > 0, a^2 \neq b$

372

Abscisele punctelor în care graficele funcțiilor $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^6 \quad \text{și} \quad g(x) = 2x^5 - 2x - 1$$

sunt tangente sunt:

- A $\frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$ C $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ D nu există E 0

373

Egalitatea

$$\operatorname{arctg} a + \operatorname{arctg} b = \operatorname{arctg} \frac{a+b}{1-ab}$$

are loc dacă și numai dacă numerele reale a și b satisfac condiția:

- A $ab > 1$ B $ab < 1$ C $ab \neq 1$ D $ab > 0$ E $b = 0, a \in \mathbb{R}$

374

Numărul de valori ale parametrului real $a \in [0, 1]$ pentru care funcția $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - |x - a|$, este convexă pe $[0, 1]$ este:

- A 0 B 1 C 2 D 4 E infinit

375

Fie $Q(x)$ câtul împărțirii polinomului $P(x) = 99(x^{101} - 1) - 101x(x^{99} - 1)$ la $(x - 1)^3$. Valoarea $Q(1)$ este:

- A** 9999 **B** 18000 **C** 5050 **D** 3333 **E** alt răspuns

376

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este derivabilă și sunt verificate condițiile:
 $f(0) = 2$, $f'(x) = 3f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Valoarea $f(\ln 2)$ este:

- A** 2 **B** 4 **C** 6 **D** 16 **E** 32

377

Care dintre următoarele afirmații este adevărată pentru orice funcție $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ care are derivată strict pozitivă?

- A** f este crescătoare pe $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ **B** f este crescătoare pe $(0, \infty)$
C f este descrescătoare **D** f este mărginită **E** f este convexă

378

O funcție polinomială neconstantă $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, este strict crescătoare dacă și numai dacă:

- A** $P'(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ **B** $P'(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ **C** $P'(x) \leq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$
D $P''(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ **E** $P''(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$

Se consideră funcția $f: [-2, 1] \rightarrow M$, $M \subset \mathbb{R}$, $f(x) = |x^3 + x^2|$.

379

Numărul punctelor de extrem ale funcției f este:

- A** 5 **B** 3 **C** 2 **D** 1 **E** 4

380

f este surjectivă pentru M egal cu:

- A** $[0, 4]$ **B** $[0, \infty)$ **C** $[0, 2]$ **D** $[0, 27]$ **E** \mathbb{R}

Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x + 1)(x + 2) \cdots (x + 2019)$ și fie $g = f \circ f \circ f$.

381

$f'(0)$ este:

- A** $2019!$ **B** 0 **C** $2018!$ **D** $2019! + 2018!$ **E** $2019! - 2018!$

382

$g'(0)$ este:

- A** $2019!^3$ **B** 2019^3 **C** 2019^2 **D** $2019!^2$ **E** $2019!$

383

Numărul punctelor de extrem ale funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$ este:

- A** 9 **B** 7 **C** 5 **D** 3 **E** alt răspuns

384

Să se studieze derivabilitatea funcției $f : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+3} - 4\sqrt{x-1}$.

- | | |
|---|---|
| A f derivabilă pe $(2, \infty)$
C f are în $(5, 0)$ punct unghiular
E f este derivabilă numai pe $(5, \infty)$ | B f are în $(5, 0)$ punct de întoarcere
D f este derivabilă în $x = 5$ |
|---|---|

385

Dacă $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[5]{\frac{1}{6}x^3 - x + \sin x}$, atunci $f'(0)$ este:

- A** $1/\sqrt[5]{120}$ **B** $-1/\sqrt[5]{120}$ **C** ∞ **D** nu există **E** $-\infty$

386

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$. Care din afirmațiile următoare este adevărată?

- | | | |
|--|---|---------------------------------|
| A f nu e continuă în 0
D $\exists \lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ | B f este derivabilă în 0
E f are limită la $+\infty$, egală cu 1, și la $-\infty$, egală cu -1 | C f nu are limită în 0 |
|--|---|---------------------------------|

387

Se consideră funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arctg \sqrt{x^2 - 1} + \arcsin \frac{1}{x}$, unde D este domeniul maxim de definiție al funcției f . Mulțimea valorilor funcției f este:

- A** $(-\infty, \frac{\pi}{2}]$ **B** \mathbb{R} **C** $(-\frac{\pi}{2}, \infty)$ **D** $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ **E** $(-\infty, -\frac{\pi}{2}] \cup [\frac{\pi}{2}, \infty)$

Se consideră funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + \sqrt{|x|} - x)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

388

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sqrt{|x|}}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** -1 **D** e **E** ∞

389

$f'(\frac{1}{4})$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** -1 **D** $\frac{1}{2}$ **E** $-\frac{1}{2}$

390

Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

391

Valoarea lui a pentru care funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x|x-a|$, este derivabilă pe \mathbb{R} este:

- A** $a = 1$ **B** $a = -1$ **C** $a = 0$ **D** $a = 2$ **E** $a = -2$

392

Fie g și h două funcții derivabile pe \mathbb{R} și $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = g(x)|h(x)|$. Dacă $h(x_0) = 0$, atunci funcția f este derivabilă în x_0 dacă și numai dacă:

- A** $h'(x_0) = 0$ **B** $g(x_0) > 0$ **C** $g(x_0) = 0$ **D** $g(x_0)h'(x_0) = 0$ **E** alt răspuns

393

Funcția $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{x^2 + b}, & 0 \leq x \leq 1 \\ \ln(x^2 - 3x + 3) + 2x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$, este o funcție derivabilă pentru:

- A $a = 6, b = 2$ B $a = 8, b = 3$ C $a = 8, b = 30$ D $a = 10, b = 4$ E $a - 2b = 1$

394

Derivata funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[6]{x^2}$, în punctul zero, este:

- A ∞ B 0 C $1/3$ D 1 E nu există

395

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x$. Valoarea lui $(f^{-1})'(3)$ este:

- A 1 B -1 C $\frac{1}{3}$ D -2 E $\frac{1}{5}$

396

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{x - 1}$, unde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Valorile lui α și β pentru care f admite un extrem în punctul $M(0, 1)$ sunt:

- A $\alpha = 1, \beta = -1$ B $\alpha = 0, \beta = 1$ C $\alpha = \beta = 2$ D $\alpha = 3, \beta = -1$
E $\alpha = -1, \beta = 1$

397

Se consideră funcția $f : [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -\ln(x^2 + x + 1) & ; \quad -1 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x|x^2 - 4|} & ; \quad x > 0 \end{cases}.$$

Notăm cu α numărul punctelor de extrem, cu β numărul punctelor unghiulare și cu γ numărul punctelor de întoarcere ale funcției f . Atunci:

- A $\alpha = 5, \beta = 0, \gamma = 2$ B $\alpha = 5, \beta = \gamma = 1$ C $\alpha = 5, \beta = 2, \gamma = 0$
D $\alpha - \beta = 4, \beta - \gamma = 1$ E $\alpha = 4, \beta = 0, \gamma = 2$

398

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + x^2) - x$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate?

- A f e strict pozitivă pe \mathbb{R} B f e strict crescătoare pe \mathbb{R}
C f e strict negativă pe \mathbb{R} D f verifică inegalitatea $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty, 0)$
E f verifică inegalitatea $f(x) > 0, \forall x \in (0, \infty)$

399

Derivata de ordinul 100, $(x^{99} \ln x)^{(100)}$, $x > 0$, este:

- A $100!x$ B $\frac{100!}{x}$ C $-100!x$ D $99!x$ E $\frac{99!}{x}$

400

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 4$. Valoarea lui $(f^{-1})'(4)$ este:

- A 0 B 1 C $\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{116}$ E $\frac{1}{68}$

401

Dacă $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o funcție cu derivata de ordinul al doilea continuă astfel încât $f(2) = f'(2) = f''(2) = 2$, iar funcția $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este definită prin $g(x) = f(\sqrt{x^2 + 3})$, atunci:

- A $g(1) = g'(1) = 2$ B $g'(1) = \sqrt{2}$ C $g(1) + g''(1) \in \mathbb{N}$ D $g'(1) = g''(1) = 1$
 E $g'(1) = 1, g''(1) = \frac{5}{4}$

Fie funcția f dată prin $f(x) = \frac{2}{x^2 - 1}$

402

Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul doi a funcției este:

- A {0} B {-1; 0; 1} C \emptyset D {0; 2} E {0; 1}

403

Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul trei a funcției este:

- A {0} B {-1; 0; 1} C \emptyset D {0; 2} E {0; 1}

Fie $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție de două ori derivabilă astfel încât $f''(x) = \frac{1}{x}$, $\forall x > 0$ și $f(1) = f'(1) = 0$.

404

$f'(x)$ are expresia:

- A $-\frac{1}{x^2}$ B $1 - \frac{1}{x^2}$ C $\frac{1}{x^2} - 1$ D $\ln x$ E Alt răspuns

405

$f(x)$ are expresia:

- A $\frac{2}{x^3}$ B $\frac{2}{x^3} - 2$ C $x \ln x - x$ D $x \ln x + x - 1$ E Alt răspuns

406

Numărul soluțiilor reale ale ecuației $\ln x = 1 - \frac{1}{x}$ este:

- A 0 B 1 C 2 D 3 E Alt răspuns

Se dă funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2^{x^4} + 2^{x^2 - 1}$.

407

Care este valoarea lui $f(-1)$?

- A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

408

Care este soluția inecuației $f(x) \leq 3$?

- A \emptyset B $[-1, 1]$ C $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ D $(-\infty, -1]$ E alt răspuns

409

Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

- A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^{-x^2}$

- 410** Suma pătratelor absciselor punctelor de inflexiune ale graficului funcției este egală cu:

A 25 **B** 1 **C** $5 + \sqrt{17}$ **D** 5 **E** $5 - \sqrt{17}$

- 411** Aria mărginită de graficul funcției f' , dreptele $x = -2$, $x = 1$ și axa OX este egală cu:

A $\frac{1}{e} - \frac{4}{e^2}$ **B** $\frac{4}{e^2} - \frac{1}{e}$ **C** $\frac{3}{e} - \frac{4}{e^4}$ **D** 1 **E** alt răspuns

412

Funcția $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \alpha x^2 + 1 - \ln(1+x)$, $\alpha \in \mathbb{R}$, are două puncte de extrem local pentru:

A $\alpha = -2$ **B** $\alpha = -1$ **C** $\alpha \in (-2, -1)$ **D** $\alpha > 2$ **E** $\alpha < -2$

413

Se dă funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2 + 6x + m)$, unde m este un parametru real. Funcția f admite puncte de extrem pentru:

A $m \in (-\infty, 10]$ **B** $m \in (10, \infty)$ **C** $m \in \mathbb{R}$ **D** $m \in (-\infty, 10)$ **E** $m \in [10, \infty)$

414

Inegalitatea $a^x \geq x + 1$ are loc pentru orice $x \in \mathbb{R}$ dacă și numai dacă:

A $a = 1$ **B** $a = e$ **C** $a > 1$ **D** $a > e$ **E** $a < e$

415

Dacă ecuația $a^x = x$, cu $a > 1$ are o singură soluție reală atunci:

A $a = \frac{1}{e}$ **B** $a = e$ **C** $a = e^{\frac{1}{e}}$ **D** $a = e^e$ **E** $a = \frac{1}{e^e}$

416

Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care ecuația $a^x = x + 2$, are două soluții reale este:

A $(1, \infty)$ **B** $(0, 1)$ **C** $(\frac{1}{e}, e)$ **D** $(\frac{1}{e^e}, e^e)$ **E** $(e^{\frac{1}{e}}, \infty)$

417

Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care inegalitatea $a^x \geq x^a$, are loc pentru orice $x > 0$ este:

A $\{e\}$ **B** $(0, 1)$ **C** $(1, \infty)$ **D** $(\frac{1}{e}, 1)$ **E** $(1, e)$

418

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2} + \sqrt{x^2 + 2x + 2}$ are proprietatea:

A este crescătoare pe \mathbb{R} **B** este descrescătoare pe $(-\infty, 0]$ și crescătoare pe $[0, \infty)$
C este impară **D** $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$
E graficul funcției f intersectează axa Ox într-un punct.

419

Să se determine un punct $P(x_0, y_0)$ pe curba a cărei ecuație este $y = (x - 2)\sqrt{x}$, $x > 0$, în care tangenta să fie paralelă cu dreapta de ecuație $2y = 5x + 2$.

- A** $P(4, 4)$ **B** $P(9, 21)$ **C** $P(1, -1)$ **D** $P(2, 0)$ **E** $P(3, \sqrt{3})$

420

Ecuatia tangentei comune la graficele funcțiilor $f, g: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$, $g(x) = \frac{1}{x}$ este:

- A** $y = -4x - 1$ **B** $y = -x - 4$ **C** $y = -2x - 4$ **D** $y = -4x - 4$
E graficele nu admit tangentă comună

421

Funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \sqrt{x^2 + a}$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + 1$ sunt tangente (au o tangentă comună într-un punct comun) dacă:

- A** $a = 1 + e$ **B** $a = 0$ **C** $a = 1$ **D** $a = e - \pi$ **E** $a = -1$

422

Ecuatia tangentei la graficul funcției $f(x) = \ln \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}$ în punctul de abscisă $x = 2$ este:

- A** $x - 7y - 2 = 0$ **B** $x - 6y - 2 = 0$ **C** $x - 5y - 2 = 0$ **D** $x - 4y - 2 = 0$
E $x - 3y - 2 = 0$

423

Graficele funcțiilor $f(x) = ax^2 + bx + 2$ și $g(x) = \frac{x-1}{x}$ au tangentă comună în punctul de abscisă $x_0 = 1$ dacă:

- A** $a + b = -1$ **B** $a = 0, b = 1$ **C** $a = 1, b = -2$ **D** $a = 3, b = -5$
E $a = 3, b = -4$

424

Tangenta la graficul funcției $f(x) = (a \sin x + b \cos x)e^x$ în punctul $(0, f(0))$ este paralelă cu prima bisectoare, dacă:

- A** $a = b = 1$ **B** $a = 2, b = 1$ **C** $a - b = 1$ **D** $a + b = 1$ **E** $a^2 + b^2 = 1$

425

Fie x_1 cea mai mică rădăcină a ecuației $x^2 - 2(m+1)x + 3m + 1 = 0$. Atunci $\lim_{m \rightarrow \infty} x_1$ este:

- A** 1 **B** $\frac{3}{2}$ **C** 0 **D** $-\frac{1}{2}$ **E** -1

426

Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care ecuația $ax - \ln|x| = 0$ are trei rădăcini reale distințte este:

- A** $(-\infty, 0)$ **B** $(0, 1)$ **C** $(-e^{-1}, 0) \cup (0, e^{-1})$ **D** (e^{-1}, ∞) **E** \emptyset

Fie funcția $f : (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = 2 \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} \frac{2x}{1-x^2}.$$

427

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ este:

- A** π **B** 0 **C** $\frac{\pi}{2}$ **D** -1 **E** ∞

428

Mulțimea valorilor funcției este:

- A** $\{-\pi, 0, \pi\}$ **B** $\{0\}$ **C** \mathbb{R} **D** $(-1, \infty)$ **E** $(0, \infty)$

429

Mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care este adevărată egalitatea

$$2 \operatorname{arctg} x + \operatorname{arcsin} \frac{2x}{1+x^2} = \pi$$

este:

- A** $(0, \infty)$ **B** $(-\infty, -1) \cup [1, \infty)$ **C** $[1, \infty)$ **D** $[-1, 1]$ **E** $[2, \infty)$

Fie $f(x) = \frac{1}{2} \operatorname{arcsin} \frac{2x}{1+x^2} + \operatorname{arctg} |x|$.

430

Domeniul maxim de definiție al funcției este :

- A** $[-1, 1]$ **B** $(-1, 1)$ **C** \mathbb{R} **D** \mathbb{R}^* **E** $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

431

$f(\pi)$ este:

- A** 1 **B** $\frac{\pi}{4}$ **C** π **D** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **E** $\frac{\pi}{2}$

432

Funcția este strict descrescătoare pe:

- A** \mathbb{R} **B** $(-1, 0)$ **C** $(0, 1)$ **D** $(-\infty, -1)$ **E** $(-\infty, -1]$

433

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^*$ o funcție care admite primitive și verifică relațiile $\cos f(x) = 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ și $|f(\pi) - \pi| \leq \pi$. $f(100)$ este:

- A** 16π **B** 8π **C** 4π **D** 2π **E** 0

434

O primitivă a funcției $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$, este:

- A** $\arccos \sqrt{x}$ **B** $\arcsin \sqrt{x}$ **C** $\arccos \frac{1}{x}$ **D** $\arcsin \frac{1}{\sqrt{x}}$ **E** $\operatorname{arctg} \sqrt{x}$

435

Mulțimea primitivelor funcției $f : \left(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$, este:

- A** $x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$ **B** $-x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$ **C** $x \operatorname{tg} x + \ln \cos x + c$
D $-x \operatorname{tg} x - \ln(-\cos x) + c$ **E** $x \operatorname{tg} x + \ln(-\cos x) + c$

436

Mulțimea primitivelor funcției $f : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \sin x}$, este:

- A** $x + \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$ **B** $\frac{1}{1+\operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$ **C** $x + 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$ **D** $\frac{2}{1+\operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$ **E** $x + \frac{2}{1+\operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$

437

O primitivă a funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} - 1}}$ este:

- A** $\arcsin e^x$ **B** $\arccos e^x$ **C** $\operatorname{arctg} x$ **D** $\ln \left(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1} \right)$ **E** $2\sqrt{e^{2x} - 1}$

438

Mulțimea primitivelor funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$ este:

- A** $\ln \frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1} + c$ **B** $\ln \frac{1}{\sqrt{e^x+1}+1} + c$ **C** $2\sqrt{e^x + 1} + c$
D $-\ln \left(\sqrt{e^{-x} + 1} + e^{-x/2} \right) + c$ **E** $\ln \left(\sqrt{e^x + 1} - e^x \right) + c$

439

Mulțimea primitivelor funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(x^3 + 1)}$ este:

- A** $\ln x - \ln(x^3 + 1) + c$ **B** $\ln \frac{x^3}{x^3+1} + c$ **C** $\frac{1}{3} \ln \frac{x^3}{x^3+1} + c$
D $\ln x + \operatorname{arctg} x + c$ **E** $\ln x \ln(x + 1) + c$

440

Mulțimea primitivelor funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x (x^2 - 2x + 1)}{(x^2 + 1)^2}$ este:

- A** $e^x \operatorname{arctg} x + c$ **B** $e^x (1 + x^2)^{-1} + c$ **C** $\frac{xe^x}{x^2+1} + c$ **D** $\frac{x^2e^x}{x^2+1} + c$ **E** $\frac{(x+1)e^x}{x^2+1} + c$

441

Mulțimea primitivelor funcției $f : (-\infty, -1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$ este:

- A** $\arccos \frac{1}{x} + c$ **B** $\arcsin \frac{1}{x} + c$ **C** $-\operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} + c$ **D** $\ln \sqrt{x^2 - 1} + c$
E $\operatorname{arctg} \frac{1}{x} + c$

442

Mulțimea primitivelor funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{e^x + \cos x}{e^x + \cos x + \sin x},$$

este:

- A** $\ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ **B** $x + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$
C $\frac{x}{2} + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ **D** $\frac{1}{2}[x + \ln(e^x + \cos x + \sin x)] + c$
E $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$

443

$$\int_{-2}^0 \frac{x}{\sqrt{e^x + (x+2)^2}} dx \text{ este:}$$

- A** -1 **B** -2 **C** -e **D** 2 - e **E** alt răspuns

444

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$$

- A** $\frac{5\pi}{6\sqrt{2}}$ **B** $\frac{7\pi}{6\sqrt{2}}$ **C** $\frac{3\pi}{4\sqrt{2}}$ **D** $\frac{4\pi}{3\sqrt{2}}$ **E** $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

445

Funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ are primitive dacă și numai dacă:

- A** $a = 0$ **B** $a = 1$ **C** $a = -1$ **D** $a > 0$ **E** $a < 0$

446

Fie $F : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ astfel ca: $F'(x) = \frac{1}{x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$, $F(-1) = 1$ și $F(1) = 0$. Atunci $F(e) + F(-e)$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** nu există o astfel de funcție F

Fie F o primitivă a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{x^2}$.

447

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xF(x)}{e^{x^2}} \text{ este:}$$

- A** 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **D** ∞ **E** e

448

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xF(x)}{e^{x^2}} \text{ este:}$$

- A** ∞ **B** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 0 **E** e

449

Integrala $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(x+3)\sqrt{x+3}} dx$ este:

- A** $-\frac{1}{16} - \ln \frac{15}{16}$ **B** $\ln 3 - 1$ **C** $\ln \frac{3}{4} - 1$ **D** $-\frac{1}{4} + \arctg \frac{1}{4}$ **E** $\frac{1}{4}$

450

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_0^x \frac{dt}{2 + \cos t}$$

- A** 0 **B** nu există **C** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **D** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **E** ∞

451

$$\int_{-5}^5 (2x - 1) \operatorname{sgn} x \, dx$$

- A** 0 **B** -50 **C** 10 **D** 15 **E** 50

452

$$\int_0^2 \frac{2x^3 - 6x^2 + 9x - 5}{(x^2 - 2x + 5)^n} \, dx$$

- A** 1 **B** -1 **C** 0 **D** $\frac{2}{n}$ **E** $\frac{n}{2}$

453

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2} \, dx$$

- A** $\frac{\pi}{4} + 1$ **B** $\pi + \frac{1}{2}$ **C** $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ **D** $\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}$ **E** $\pi + \frac{1}{4}$

454

$$\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{3-x}} \, dx \text{ este:}$$

- A** $\frac{3}{2}$ **B** $\frac{2}{3}$ **C** $\frac{4}{3}$ **D** $\frac{3}{4}$ **E** $\frac{5}{3}$

455

$$\int_3^8 \frac{dx}{x-1+\sqrt{x+1}}$$

- A** $\frac{2}{3} \ln \frac{25}{8}$ **B** $\ln 3$ **C** 5 **D** $\sqrt{11}$ **E** $3 \arctg \sqrt{3} - 2$

456

$$\int_{\sqrt{e}}^e \frac{\ln x}{x} \, dx \text{ este:}$$

- A** $\frac{3}{8}$ **B** $\frac{3}{4}$ **C** $\frac{e}{2}$ **D** $\frac{2}{e}$ **E** $\frac{1}{8}$

457

Dacă funcția polinomială $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$$P(1) + \dots + P(n) = n^5, \quad n = 1, 2, \dots, \text{ atunci integrala } \int_0^1 P(x) \, dx \text{ este:}$$

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1}{3}$ **C** $\frac{1}{4}$ **D** 1 **E** 0

458

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x}{\cos^3 x} \, dx$$

- A** $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{2}$ **B** $\frac{\pi}{4}$ **C** $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ **D** $\frac{\pi}{2} - 1$ **E** $\frac{\pi}{8} - 2$

459

Să se calculeze $\int_0^{2\pi} \sin(mx) \cos(nx) dx$, unde m și n sunt două numere întregi.

- A** 0 **B** $m\pi$ **C** π **D** 1 **E** $(n+m)\pi$

460

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$$

- A** $\operatorname{arctg} e$ **B** $\frac{\pi}{2}$ **C** $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$ **D** 0 **E** $\operatorname{arctg} e + \pi$

461

$$\int_{-1}^1 (1+2x^{2015})e^{-|x|} dx$$

- A** $\frac{4014}{e}(e-1)$ **B** $\frac{4016}{e}(e-1)$ **C** ∞ **D** $\frac{2}{e}(e-1)$ **E** $2006 - \frac{2006}{e}$

462

$$\int_{-1}^2 \min\{1, x, x^2\} dx$$

- A** $\frac{6}{5}$ **B** $\frac{5}{6}$ **C** $\frac{3}{4}$ **D** $\frac{4}{3}$ **E** 0

463

Integrala $\int_1^e \ln x dx$ este:

- A** 1 **B** 2 **C** 0 **D** $e-1$ **E** $e-2$

464

Integrala $\int_1^e \ln^2 x dx$ este:

- A** 1 **B** 2 **C** 0 **D** $e-1$ **E** $e-2$

465

Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^3 x dx$.

- A** $\frac{1-\ln 2}{2}$ **B** $\frac{1}{2}$ **C** $\frac{1}{2} \ln 2$ **D** $\ln 2$ **E** 1

466

Soluția ecuației $\int_0^x t e^t dt = 1$ este:

- A** 1 **B** 2 **C** 0 **D** $e-1$ **E** $e-2$

467

$$\int_1^{2e} |\ln x - 1| dx$$

- A** $2 \ln 2$ **B** $2(e \ln 2 - 1)$ **C** $e \ln 2$ **D** 1 **E** $\ln 2 - 1$

468

$$\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x \, dx$$

- A π B $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ C $\frac{2\pi}{3}$ D $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ E $\frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3}$

469

$$\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} \, dx$$

- A $\frac{3}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C 1 D $\frac{5}{2}$ E 2

470

Să se calculeze $\int_0^a \frac{(a-x)^{n-1}}{(a+x)^{n+1}} \, dx$, unde $a > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$

- A $\frac{1}{2na}$ B $\frac{n}{2a}$ C $\frac{a}{2n}$ D $2an$ E $\frac{2a}{n}$

471

$$\int_{-1}^1 \sin x \ln(2+x^2) \, dx$$

- A 0 B $\ln 2$ C 1 D $\frac{\pi}{2}$ E $\ln 3$

472

$$\int_0^1 x \ln(1+x) \, dx \text{ este:}$$

- A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{2} \ln 2$ C $\ln 2$ D $\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{4} \ln 2$

473

$$\lim_{a \rightarrow 1} \int_0^a x \ln(1-x) \, dx, \quad a \in (0,1):$$

- A 0 B $-\frac{1}{4}$ C $-\frac{1}{2}$ D $-\frac{3}{4}$ E -1

474

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 \cos x + 3} \text{ este:}$$

- A 0 B $\frac{2}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{5}}$ C $\operatorname{arctg} \sqrt{5}$ D $\operatorname{arctg} \frac{2}{\sqrt{5}}$ E $\frac{1}{\sqrt{5}}$

475

$$\int_0^{4\pi} \frac{dx}{5 + 4 \cos x} \text{ este:}$$

- A $\frac{4\pi}{3}$ B 0 C $\frac{4}{5}\pi$ D $\frac{5}{4}\pi$ E π

476

Integrala $\int_{\frac{1}{n+2}}^{\frac{1}{n}} \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor dx$, $n \in \mathbb{N}^*$ este:

- A** $\frac{2n+3}{(n+1)(n+2)}$ **B** 0 **C** $3n$ **D** $\frac{4n}{5n+1}$ **E** $6n$

477

Valoarea lui $I_n = \int_1^n \frac{dx}{x + [x]}$ este:

- A** $\ln \frac{2n-1}{2}$ **B** $\ln \frac{3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdots (2n-2)}$ **C** $\ln 2 - \ln(2n-1)$ **D** $\frac{1}{2} \ln x$ **E** $\frac{1}{2} \ln n$

478

Fie n un număr natural nenul. Să se calculeze $\int_0^1 \{nx\}^2 dx$, unde $\{a\}$ reprezintă partea fracționară a numărului a .

- A** 1 **B** $\frac{1}{n}$ **C** $\frac{1}{3}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $\frac{1}{4}$

479

Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg}^{n+2} x + \operatorname{tg}^n x) dx$, unde $n > 0$, este:

- A** $\frac{1}{n+1}$ **B** $\frac{1}{n}$ **C** $\pi/4$ **D** $n + \frac{\pi}{4}$ **E** 1

480

Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg}^9 x + 5 \operatorname{tg}^7 x + 5 \operatorname{tg}^5 x + \operatorname{tg}^3 x) dx$ este:

- A** $\frac{24}{25}$ **B** $\frac{\pi}{24}$ **C** $\frac{25}{24}$ **D** $\frac{\pi}{25}$ **E** 1

481

Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$ este:

- A** $\frac{\pi}{4}$ **B** $\frac{\pi}{3}$ **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\frac{1}{3}$ **E** 1

482

$\int_0^{2\pi} \cos^2(nx) dx$, unde n este un număr natural nenul, este:

- A** 0 **B** π **C** $\frac{\pi}{2}$ **D** $\frac{\pi}{n}$ **E** $n\pi$

483

Dacă $a \in \mathbb{N}$ și $L(a) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [ne^{ax}] dx$, atunci mulțimea soluțiilor inecuației $L(a) \leq e$ este:

- A** $\{0, 1\}$ **B** $\{1, 2\}$ **C** \emptyset **D** $\{0\}$ **E** \mathbb{N}^*

484

Limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^{2n} \frac{k^2}{8} \arcsin \frac{k}{2n}$ este:

A 0

B $\frac{\pi}{3}$

C $\frac{\pi}{6} - \frac{2}{9}$

D $-\frac{\pi}{3}$

E 1

485

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$$

A $\frac{\pi^2}{4}$

B $\frac{\pi^2 - 4}{16}$

C $\frac{\pi^2}{4} - 1$

D $\frac{\pi}{2}$

E alt rezultat

Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(a) = \int_0^1 |x - a| \, dx$.

486

Valoarea $f(2)$ este:

A $-\frac{5}{2}$

B 0

C $\frac{x^2}{2} - 1$

D $\frac{1}{2}$

E $\frac{3}{2}$

487

Valoarea $f'(2)$ este:

A 1

B 0

C x

D $-\frac{1}{2}$

E $\frac{3}{2}$

488

Valoarea minimă a funcției este:

A 0

B $\frac{1}{4}$

C $\frac{1}{6}$

D $\frac{1}{2}$

E $-\frac{1}{4}$

489

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin(2x)}{\sin^4 x + \cos^4 x} \, dx$$

este:

A $\frac{\pi}{4}$

B 2

C 0

D π

E 1

490

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx$$

A 1

B $\frac{1}{3}$

C 2

D $\frac{2}{3}$

E $\frac{4}{3}$

491

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - \cos x| \, dx$$

A 1

B $2(\sqrt{2} - 1)$

C $2\sqrt{2}$

D $2 - \sqrt{2}$

E 3

492

$$\int_0^\pi \arcsin(\sin x) dx$$

A $\frac{\pi^2}{4}$

B $8\pi^2$

C 1

D 2π

E $\frac{\pi^2}{2}$

493

$$\int_0^\pi \arcsin(\cos^3 x) dx$$

A $\frac{\pi^2}{4}$

B 0

C 1

D $\frac{\pi^2}{8}$

E $\frac{\pi^2}{6}$

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sin^{2n} x}{\cos^{2n} x + \sin^{2n} x}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$ este fixat.

494

Funcția f este o funcție periodică având perioada principală egală cu:

A 2π

B $\frac{\pi}{2}$

C π

D $\frac{\pi}{4}$

E alt răspuns

495

Funcția $f + c$, $c \in \mathbb{R}$, are o primitivă periodică dacă și numai dacă c are valoarea:

A π

B $-\frac{1}{2}$

C $-\frac{\pi}{4}$

D $-\pi$

E 2π

496

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\pi/3} \frac{\sin^n x}{\sin^n x + \cos^n x} dx$$

A $\frac{\pi}{12}$

B $\frac{\pi}{8}$

C $\frac{\pi}{6}$

D 0

E ∞

497

$$\int_0^{2\pi} \frac{x \sin^{100} x}{\sin^{100} x + \cos^{100} x} dx$$

A 0

B $\frac{\pi^2}{4}$

C $\frac{\pi^2}{2}$

D 2π

E π^2

498

Se consideră funcțiile: $f_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{1}{x(x^n + 1)}$, $n \in \mathbb{N}^*$ și fie $F_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ primitiva funcției f_n al cărei grafic trece prin punctul $A(1, 0)$. Soluția inecuației $|\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(x)| \leq 1$ este:

A $(0, e]$

B $[\frac{1}{\sqrt{e}}, e]$

C $[\frac{1}{e}, e]$

D $[\frac{1}{e}, \infty)$

E \emptyset

499

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x t^2 e^{-t} dt$$

A 0

B $\ln 3$

C 2

D 1

E ∞

500

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_1^n \frac{x-1}{x+1} dx$$

- A 0 B 1 C 2 D e E ∞

Fie $I_n = \int_0^1 x^{2004} \cos(n x) dx$, $n \in \mathbb{N}$.

501

Limita șirului (I_n) este:

- A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

502

Limita șirului $(n I_n)_{n \geq 0}$ este:

- A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

Să se calculeze:

503

$$\int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x} dx;$$

- A $-\frac{3}{4e^2}$ B $\frac{3}{4e^2}$ C $\frac{1}{e}$ D $\frac{1}{e^2}$ E $-\frac{1}{2e^2}$

Fie $I = \int_0^1 \frac{x}{1+x+x^2+x^3} dx$ și $J = \int_0^1 \frac{1+x+x^2}{1+x+x^2+x^3} dx$. Atunci

504

I este:

- A $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$ B $\frac{\pi}{8} + \frac{\ln 2}{4}$ C $\frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$ D $\frac{\pi}{4} - \frac{\ln 2}{2}$ E $\frac{\pi}{4} + \ln 2$

505

J este:

- A $\frac{\pi}{8} + \frac{3\ln 2}{4}$ B $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$ C $\frac{\pi}{2} + \frac{3\ln 2}{2}$ D $\frac{\pi}{2} - \frac{3\ln 2}{2}$ E $\frac{\pi}{4} - \ln 2$

506

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \int_n^{n+3} \frac{x^3}{x^6 + 1} dx$$

- A 0 B ∞ C 1 D $\frac{1}{2}$ E 3

507

Se consideră șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $a_0 = -1$, $a_{n+1} = 2 + \int_{a_n}^1 e^{-x^2} dx$, $n = 0, 1, \dots$

Care dintre afirmațiile de mai jos este adevărată?

- A $(a_{n+1} - a_n)(a_n - a_{n-1}) \leq 0$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ B $a_n \geq 2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ C $a_n \leq 2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$
 D șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este crescător E șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este descrescător

508

Fie $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^{x^2} e^{t^3} dt$. Atunci $F'(2)$ este:

- A** $4e^{64}$ **B** e^8 **C** $12e^8$ **D** $3e^2$ **E** $12e^6$

Fie $f_n : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \int_0^{x^2} t^n \cdot e^t dt$, $n \in \mathbb{N}^*$.

509

$f_1(x)$ este:

- A** $e^{x^2}(x^2 - 1) + 1$ **B** $e^{x^2}(x^2 + 1) + 1$ **C** $e^{x^2}(x^2 + 1) - 1$ **D** $e^{x^2}x^2 + 1$ **E** e^{x^2}

510

$f'_n(1)$ este:

- A** e **B** $2e$ **C** $2e - 1$ **D** $e - 1$ **E** $e + 1$

511

$\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(1)$ este:

- A** e **B** 1 **C** 0 **D** ∞ **E** e^2

512

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \int_t^{2t} \frac{\ln(1+x)}{\sin x} dx$$

- A** ∞ **B** 0 **C** 1 **D** 2 **E** $\frac{\ln 2}{\sin 1}$

513

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [nx] dx$$

- A** 1 **B** ∞ **C** 0 **D** $\frac{1}{2}$ **E** 2

514

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+1} \frac{dx}{\sqrt{x^3 + x + 1}}$$
 este:

- A** $\ln \pi$ **B** 0 **C** 1 **D** $\ln 2$ **E** $\ln 3$

515

Aria domeniului mărginit de axa Ox , curba $y = \ln x$ și de tangenta la această curbă care trece prin origine este:

- A** e **B** $\frac{e}{2} - 1$ **C** $\frac{e}{2}$ **D** $e - 1$ **E** $2e$

516

Aria cuprinsă între axa Ox , dreptele $x = 0$ și $x = \pi$ și graficul funcției $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x}$ este egală cu:

- A** $\frac{\pi^2}{2}$ **B** $\frac{\pi^2}{6}$ **C** $\frac{\pi^2}{4}$ **D** $\frac{\pi^2}{8}$ **E** $\frac{\pi^2}{2\sqrt{2}}$

Se consideră integrala $I = \int_0^\pi x f(\sin x) dx$, unde f este o funcție continuă pe un interval ce conține $[0, 1]$.

517

Are loc egalitatea:

- A** $I = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx$ **B** $I = \pi \int_0^\pi f(\sin x) dx$ **C** $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx$
D $I = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) dx$ **E** $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) dx$

518

$I_1 = \int_0^\pi \frac{x \sin x dx}{1 + \sin^2 x}$ este:

- A** $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln(3 + 2\sqrt{2})$ **B** $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln(3 + 2\sqrt{2})$ **C** $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln(3 - 2\sqrt{2})$ **D** $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln(3 - 2\sqrt{2})$
E $\frac{\pi}{2} \ln(3 + \sqrt{2})$

519

Aria domeniului mărginit de graficul funcției $f : [0, \frac{3\pi}{4}] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{\cos x}{1 + \cos x},$$

axa Ox și dreptele $x = 0$ și $x = \frac{3\pi}{4}$, este:

- A** $\frac{\pi}{4}$ **B** $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}$ **C** 2π **D** $\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8} - 2$ **E** 0

Fie $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ inversa funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^x$.

520

$g(1)$ este:

- A** -1 **B** 0 **C** 1 **D** ∞ **E** $\frac{1}{3}$

521

Limita $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{g(e^x)}$ este:

- A** 1 **B** $\frac{1}{2}$ **C** 2 **D** $\frac{3}{2}$ **E** 0

522

Integrala $\int_1^{1+e} g(t) dt$ este:

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $e + \frac{1}{2}$ **C** $2e + \frac{3}{2}$ **D** $\frac{3}{2}$ **E** $e + 1$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - e^{-x}$ și fie g inversa lui f .

523

$f'(x)$ are expresia:

- A $1 + e^x$ B $1 + e^{-x}$ C xe^{-x} D $1 - e^{-x-1}$ E e^{-x-1}

524

$g'(-1)$ este:

- A 0 B -1 C 2 D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{e}$

525

$\int_0^1 f(x) dx$ este:

- A $\frac{1}{e} - \frac{1}{2}$ B $\frac{3}{2} - \frac{1}{e}$ C $\frac{1}{2} - \frac{1}{e}$ D $\frac{1}{e} - \frac{3}{2}$ E $\frac{3}{2} + \frac{1}{e}$

526

$\int_{-1}^{1-1/e} g(x) dx$ este:

- A -1 B 0 C $\frac{3}{2} - \frac{2}{e}$ D $\frac{3}{2} + \frac{1}{e}$ E $\frac{1}{e} - \frac{1}{2}$

527

$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n} dx$ este:

- A 0 B 1 C $\frac{3}{4}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{4}$

528

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 \ln(1 + e^{nx}) dx$ este:

- A 0 B e C $\frac{1}{2}$ D $\ln 2$ E $\frac{1}{3}$

529

$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^n \frac{\ln x}{n \ln n + x \ln x} dx$ este:

- A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D ∞ E $\ln 2$

530

Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x . Atunci, $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^\pi \{-x\}^n dx$ este:

- A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

531

$\lim_{t \rightarrow 0} \int_{2^t}^{3^t} \frac{x}{\ln x} dx$ este:

- A 0 B nu există C $\ln \frac{\ln 3}{\ln 2}$ D $\ln \frac{3}{2}$ E $\frac{\ln 3}{\ln 2}$

532

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_{-1}^0 (x + e^x)^n dx \text{ este:}$$

- A** e **B** 0 **C** ∞ **D** $1 + e$ **E** $1/2$

533

$$\int_1^3 \frac{\ln x}{x^2 + 3} dx$$

- A** $\frac{\pi \ln 3}{3\sqrt{3}}$ **B** $\frac{\pi \ln 3}{12\sqrt{3}}$ **C** $\frac{\pi \ln 6}{6\sqrt{3}}$ **D** $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ **E** alt răspuns

534

$$\int_0^2 \frac{\arctg x}{x^2 + 2x + 2} dx$$

- A** π **B** 2π **C** $\frac{1}{2} \arctg 2 \arctg \frac{1}{2}$ **D** 0 **E** 1

535

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n \frac{\arctg x}{x^2 + x + 1} dx$$

- A** $\frac{\pi^2}{6\sqrt{2}}$ **B** $\frac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$ **C** $\frac{\pi^2}{6}$ **D** 0 **E** ∞

536

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n \frac{dx}{1 + n^2 \cos^2 x}$$

- A** 0 **B** π **C** ∞ **D** limita nu există **E** alt răspuns

Următoarele enunțuri teoretice pot fi utile pentru rezolvarea unor probleme din culegere.

537

Fie $x_n > 0$, $n \in \mathbb{N}$, astfel ca

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^n < 1.$$

Atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$.

538

Fie $f : [0, b-a] \rightarrow (0, \infty)$ o funcție continuă și $a < b$. Atunci

$$\int_a^b \frac{f(x-a)}{f(x-a) + f(b-x)} dx = \frac{b-a}{2}.$$

539

Fie $f : (-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă. Atunci,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_a^1 x^n f(x) dx = f(1), \quad -1 < a < 1.$$

540

Fie $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ continuă. Atunci,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^1 x^n f(x^n) dx = \int_0^1 f(t) dt.$$

541

Dacă $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ este continuă și are perioada $T > 0$, atunci

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(nx) dx = \frac{1}{T} \int_0^T f(x) dx.$$

542

Fie $a, b > 0$. Dacă $f : [-b, b] \rightarrow \mathbb{R}$ este o funcție continuă pară, atunci

$$\int_{-b}^b \frac{f(x)}{a^x + 1} dx = \int_0^b f(x) dx.$$

* * *

Geometrie analitică

543

Fie punctele $A(\lambda, 1)$, $B(2, 3)$, $C(3, -1)$. Să se determine λ astfel încât punctul A să se afle pe dreapta determinată de punctele B și C .

- A** 2 **B** 3 **C** $\frac{5}{2}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $\frac{2}{3}$

544

Dreptele $4x - y + 2 = 0$, $x - 4y - 8 = 0$, $x + 4y - 8 = 0$ determină un triunghi. Centrul cercului înscris în triunghi este

- A** $(\frac{6}{5}, 0)$ **B** $(\frac{6}{5}, 1)$ **C** $(\frac{5}{6}, 0)$ **D** $(\frac{5}{6}, 1)$ **E** $(\frac{6}{5}, \frac{5}{6})$

545

Triunghiul ABC are latura $[AB]$ pe dreapta $4x + y - 8 = 0$, latura $[AC]$ pe dreapta $4x + 5y - 24 = 0$, iar vârfurile B și C pe axa Ox . Ecuația medianei corespunzătoare vârfului A este:

- A** $2x + 3y = 0$ **B** $3x + 2y = 0$ **C** $5x + y = 9$ **D** $4x + 3y - 16 = 0$
E $x + 4y - 17 = 0$

546

Se dau punctele $A(2, 1)$ și $B(0, -1)$. Ecuația simetriciei dreptei AB față de dreapta OA este:

- A** $x + 2y - 1 = 0$ **B** $3x - 7y + 1 = 0$ **C** $2x + y + 5 = 0$ **D** $x + y + 1 = 0$
E $x - 7y + 5 = 0$

547

Fie triunghiul ABC , unde $B(-4, -5)$. Ecuația înălțimii duse din A este $5x + 3y - 4 = 0$. Ecuația dreptei BC este:

- A** $5y - 3x + 13 = 0$ **B** $3x - 5y + 37 = 0$ **C** $y = -5$ **D** $x + y - 2 = 0$ **E** $y - 2x = 3$

548

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3, 4)$, $B(-3, -4)$ și $C(3, -4)$. Coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC sunt:

- A** $(1, 1)$ **B** $(-1, 0)$ **C** $(0, 0)$ **D** $(0, 1)$ **E** $(0, -1)$

549

Fie C simetricul punctului $A(-1, -3)$ față de punctul $B(2, 1)$. Care sunt coordonatele punctului C ?

- A** $(5, 5)$ **B** $(4, 5)$ **C** $(6, 5)$ **D** $(5, 6)$ **E** $(4, 6)$

550

Fie punctele $A(0, 2)$ și $B(3, 3)$. Notăm cu P proiecția punctului $O(0, 0)$ pe dreapta AB . Care sunt coordonatele punctului P ? Care este aria triunghiului OAB ?

- A** $(-\frac{3}{5}, -\frac{9}{5}) ; 3$ **B** $(-\frac{3}{5}, -\frac{9}{5}) ; 6$ **C** $(\frac{3}{5}, -\frac{9}{5}) ; 3$ **D** $(-\frac{3}{5}, \frac{9}{5}) ; 3$ **E** $(-\frac{3}{5}, \frac{9}{5}) ; 6$

551

Fie $A(0, -1)$, $d_1 : x - y + 1 = 0$ și $d_2 : 2x - y = 0$. Coordonatele punctelor $B \in d_1$ și $C \in d_2$ pentru care dreptele d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC sunt:

- A** $(0, 1), (3, 6)$ **B** $(0, 1), (0, 1)$ **C** $(-1, 0), (1, 1)$ **D** $(0, 0), (-1, 1)$
E $(-1, -1), (1, 1)$

552

Fie dreptele

$$(AB) : x + 2y - 1 = 0$$

$$(BC) : 2x - y + 1 = 0$$

$$(AC) : 2x + y - 1 = 0$$

care determină triunghiul ABC . Bisectoarea unghiului B are ecuația:

- A** $x - 3y + 2 = 0$ **B** $x + y - 1 = 0$ **C** $3x - y + 2 = 0$ **D** $x - y + 1 = 0$
E $x - y + 5 = 0$

553

Pentru ce valori ale parametrului α ecuațiile $3\alpha x - 8y + 13 = 0$, $(\alpha + 1)x - 2\alpha y - 5 = 0$ reprezintă două drepte paralele:

- A** $\alpha_1 = -2, \alpha_2 = \frac{1}{3}$ **B** $\alpha_1 = -2, \alpha_2 = -\frac{1}{3}$ **C** $\alpha_1 = 2, \alpha_2 = \frac{2}{3}$
D $\alpha_1 = 2, \alpha_2 = -\frac{2}{3}$ **E** $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \alpha_2 = 3$

554

Se consideră în plan punctele $A(0, 0)$, $B(2, 0)$ și dreapta de ecuație $d : x - 2y + 10 = 0$. Valoarea minimă a sumei $S(M) = MA + MB$, când punctul M parurge dreapta d este:

- A** 2 **B** 10 **C** $\sqrt{101}$ **D** $\sqrt{98}$ **E** $7\sqrt{2}$

555

Dreapta care trece prin $C(1, 2)$, neparalelă cu AB față de care punctele $A(-1, 1)$ și $B(5, -3)$ sunt egal depărtate, are ecuația:

- A** $3x + y - 5 = 0$ **B** $2x + y - 4 = 0$ **C** $3x + 2y - 6 = 0$ **D** $2x + 3y - 4 = 0$
E $2x + 3y - 6 = 0$

556

Fie punctele $A(1, 1)$, $B(2, -3)$, $C(6, 0)$. Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

- A** $(4, 4)$ **B** $(5, 4)$ **C** $(3, 5)$ **D** $(3, 3)$ **E** $(4, 5)$

557

Raza cercului care trece prin punctele $A(-4, 0)$, $B(4, 4)$, $O(0, 0)$ este:

- A** 6 **B** 7 **C** 8 **D** $2\sqrt{10}$ **E** $3\sqrt{5}$

558

Laturile AB , BC , CA ale triunghiului ABC au respectiv ecuațiile:

$$x + 21y - 22 = 0, \quad 5x - 12y + 7 = 0, \quad 4x - 33y + 146 = 0.$$

Distanța de la centrul de greutate al triunghiului ABC la latura BC este:

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

Se dau punctele $A(0, 1)$, $B(-1, 0)$, $C(6, 2)$, și $D(1, 1)$.

559

Simetricul punctului C față de dreapta AB este:

- A** $C'(-6, 2)$ **B** $C'(6, -2)$ **C** $C'(-6, -2)$ **D** $C'(1, 7)$ **E** $C'(1, 4)$

560

Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM + MC$ este minimă sunt:

- A** $(1, -3)$ **B** $(1, 2)$ **C** $(-1, 2)$ **D** $(1, 3)$ **E** $(2, 3)$

561

Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM^2 + MC^2$ este minimă sunt:

- A** $(3, 4)$ **B** $(\frac{7}{4}, \frac{15}{4})$ **C** $(2, 3)$ **D** $(\frac{7}{3}, 3)$ **E** $(3, 5)$

Se consideră în planul xOy punctele $S(0, 12)$, $T(16, 0)$ și $Q(x, y)$ un punct variabil situat pe segmentul $[ST]$. Punctele P și R aparțin axelor de coordonate astfel încât patrulaterul $OPQR$ să fie dreptunghi.

562

Ecuația dreptei ST este:

- A** $3x + 4y - 48 = 0$ **B** $-3x - 4y + 12 = 0$ **C** $3y - 4x - 36 = 0$ **D** $3x - y + 12 = 0$
E $y - 4x + 64 = 0$

563

Aria dreptunghiului $OPQR$ este:

- A** $-3x^2 + 12x$ **B** $12x - \frac{3}{4}x^2$ **C** $3x^2 + 12x$ **D** $-4x^2 + 12x$ **E** $48x - \frac{3}{4}x^2$

564

Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $OPQR$ este:

- A** 32 **B** 48 **C** 64 **D** 96 **E** 84

Punctul $A(-4, 1)$ este un vârf al pătratului $ABCD$ parcurs în sens trigonometric, căruia îi cunoaștem o diagonală de ecuație $3x - y - 2 = 0$.

565 Aria pătratului $ABCD$ este:

- A** 45 **B** 15 **C** 90 **D** 30 **E** $\frac{45}{2}$

566 Punctul C are coordonatele:

- A** $(4, -1)$ **B** $(5, -2)$ **C** $(6, 1)$ **D** $(\frac{9}{2}, -\frac{7}{2})$ **E** $(\frac{11}{2}, -\frac{1}{2})$

Fie în planul xOy punctele $A(4, 0)$, $B(5, 1)$, $C(1, 5)$, $D(0, 4)$.

567 Patrulaterul $ABCD$ este:

- A** patrulater oarecare **B** trapez isoscel **C** romb **D** dreptunghi
E trapez dreptunghic

568 Aria patrulaterului este

- A** 4 **B** 8 **C** 1 **D** 16 **E** 2

569 Simetricul punctului A față de dreapta BC este punctul de coordonate

- A** $(1, 5)$ **B** $(5, 1)$ **C** $(5, 2)$ **D** $(6, 2)$ **E** $(6, 4)$

570

În sistemul cartezian xOy , o dreaptă variabilă d care conține punctul $A(0, 5)$ intersectează dreptele $x - 2 = 0$ și $x - 3 = 0$ în punctele B , respectiv C . Să se determine panta m a dreptei d astfel încât segmentul BC să aibă lungime minimă.

- A** $m = 0$ **B** $m = -1$ **C** $m \in \mathbb{R}$ **D** $m = 2$ **E** nu există

571

Fie dreapta $\mathcal{D} : x + y = 0$ și punctele $A(4, 0)$, $B(0, 3)$. Valoarea minimă a sumei $MA^2 + MB^2$, pentru $M \in \mathcal{D}$ este:

- A** $\frac{99}{4}$ **B** 25 **C** $\frac{101}{4}$ **D** 26 **E** $\frac{105}{4}$

Se consideră expresia $E(x, y) = x^2 + y^2 - 6x - 10y$.

572

Distanța de la punctul (x, y) la punctul $(3, 5)$ este:

- A** $\sqrt{E(x, y) + 34}$ **B** $\sqrt{E(x, y) - 34}$ **C** $\sqrt{E(x, y)}$ **D** $\sqrt{E(x, y) + 1}$
E alt răspuns

573

Valoarea minimă a lui $E(x, y)$, pentru $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, este:

- A** 0 **B** -34 **C** 34 **D** -1 **E** 1

574

Se consideră mulțimea $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2y \leq 0\}$. Valoarea maximă a lui $E(x, y)$, pentru $(x, y) \in D$, este:

- A** 8 **B** 0 **C** 4 **D** 6 **E** 2

Fie ABC un triunghi. Notăm cu G centrul său de greutate, cu O centrul cercului circumscris, cu H ortocentrul, cu I centrul cercului înscris și $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$.

575

Punctul M din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ este:

- A** G **B** H **C** I **D** O **E** A

576

Punctul N din planul triunghiului ABC pentru care $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ este:

- A** G **B** H **C** I **D** O **E** A

577

Punctul R din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{RC} = \overrightarrow{RH}$ este:

- A** G **B** H **C** I **D** O **E** A

* * *

Trigonometrie

578

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(4x) + \cos(\sqrt{2}x)$, are perioada:

- A 2 B 2π C $\sqrt{2}\pi$ D $\sqrt{2}$ E nu este periodică

579

Valoarea lui $\arcsin(\sin 3)$ este:

- A 3 B -3 C 0 D $\pi - 3$ E $-\cos 3$

580

Valoarea lui $\sin 15^\circ$ este:

- A $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$ C $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{4}$ D $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ E $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{4}$

Fie numerele complexe $z_k = \cos \frac{2k\pi}{5} + i \sin \frac{2k\pi}{5}$, $k = 1, 2, 3, 4$.

581

Ecuația polinomială ale cărei rădăcini sunt numerele z_k ($k = 1, 2, 3, 4$) este:

- A $x^4 + 1 = 0$ B $x^5 - 1 = 0$ C $x^5 + 1 = 0$ D $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ E $x^4 + x^2 + 1 = 0$

582

Valoarea expresiei $\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} + \cos \frac{8\pi}{5}$ este:

- A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 1 E 2

583

Valoarea expresiei $\cos \frac{2\pi}{5}$ este:

- A $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ B $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ D $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ E 1

584

$\cos x \cos \frac{5\pi}{4} - \sin x \sin \frac{5\pi}{4} = 1$ dacă și numai dacă:

- A $x \in \left\{2k\pi - \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $x \in \left\{k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $x \in \left\{k\pi - \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$
 D $x \in \left\{2k\pi - \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $x \in \left\{2k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

Se consideră funcția $f(x) = \cos^{2n} x + \sin^{2n} x$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, $x \in \mathbb{R}$.

585

Mulțimea soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

- A $\{2k\pi\}_{k \in \mathbb{Z}}$ B $\{2k\pi + \frac{\pi}{2}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ C $\{k\pi + \frac{\pi}{2}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ D $\{k\frac{\pi}{2}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ E \emptyset

586

Mulțimea valorilor funcției f este

- A $[0, 1]$ B $[-1, 1]$ C $[0, \frac{1}{n}]$ D $[\frac{1}{2^{n-1}}, 1]$ E Alt răspuns

Se consideră ecuația: $(\sin x + \cos x)^n - a \sin x \cos x + 1 = 0$, $n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R}$.

587

Pentru $n = 2$ ecuația are soluție dacă și numai dacă

- A $a \in [2, 6]$ B $a \in (-\infty, -2] \cup [6, \infty)$ C $a \in (-2, 6)$ D $a \in (-1, 1)$ E alt răspuns

588

Pentru $n = 1$ și $a = 3$ mulțimea soluțiilor ecuației este:

- A $\{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ B \emptyset C $\{(2k+1)\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{2k\pi - \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\}$
 D $\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ E $\{2k\pi + \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$

589

Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \frac{7}{25}$, atunci $\sin x$ este:

- A $-\frac{24}{25}$ B $-\frac{7}{8}$ C $-\frac{23}{25}$ D $\frac{7}{8}$ E $\frac{24}{25}$

590

$\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}$ are valoarea:

- A $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ B $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ C $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E alt răspuns

Fie x_1 și x_2 rădăcinile ecuației $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$.

591

$\operatorname{arctg} x_1 + \operatorname{arctg} x_2$ este:

- A $\frac{\pi}{2}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{3\pi}{8}$ D $\frac{3\pi}{4}$ E $\frac{\pi}{4}$

592

$\operatorname{arctg} x_1 \cdot \operatorname{arctg} x_2$ este:

- A $\frac{\pi^2}{8}$ B $\frac{3\pi^2}{16}$ C $\frac{3\pi^2}{64}$ D $\frac{3\pi^2}{32}$ E $\frac{\pi^2}{16}$

593

Fie $x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$ cu proprietatea că $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$. Atunci perechea $(\sin x, \cos x)$ este:

- A $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ B $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ C $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{-2}{\sqrt{5}}\right)$ D $\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{-1}{\sqrt{5}}\right)$ E $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

594

Pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ expresia $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$ este egală cu:

- A $2 \sin^2(a+b)$ B $2 \cos^2(a+b)$ C $4 \sin^2 \frac{a-b}{2}$ D $4 \cos^2 \frac{a-b}{2}$ E 2

595

Oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, suma $\sin^6 x + \cos^6 x$ este egală cu:

- A $3 - \sin^2 x \cos^2 x$ B $1 - 3 \sin^2 2x$ C 1 D $\frac{2}{3}$ E $1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$

596

Dacă $E = \cos^2(a+b) + \cos^2(a-b) - \cos 2a \cdot \cos 2b$ atunci, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ are loc egalitatea:

- A $2E = 1$ B $E = 1$ C $2E + 1 = 0$ D $E = 0$ E $E = -1$

597

Dacă numerele reale α și β satisfac egalitatea

$$(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2 = 2 \cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2},$$

atunci:

- A $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$ B $\alpha - \beta \in \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\alpha - \beta \in \{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
 D $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{2} + 4k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{6} + 10k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

598

Numărul $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{5} + \operatorname{arctg} \frac{1}{7} + \operatorname{arctg} \frac{1}{8}$ este egal cu:

- A $\frac{\pi}{12}$ B $\frac{\pi}{6}$ C $\frac{\pi}{4}$ D $\frac{5\pi}{12}$ E $\frac{\pi}{2}$

599

Inversa funcției $f : [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$, este funcția $f^{-1} : [-1, 1] \rightarrow [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ definită prin:

- A $f^{-1}(x) = \pi + \arcsin x$ B $f^{-1}(x) = \pi - \arcsin x$ C $f^{-1}(x) = \arcsin x$
 D $f^{-1}(x) = 2\pi - \arcsin x$ E $f^{-1}(x) = -\pi + \arcsin x$

600

Egalitatea $\arcsin(\sin x) = x$ are loc pentru:

- A orice $x \in \mathbb{R}$ B orice $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sin x \in (-1, 1)$
 C orice $x \in [0, 2\pi)$ D \emptyset E orice $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

601

Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care expresia

$$E(x) = \sqrt{\cos^4 x + m \sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + m \cos^2 x}$$

este constantă pe \mathbb{R} este:

- A** $\{0\}$ **B** $\{0, 4\}$ **C** $\{1, 4\}$ **D** $\{-1, 0\}$ **E** \emptyset

602

Valorile minimă m și maximă M ale expresiei $E(x) = \cos^2 x - 4 \sin x$, unde $x \in \mathbb{R}$, sunt:

- A** $m = -1, M = 1$ **B** $m = -5, M = 5$ **C** $m = -4, M = 3$
D $m = -4, M = 4$ **E** $m = -3, M = 3$

603

Mulțimea soluțiilor ecuației $2 \cos^2 x - 11 \cos x + 5 = 0$ este:

- A** \emptyset **B** $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ **C** $\left\{\pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ **E** $\left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

604

Ecuația $4 \sin^2 x - 4 \sin x + 1 = 0$ are următoarea mulțime de soluții:

- A** $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ **B** $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ **C** $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ **E** $\left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

605

Dacă $x \in \mathbb{R}$ și $\sin(\pi \cos x) = \cos(\pi \sin x)$, atunci $\cos 4x$ este:

- A** $-\frac{1}{8}$ **B** $\frac{1}{8}$ **C** $-\frac{1}{2}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** 0

Fie S_n , $n \in \mathbb{N}^*$, mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x \sin 2x \dots \sin nx = 1$.

606

S_1 este:

- A** $\left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ **B** $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ **C** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right\}$ **E** \emptyset

607

S_{100} este:

- A** $\left\{\frac{\pi}{101} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ **B** $\left\{\frac{\pi}{101} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ **C** \emptyset **D** $\bigsqcup_{n=1}^{100} \left\{\frac{\pi}{5n} + \frac{k\pi}{n+1} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

608

Mulțimea soluțiilor ecuației $\cos 2x = \cos x$ este:

- A** $\left\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ **B** $\left\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ **C** $\left\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ **D** $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{\pi + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

609

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x = \cos 3x$ este:

- A $\left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ B $\left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ C $\left\{ \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{4} \right\}$ D $\left\{ -\frac{4k+1}{8}\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$
 E $\left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

610

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin 5x = \sin x$ este:

- A $\left\{ \frac{k\pi}{5-(-1)^k} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ B $\left\{ \frac{k\pi}{5} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ C $\left\{ \frac{k\pi}{10} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$
 D $\left\{ (-1)^k \arcsin \frac{1}{5} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ E $\left\{ (-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

611

Ecuația $2 \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$ are următoarele soluții în intervalul $[0, \frac{\pi}{2}]$:

- A $\frac{\pi}{4}$ și $\frac{\pi}{6}$ B $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg}(-5)$ C $\frac{\pi}{12}$ D $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ E $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg} 2$

612

Dacă $\sqrt{3} \sin x + \cos x - 2 = 0$, atunci:

- A $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$, $k \in \mathbb{Z}$; B $x = \frac{\pi}{6} + (-1)^k \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$;
 C $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi - \frac{\pi}{6}$, $k \in \mathbb{Z}$; D $x = k\pi - \frac{\pi}{6}$, $k \in \mathbb{Z}$; E $x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

613

Ecuația $\sin x + p \cos x = 2p$, $p \in \mathbb{R}$, are soluții pentru:

- A $|p| > 5$ B $p \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right]$ C $|p| > \frac{2}{3}$ D $|p| = 3$ E $3p^2 > 1$

614

Valoarea lui $\cos x$ care verifică ecuația $2 \sin^2 2x - 2 \sin x \sin 3x = 4 \cos x + \cos 2x$ este:

- A $\frac{1}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E 0

615

Următoarea mulțime reprezintă soluția ecuației $\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x = \frac{3}{2}$:

- A $\left\{ (-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ (-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ B $\left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4} \right\}$
 C $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ D $\left\{ (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ E $\left\{ \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

616

Mulțimea tuturor valorilor $x \in \mathbb{R}$ care verifică egalitatea

$$3(\cos^4 x + \sin^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1$$

este:

- A \emptyset B \mathbb{R} C $\left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ D $\{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ E $\{2k\pi \mid k \in \mathbb{N}\}$

617

Mulțimea soluțiilor ecuației

$$\left(\sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}} - \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}} \right) \left(\sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} - \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}} \right) = -4$$

este:

- A** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi)$ **C** $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} ((2k - 1)\frac{\pi}{2}, k\pi)$
D $\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

618

Fie $x \in \mathbb{R}$. Valoarea expresiei

$$\left(\sin x - 2\sqrt[3]{\sin x \cos^2 x} \right)^2 + \left(\cos x - 2\sqrt[3]{\sin^2 x \cos x} \right)^2$$

este:

- A** 1 **B** 2 **C** $\sin x + \cos x$ **D** $\sin^3 x + \cos^3 x$ **E** $\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}$

619

Ecuăția $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 + \sin 2x$ are următoarea mulțime de soluții:

- A** \emptyset **B** $\{\frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\frac{3\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

620

Egalitatea $\max(\sin x, \cos x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ este adevărată dacă și numai dacă:

- A** $x \in \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$ **B** $x \in \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$ **C** $x \in \left\{ -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \right\}$
D $x \in \left\{ \frac{11\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$
E $x \in \left\{ \pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$

621

Mulțimea soluțiilor ecuației $4 \sin x \cos^3 x - 4 \sin^3 x \cos x = 1$ este:

- A** $\{(-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{8} | k \in \mathbb{Z} \right\}$ **C** $\left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z} \right\}$ **D** $\left\{ -\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8} \right\}$
E $\left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} | k \in \mathbb{Z} \right\}$

622

Soluția ecuației $2 \arcsin x = \arccos 2x$ este:

- A** $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ **B** $\frac{\pi}{4}$ **C** $\frac{\pi}{6}$ **D** $\sqrt{2} - 1$ **E** $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

623

Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația $(\sin x - m)^2 + (2m \sin x - 1)^2 = 0$ are soluții este:

- A** $[-1, 1]$ **B** $\left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$ **C** $\{-1, 0, 1\}$ **D** $\left[-\frac{1}{2}, 0 \right) \cup \left(0, \frac{1}{2} \right]$ **E** $\left\{ \frac{1}{2} \right\}$

624

Dacă S este mulțimea soluțiilor ecuației $(1 - \cos x)^4 + 2 \sin^2 x^2 = 0$, atunci:

- A** $S = \emptyset$ **B** $S \cap \mathbb{Q} = \emptyset$ **C** $S = \{\pi\}$ **D** $S = \{0\}$ **E** $S = \{0, 2\pi\}$

625

Ecuatia $\sin x + \cos 2x = m$, $m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

- A $m \in [0, \frac{9}{8}]$ B $m = 1$ C $m = -3$ D $m < -2$ E $m \in [-2, \frac{9}{8}]$

626

Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația $\cos^2 x + (m+1) \sin x = 2m-1$ are soluții este:

- A $[1, 2]$ B \emptyset C $\{0\}$ D $[0, 2]$ E $[3, \infty)$

627

Ecuatia $\sin^6 x + \cos^6 x = m$, $m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

- A $m \leq 2$ B $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$ C $m = 1$ D $0 \leq m \leq 2$ E $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$

628

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x + \sin 2x = 2$ este:

- A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{\frac{k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\}$
 D $\{\arcsin \frac{1}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ E \emptyset

Se consideră funcția $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3\cos^2 x - 4\sin x$.

629

Soluția ecuației $f(x) = \frac{1}{4}$ este:

- A $\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\}$ B $\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\}$ C $\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\}$ D $\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\}$ E $\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\}$

630

Valoarea maximă a funcției f este:

- A -1 B $\frac{13}{3}$ C 3 D $\frac{11}{3}$ E $\frac{14}{3}$

631

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are soluție este:

- A $[-4, \frac{13}{3}]$ B $[-3, \frac{11}{3}]$ C $[-4, \frac{14}{3}]$ D $[-3, \frac{13}{3}]$ E $[-4, \frac{11}{3}]$

632

Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 5$ este:

- A 2 B 1 C 0 D 3 E 4

633

Să se arate că dacă $a = 41$, $b = 28$ și $c = 15$, atunci triunghiul ABC este:

- A dreptunghic B ascuțitunghic C obtuzunghic D isoscel E echilateral

634

Să se determine unghiiurile A și C ale triunghiului ABC dacă $a = \sqrt{2}$, $b = 2$, $B = \frac{\pi}{4}$.

- A $A = \frac{\pi}{4}$, $C = \frac{\pi}{2}$ B $A = \frac{\pi}{6}$, $C = \frac{7\pi}{12}$ C $A = \frac{\pi}{3}$, $C = \frac{5\pi}{12}$
 D $A = \frac{7\pi}{12}$, $C = \frac{\pi}{6}$ E $A = \frac{5\pi}{12}$, $C = \frac{\pi}{3}$

635

În triunghiul ABC avem $BC = 4$, $m(\widehat{A}) = 60^\circ$, $m(\widehat{B}) = 45^\circ$. Atunci AC are lungimea:

A $\frac{\sqrt{6}}{3}$

B $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

C $\sqrt{6}$

D $\frac{4\sqrt{6}}{3}$

E $\frac{5\sqrt{6}}{3}$

Fie $z = \left(1 + \frac{2i}{1-i}\right)^{2005}$.

636

Valoarea lui z este:

A 1

B $2i$

C $-i$

D i

E $-2i + 1$

637

Modulul lui $z + i$ este:

A $\sqrt{2}$

B 2

C 1

D $\sqrt{3}$

E $\sqrt{5}$

638

Valoarea expresiei $\overline{2z + \bar{z}}$ este

A $-i$

B $-2i$

C $2i + 3$

D 3

E i

Fie $x = \frac{1}{4}(\sqrt{3} + i)$. Atunci:

639

x^{2004} este

A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2005}}$

B $-\frac{1}{2^{2004}}$

C 0

D $\frac{1}{2^{2004}}$

E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2005}}$

640

x^{2008} este

A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2009}}$

B $-\frac{1}{2^{2008}}$

C 0

D $\frac{1}{2^{2008}}$

E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2009}}$

641

Dacă $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ și $S = \{z \in \mathbb{C} \mid (z+i)^n = (z-i)^n\}$, atunci:

A S are n elemente, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;

B $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{tg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n; k \in \mathbb{N}; k \neq \frac{n}{2}\}$

C $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1; k \in \mathbb{N}\}$

D $S = \{\operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1; k \in \mathbb{N}\}$

E $S \cap \mathbb{R}$ are cel mult două elemente, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$

642

Fie triunghiul ABC pentru care $\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{a}{b+c}$. Atunci triunghiul este:

A echilateral

B dreptunghic cu $A = \frac{\pi}{2}$

C dreptunghic cu $B = \frac{\pi}{2}$

D ascuțitunghic

E obtuzunghic

643

Fie $z = \frac{(\sqrt{3} + i)^n}{(\sqrt{3} - i)^m}$, $m, n \in \mathbb{N}$. Să se determine relația dintre m și n astfel încât z să fie real.

- A** $n - m = 6k$, $k \in \mathbb{N}$ **B** $n + m = 3k$, $k \in \mathbb{N}$ **C** $n - m = 3k$, $k \in \mathbb{Z}$ **D** $n - m = 0$
E $n + m = 6k$, $k \in \mathbb{N}$

644

Numărul $E = (\cos \alpha - i \sin \alpha)(\cos 5\alpha + i \sin 5\alpha)$ este real pentru

- A** $\alpha = \frac{k\pi}{4}$, $k \in \mathbb{Z}$; **B** $\alpha = \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; **C** $\alpha = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$;
D $\alpha = \frac{k\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$; **E** $\alpha = \frac{2k\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$

Fie numărul complex $u = 2 + 2i$.

645

Forma trigonometrică a numărului complex u este:

- A** $u = \sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ **B** $u = \sqrt{8}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$ **C** $u = 2\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} - i \sin \frac{3\pi}{4})$
D $u = \sqrt{8}(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ **E** $u = 2\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4})$

646

u^{100} este:

- A** 2^{100} **B** $2^{100}i$ **C** $-2^{150}i$ **D** -2^{150} **E** -2^{200}

647

Fie mulțimea $A = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| \leq |z - i| \text{ și } |z - u| \leq 1\}$. Modulul lui $z \in A$ pentru care argumentul lui z este minim este:

- A** 3 **B** $\sqrt{8}$ **C** $\sqrt{7}$ **D** 1 **E** $\sqrt{6}$

Se consideră numerele complexe

$$z_1 = \sin a - \cos a + i(\sin a + \cos a), \quad z_2 = \sin a + \cos a + i(\sin a - \cos a).$$

648

Mulțimea valorilor lui a pentru care numărul complex $w = z_1^n + z_2^n$ are modulul maxim este:

- A** $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{\frac{k\pi}{n} + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\frac{2k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\{\frac{k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** alt răspuns

649

Mulțimea valorilor lui a pentru care $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$ este:

- A** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** \emptyset **E** $\{2k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$

650

Valorile lui n pentru care $z_1^n z_2^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, este real și pozitiv sunt:

- A** $n = 5$ **B** $n = 4k$, $k \in \mathbb{N}^*$ **C** $n = 8k + 1$, $k \in \mathbb{N}^*$ **D** $n = 0$ **E** $n = 8k + 2$, $k \in \mathbb{Z}$

Pentru n și k numere naturale nenule cu n fixat, notăm $a_k = \cos \frac{2k\pi}{n} - 2 + i \sin \frac{2k\pi}{n}$.

651 Valoarea $\overline{a_n}$ este:

- A** 1 **B** i **C** -1 **D** 0 **E** $-i$

652 Valoarea sumei $a_1 + a_2 + \dots + a_n$, $n > 1$, este:

- A** $-2n$ **B** $2n$ **C** $1 - 2^n$ **D** $ni - 2n$ **E** $i + 2n$

653 Valoarea produsului $a_1 a_2 \dots a_n$ este:

- A** $2^n - 1$ **B** $(-1)^{n-1}(2^{n+1} - 1)$ **C** $(2n - 1)(-1)^n$ **D** $(-1)^n(2^n - 1)$

654

Să se calculeze expresia $E = (\sqrt{3} - i)^8(-1 + i\sqrt{3})^{11}$:

- A** $E = 2^{11};$ **B** $E = 2^{19};$ **C** $E = 2^{15};$ **D** $E = 2^5;$ **E** 2^7

655

Dacă $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \alpha$, atunci expresia $E = z^n + z^{-n}$ are, pentru orice $n \in \mathbb{Z}$ și pentru orice $\alpha \in \mathbb{R}$, valoarea:

- A** $zi \sin n\alpha$ **B** $\cos n\alpha + i \sin n\alpha$ **C** $\operatorname{tg} n\alpha$ **D** $2 \cos n\alpha$ **E** $\sin n\alpha + \operatorname{tg} n\alpha$

656

Câte rădăcini complexe are ecuația $z^3 = \bar{z}$?

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

657

Câte rădăcini complexe are ecuația $z^{n-1} = i\bar{z}$, $n > 2$, $n \in \mathbb{N}$?

- A** $n - 2$ **B** $n - 1$ **C** n **D** $n + 1$ **E** $n + 2$

658

Fie numărul complex $z = \left(\frac{\sqrt{3} - i}{1 + i}\right)^{12}$. Este adevărată afirmația

- A** $z = 2^6$ **B** $\arg z = \pi$ **C** $|z| = 2^{12}$ **D** $z = 64i$ **E** $\arg z = 2\pi$

Exemplu Test Admitere

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 9, & x < 0, \\ 2x + 9, & x \geq 0. \end{cases}$

659 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ este:

- A 10 B $\frac{35}{4}$ C 9 D -9 E 2

660 Valoarea inversei funcției f în punctul 8 este:

- A -3 B -1 C 1 D 3 E f nu este inversabilă

Fie a o rădăcină a ecuației $x^2 + x + 1 = 0$.

661 a^3 este:

- A 0 B 1 C i D $1 + i\sqrt{3}$ E -1

662 $(1 + a)^{2016} + (1 + \bar{a})^{2016}$ este:

- A -1 B $1 + i\sqrt{3}$ C 2 D 1 E i

Se consideră sistemul de ecuații

$$\begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ x + y + az = b \end{cases}$$

unde $a, b \in \mathbb{R}$.

663 Sistemul are soluție unică dacă și numai dacă:

- A** $a \neq -2$ **B** $a \neq 0$ **C** $a \neq 2$ **D** $a > 0$ **E** $a \leq 0$

664 Sistemul are o infinitate de soluții dacă și numai dacă:

- A** $a = b = 1$ **B** $a = -2, b = 0$ **C** $a = 2, b = 1$ **D** $a = -1, b = 1$ **E** $a = -2, b = -2$

Pe \mathbb{R} se consideră legea de compoziție $x * y = ax + ay - xy$, $x, y \in \mathbb{R}$, unde a este un parametru real.

665 Multimea valorilor lui a pentru care legea este asociativă este:

- A** $[0, \infty)$ **B** \mathbb{R} **C** $\{-1, 0, 1\}$ **D** $\{0, 1\}$ **E** $[0, 1]$

666 Multimea valorilor lui a pentru care intervalul $[0, 1]$ este parte stabilă a lui $(\mathbb{R}, *)$ este:

- A** $[\frac{1}{2}, 1]$ **B** $[0, \frac{1}{2}]$ **C** $[0, 1]$ **D** $[1, \infty)$ **E** \mathbb{R}

667 Multimea perechilor $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ pentru care $(\mathbb{R} \setminus \{b\}, *)$ este grup este:

- A** $\{(0, 0), (1, 0)\}$ **B** $\{(0, 0), (1, 1)\}$ **C** $\{(0, 0), (0, 1)\}$ **D** $\{(-1, 0), (1, 0)\}$
E $\{(-1, -1), (1, 0)\}$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$.

668 A^2 este:

- A** 0_2 **B** I_2 **C** A **D** $I_2 + A$ **E** $-A$

669 Numărul soluțiilor din $M_2(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^{25} = A$ este:

- A** 2 **B** 0 **C** 10 **D** 25 **E** ∞

Se consideră polinomul $P = X^3 + X^2 + aX + b \in \mathbb{Z}[X]$.

670 Perechea (a, b) pentru care $x = 1$ este rădăcina dublă a polinomului P este:

- A** $(5, 3)$ **B** $(5, -3)$ **C** $(3, 5)$ **D** $(-5, 3)$ **E** $(0, 0)$

Să se calculeze integralele:

671 $\int_0^1 |2x - 1| dx$

- A** 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{4}$ **D** 2 **E** $\frac{1}{2}$

672 $\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x)) dx$

- A** 0 **B** π **C** π^2 **D** $2\pi^2$ **E** $4\pi^2$

Să se calculeze:

673 $\int_{-1}^1 \frac{2x + 2}{x^2 + 1} dx$

- A** $\frac{\pi}{4}$ **B** 0 **C** $\frac{\pi}{2}$ **D** π **E** $\ln 2 + \pi$

674 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot \cos(nx) dx$

- A** ∞ **B** 1 **C** $\frac{\pi}{2}$ **D** π **E** 0

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{|x^2 - 4|}$.

675 Multimea de derivabilitate a funcției f este:

- A** $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ **B** \mathbb{R} **C** \emptyset **D** $\{-2, 2\}$ **E** $(-2, 2)$

676 Numărul punctelor de extrem local a lui f este:

- A** 0 **B** 3 **C** 1 **D** 2 **E** 4

677 Numărul asymptotelor lui f este:

- A** 1 **B** 0 **C** 2 **D** 3 **E** 4

Să se calculeze limitele:

678 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 3}{n^2 + 3n + 2}$

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** $\frac{2}{3}$

679 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

- A** 0 **B** 1 **C** $\sqrt{2}$ **D** 2 **E** nu există

680 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \sin n}{n + \sin n}$

- A** 0 **B** 1 **C** nu există **D** $\frac{1}{2}$ **E** ∞ .

681 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(n+3)!}{n!n^3} \right)^n$

- A** e **B** e^2 **C** e^4 **D** e^6 **E** ∞

682 $\lim_{x \rightarrow +0} ((1+x)^x - 1)^x$

- A** 0 **B** 1 **C** e **D** ∞ **E** nu există

Se consideră punctul $A(-1, 1)$ și dreapta $(d) : x - y = 2$.

683 Simetricul punctului A față de origine este:

- A** (1, 1) **B** (-1, -1) **C** (1, -1) **D** (2, -1) **E** (-1, 2)

684 Distanța de la punctul A la dreapta (d) este:

- A** $\sqrt{2}$ **B** 2 **C** $3\sqrt{2}$ **D** $2\sqrt{2}$ **E** 1.

685 Simetricul punctului A față de dreapta (d) este:

- A** (1, -1) **B** (2, -2) **C** $(\sqrt{5}, -\sqrt{5})$ **D** $(2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$ **E** (3, -3)

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin^2 x + 4 \cos x$.

686

$f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ este:

- A** $\frac{11}{4}$ **B** $\frac{5}{2}$ **C** π **D** 0 **E** $\frac{1}{2}$

687

Valoarea maximă a lui f este:

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

688

Ecuația $f(x) = m$, $m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

- A** $[0, 1]$ **B** $[-1, 1]$ **C** $[-4, 4]$ **D** $[-2, 0]$ **E** $[0, 3]$

Simulare admitere 13 mai 2017

689

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care $x^2 + 2x + m \geq 0$ pentru orice x real este:

- A** $(1, \infty)$ **B** $[1, \infty)$ **C** $[0, \infty)$ **D** \mathbb{R} **E** \emptyset

690

Mulțimea soluțiilor ecuației $\frac{2 \lg(x-2)}{\lg(5x-14)} = 1$ este:

- A** \emptyset **B** $\{3, 6\}$ **C** $\{4\}$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ **E** $\{6\}$

691

$\sin^2 \frac{\pi}{3} + \cos^2 \frac{\pi}{3}$ este:

- A** $\sqrt{2}$ **B** $\frac{1}{2}$ **C** $\frac{1}{3}$ **D** 1 **E** $\sqrt{3}$

692

Numărul soluțiilor din intervalul $[0, 2\pi]$ ale ecuației $\sin x = \cos x$ este:

- A** 4 **B** 0 **C** 1 **D** 3 **E** 2

693

Valoarea minimă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$, este:

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1}{4}$ **C** $\frac{3}{4}$ **D** $\frac{1}{3}$ **E** 0

Se consideră punctele $A(0, 3)$, $B(1, 0)$ și $C(6, 1)$.

694

Coordonatele mijlocului segmentului AC sunt:

- A** $(2, 2)$ **B** $(3, 2)$ **C** $(3, 4)$ **D** $(3, 3)$ **E** $(4, 3)$

695

Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

- A** $(5, 4)$ **B** $(5, 5)$ **C** $(4, 4)$ **D** $(6, 4)$ **E** $(2, 4)$

696

Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

- A** $\left(3, \frac{4}{3}\right)$ **B** $\left(\frac{8}{3}, \frac{2}{3}\right)$ **C** $\left(4, \frac{4}{3}\right)$ **D** $\left(\frac{7}{3}, \frac{4}{3}\right)$ **E** $(1, 1)$

Se consideră sistemul $\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + az = 1 \\ 3x + y + 4z = 2b^3 \end{cases}$, $a, b \in \mathbb{R}$.

697

Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

- A** $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}; b \in \mathbb{R}$ **B** $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}; b = 1$ **C** $a = b = 2$ **D** $a = 1; b \in \mathbb{R}$
E $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; b \in \mathbb{R}$

698

Numărul perechilor $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care sistemul este compatibil nedeterminat este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** infinit

Să se calculeze:

699

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+2}$$

- A** ∞ **B** 1 **C** 0 **D** 2 **E** e

700

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$$

- A** nu există **B** 2 **C** 0 **D** ∞ **E** 1

701

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - \sin x}{x + \sin x}$$

- A** 0 **B** 1 **C** 3 **D** ∞ **E** -1

702

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sum_{k=1}^n e^{\frac{k}{n^2}} \right)$$

- A** ∞ **B** -1 **C** e **D** 0 **E** $-\frac{1}{2}$

Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x e^{\frac{a}{x}}$, unde a este un parametru real.

703

Mulțimea valorilor lui a pentru care graficul funcției f admite asimptota $y = x + 2$ este:

- A** $\{-2, 2\}$ **B** $\{1\}$ **C** $\{2\}$ **D** $\{-1\}$ **E** \emptyset

704

Mulțimea valorilor lui a pentru care graficul funcției f are două asimptote este:

- A** $(0, 1)$ **B** $(1, \infty)$ **C** $(-\infty, 0)$ **D** $(0, \infty)$ **E** \emptyset

Se consideră polinomul

$$P(x) = (x^2 + x + 1)^{100} = a_0 + a_1 x + \cdots + a_{199} x^{199} + a_{200} x^{200}$$

având rădăcinile x_1, x_2, \dots, x_{200} .

705

Valoarea lui $P(0)$ este:

- A** 30 **B** 0 **C** 200 **D** 100 **E** 1

706

Valoarea lui a_1 este:

- A** 100 **B** 200 **C** 199 **D** 1 **E** 0

707

Restul împărțirii polinomului P la $x^2 + x$ este:

- A** $100x - 1$ **B** 0 **C** 99 **D** $100x + 1$ **E** 1

708

Suma $\sum_{k=1}^{200} \frac{1}{1+x_k}$ este:

- A** 100 **B** 200 **C** -100 **D** 0 **E** 1

Pe mulțimea \mathbb{Z} se definește legea de compozиție “ $*$ ” prin

$$x * y = xy + mx + my + 2, \quad \text{unde } m \in \mathbb{Z}.$$

709

0 * 0 este:

- A** 4 **B** 3 **C** 2 **D** 5 **E** 6

710

Fie $m = -1$. Știind că “ $*$ ” este asociativă, $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$ este:

- A** 1 **B** -1 **C** 2 **D** -2 **E** 0

711

Mulțimea valorilor parametrului m pentru care legea “ $*$ ” admite element neutru este:

- A** $\{-1, 0, 2\}$ **B** $\{-1, 1, 2\}$ **C** $\{-1, 2\}$ **D** $\{-1\}$ **E** $\{2\}$

712

Dacă $m = 2$, atunci numărul elementelor simetrizabile în raport cu “ $*$ ” este:

- A** 1 **B** 2 **C** 0 **D** 4 **E** infinit

713

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_0^1 |t - x|^3 dt$, are valoare minimă pentru x egal cu:

- A** 1 **B** 0 **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\frac{1}{4}$ **E** -1

Să se calculeze:

714 $\int_0^1 x^9 dx$

- A** $\frac{1}{8}$ **B** $\frac{2}{9}$ **C** $\frac{1}{9}$ **D** $\frac{1}{10}$ **E** 10

715 $\int_0^2 \frac{1}{4+x^2} dx$

- A** $\frac{\pi}{6}$ **B** $\frac{\pi}{8}$ **C** $\frac{\pi}{4}$ **D** $\frac{\pi}{2}$ **E** π

716 $\int_0^1 \ln(x+1) dx$

- A** $\ln \frac{e}{2}$ **B** $\ln \frac{2}{3}$ **C** 0 **D** $\ln \frac{4}{e}$ **E** $\ln 2$

717 $\int_0^1 \frac{1+x^2}{1+x^2+x^4} dx$

- A** $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ **B** $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ **C** $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ **D** $\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$ **E** $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

718 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{1/n}^n \frac{\operatorname{arctg}(x^2)}{1+x^2} dx$

- A** $\frac{\pi^2}{2}$ **B** $\frac{\pi^2}{4}$ **C** $\frac{\pi^2}{8}$ **D** π^2 **E** $\frac{\pi^2}{6}$

Admitere 16 iulie 2017

719

Fie sirul $a_n = n\sqrt{n}(\sqrt{n+1} - a\sqrt{n} + \sqrt{n-1})$, $n \in \mathbb{N}^*$, $a \in \mathbb{R}$.

Dacă sirul (a_n) este convergent, atunci limita lui este:

- A** 0 **B** -1 **C** $-\frac{1}{2}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $-\frac{1}{4}$

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{16x^2 + 1} + 4x - 5$.

720

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ este:

- A** $-\infty$ **B** -5 **C** 4 **D** 8 **E** 0

721

Numărul asimptotelor funcției f este:

- A** 2 **B** 0 **C** 1 **D** 3 **E** 4

Se consideră ecuația $a^x = 2x + 1$, unde $a \in (0, \infty)$ este fixat.

722

Valoarea lui a pentru care ecuația admite rădăcina $x = 1$ este:

- A** 2 **B** 1 **C** 3 **D** $\ln 2$ **E** e

723

Mulțimea valorilor lui a pentru care ecuația admite o singură rădăcină reală este:

- A** $(0, +\infty) \setminus \{e^2\}$ **B** $(0, 1] \cup \{e^2\}$ **C** $(0, e^2]$ **D** $[1, +\infty)$ **E** $(0, 1] \cup \{e\}$

724

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[5]{x^3 - \operatorname{tg}^3 x}$. Valoarea lui $f'(0)$ este:

- A** -1 **B** $-\frac{1}{5}$ **C** $\frac{1}{5}$ **D** $\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$ **E** $-\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$

Să se calculeze:

725 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 3^x}{2 \cdot 3^x + 1}$

- A** 2 **B** 0 **C** $+\infty$ **D** 3 **E** $\frac{1}{2}$

726 $\lim_{x \rightarrow +0} ((x+9)^x - 9^x)^x$

- A** nu există **B** 0 **C** e **D** 1 **E** $\ln 9$

Să se calculeze:

727 $\int_0^3 \frac{dx}{x^2 + 9}$

- A** $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ **B** $\frac{\pi}{6}$ **C** $\frac{\pi}{4}$ **D** $\frac{\pi}{18}$ **E** $\frac{\pi}{12}$

728 $\int_1^e \ln \frac{1}{x} dx$

- A** -1 **B** 1 **C** $2e - 1$ **D** $1 - 2e$ **E** $e + 1$

729 $\int_{-1}^1 \frac{\arccos x}{1+x^2} dx$

- A** 0 **B** $\frac{\pi}{4}$ **C** $\frac{\pi^2}{2}$ **D** $\frac{\pi}{2}$ **E** $\frac{\pi^2}{4}$

730 $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_2^e (\ln x)^n dx$

- A** e **B** 0 **C** 1 **D** $\ln 2$ **E** ∞

731

Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 3x + 2$ și fie f^{-1} inversa funcției f .
Valoarea $(f^{-1})'(-2)$ este:

- A** 15 **B** $\frac{1}{6}$ **C** 3 **D** $\frac{1}{3}$ **E** 2

În planul xOy se consideră punctele $A(3, 0)$ și $B(0, 4)$.

732

Distanța de la originea planului la dreapta AB este:

A 2

B $\frac{4}{3}$

C $\frac{12}{5}$

D 3

E $2\sqrt{2}$

733

Ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$ este:

- A $(x - \frac{3}{2}) + (y - 2) = 0$ B $4x + 3y + 4 = 0$ C $3x - 4y + 4 = 0$ D $6x - 8y + 7 = 0$
 E $x - y = 0$

734

Se consideră familia de funcții $f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_m(x) = x^2 - (4m + 3)x + 4m + 2$, $m \in \mathbb{R}$. Punctul din plan prin care trec toate graficele funcțiilor f_m este situat pe:

- A axa Oy B axa Ox C prima bisectoare D a doua bisectoare E alt răspuns

Fie e baza logaritmului natural. Pe intervalul $(0, +\infty)$ definim legea de compozиție $x * y = x^{2 \ln y}$, $\forall x > 0$, $y > 0$.

735

Elementul neutru este:

A \sqrt{e}

B 1

C e

D $\frac{1}{\sqrt{e}}$

E e^2

736

Pentru $x \neq 1$, simetricul lui x în raport cu legea “ $*$ ” este:

A e^{-x}

B $\frac{1}{x}$

C $e^{\frac{1}{4 \ln x}}$

D $x^{-2 \ln x}$

E $\frac{1}{2 \ln x}$

737

Valoarea lui $a > 0$ pentru care structura algebrică $((0, \infty) \setminus \{a\}, *)$ este grup, este:

A e

B 1

C $\frac{1}{e}$

D e^2

E \sqrt{e}

738

Numărul $e * e * \dots * e$, unde e apare de 10 ori, este:

A e^{256}

B e^{10}

C e^{512}

D $10^{\ln 10}$

E e^{1024}

Se consideră sistemul $\begin{cases} ax + y + z = -1 \\ x + ay + z = -a \\ x + y - z = -2 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

739 Determinantul sistemului este:

- A** a^2 **B** $a^2 + 2a - 3$ **C** $a^2 - 2a + 3$ **D** $-a^2 - 2a + 3$ **E** $2a + 3$

740 Sistemul este incompatibil dacă și numai dacă:

- A** $a = -1$ **B** $a = 1$ **C** alt răspuns **D** $a \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 1\}$ **E** $a = -3$

741 Numărul valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul admite soluții (x, y, z) , cu x, y, z în progresie aritmetică în această ordine, este:

- A** 0 **B** 3 **C** 1 **D** 2 **E** ∞

Se consideră funcția $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos 2x$.

742 $f(0)$ este:

- A** 3 **B** -1 **C** 2 **D** $1/2$ **E** 1

743 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

- A** 1 **B** 3 **C** 2 **D** 5 **E** 0

744 Multimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația $f(x) = m$ are soluții este:

- A** $[0, \frac{9}{8}]$ **B** $[-2, 0]$ **C** $[-2, \frac{9}{8}]$ **D** \mathbb{R} **E** alt răspuns

745

Numărul soluțiilor reale ale ecuației $16^x = 3^x + 4^x$ este:

- A** 2 **B** 1 **C** 3 **D** 0 **E** 4

Se dă ecuația $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x + 1 = 0$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.

746

Valoarea sumei $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

A -2

B -4

C 2

D 4

E 1

747

Ecuația cu rădăcinile $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \frac{1}{x_4}$ este:

A $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0$

C $x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$

E $x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$

B $x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 1 = 0$

D $x^4 - 4x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$

748

Valoarea sumei $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2} + \frac{1}{x_4^2}$ este:

A -3

B 3

C -2

D 2

E 1

Simulare admitere 12 mai 2018

749

$$\int_{-1}^1 \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx \text{ este:}$$

- A** $-e$ **B** $\ln 2$ **C** $-\ln 2$ **D** 0 **E** $2\ln 2$

750

$$\int_0^1 \frac{dx}{2x^2 - 2x + 1} \text{ este:}$$

- A** π **B** $\frac{\pi}{4}$ **C** $\frac{\pi}{2}$ **D** $\ln 2$ **E** $\frac{\pi}{2}\ln 2$

751

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{x}{1+x^3}} dx \text{ este:}$$

- A** $\frac{3}{2}\ln 3$ **B** $\frac{2}{3}\ln(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ **C** $\frac{2}{3}\ln 2$ **D** $\frac{2}{3}\ln(1 + \sqrt{2})$ **E** $\frac{3}{2}\ln 2$

752

$$\int_{-1}^1 \frac{x}{e^x + x + 1} dx \text{ este:}$$

- A** 0 **B** $\ln \frac{e}{1+e}$ **C** $\ln \frac{e+1}{e-1}$ **D** $\frac{e+1}{e-1}$ **E** $\ln \frac{e}{2+e}$

753 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x+1}$ este:

- A** 0 **B** 2 **C** 1 **D** ∞ **E** e

754 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(e^x + 2^x) - \sqrt{x^2 - 4x + 1})$ este:

- A** ∞ **B** 0 **C** 2 **D** $\ln 2$ **E** 4

755 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{x^a} - x^{x^b}}{\ln^2 x}, \quad a, b \in \mathbb{R}$, este:

- A** $\frac{a-b}{2}$ **B** $b-a$ **C** $e^a - e^b$ **D** $ab(a-b)$ **E** $a-b$

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{2x}(x^2 + x + m)$, unde m este un parametru real.

756 $f(0)$ este:

- A** 0 **B** $m+3$ **C** $e^2(m+3)$ **D** m **E** $-m$

757 f este monotonă pe \mathbb{R} dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

- A** $[\frac{1}{4}, 1]$ **B** $[0, \infty)$ **C** $(0, \infty)$ **D** \mathbb{R} **E** $[\frac{1}{2}, \infty)$

758 f are două puncte de extrem dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

- A** $(-\infty, \frac{1}{2})$ **B** $[0, \infty)$ **C** $(-2, 2)$ **D** \mathbb{R} **E** $(-1, 1)$

759

Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x-a| \sin x$, unde a este un parametru real. Numărul valorilor lui a pentru care f este derivabilă pe \mathbb{R} este:

- A** 2 **B** 0 **C** 1 **D** infinit **E** 4

760

Se consideră sirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin formula de recurență $x_{n+1} = x_n^2 - 2x_n + 2$, $x_0 = a \in \mathbb{R}$. Sirul este convergent dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

- A** $[1, 2]$ **B** $[-1, 1]$ **C** $[0, 2]$ **D** $[0, 1]$ **E** $[-1, 0]$

761

Dacă $a = \log_6 2$, atunci $\log_3 12$ este:

- A** 4 **B** $\frac{2+a}{2-a}$ **C** $\frac{a+4}{a+3}$ **D** $\frac{1+a}{1-a}$ **E** $\frac{1}{4}$

Ecuatia $x^2 - 2mx + 2m^2 - 2m = 0$, unde m este un parametru real, are rădăcinile reale x_1 și x_2 .

762 Suma $x_1 + x_2$ este:

- A** $2m$ **B** 2 **C** $2m^2 - 2m$ **D** m **E** $-m$

763 Multimea valorilor produsului $x_1 x_2$ este:

- A** $[0, 4]$ **B** $[-\frac{1}{2}, 4]$ **C** $[\frac{1}{2}, 2]$ **D** $[-1, 2]$ **E** \mathbb{R}

Se consideră ecuația $x^5 + a^2x^4 + 1 = 0$, $a \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_i , $i = 1, \dots, 5$.

764 Valoarea sumei $\sum_{i=1}^5 x_i$ este:

- A** $-5a$ **B** a^4 **C** $-a^2$ **D** 0 **E** $-a^4$

765 Valoarea sumei $\sum_{i=1}^5 \frac{1}{x_i^4}$ este:

- A** 0 **B** a^4 **C** $-5a^4$ **D** $-4a^2$ **E** a^3

766 Multimea valorilor lui a pentru care două dintre rădăcinile ecuației au parte imitariană negativă este:

- A** $[-1, 1]$ **B** \emptyset **C** $(-\infty, 0]$ **D** $(-\infty, 0)$ **E** \mathbb{R}

767

Numărul valorilor parametrului real a pentru care sistemul

$$\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \end{cases}$$

are cel puțin o soluție este:

- A** 0 **B** 2 **C** 1 **D** 3 **E** infinit

768

Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $\lambda \in \mathbb{R}$ astfel ca $A^2 - \lambda A + \lambda^2 I_2 = O_2$. Matricea A^{2018} este:

- A** $\lambda^{2018} I_2$ **B** A **C** $\lambda^{2016} A^2$ **D** $\lambda^2 A^2$ **E** O_2

Se consideră grupul (G, \star) , unde $G = (-1, 1)$ și $x \star y = \frac{x+y}{1+xy}$.

769 $\frac{2}{3} \star \frac{3}{4}$ este:

- A $\frac{9}{12}$ B 0 C 1 D $\frac{14}{15}$ E $\frac{17}{18}$

770 Elementul neutru al grupului (G, \star) este:

- A $\frac{1}{2}$ B 0 C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

771 Dacă $((0, \infty), \cdot)$ este grupul multiplicativ al numerelor reale pozitive, atunci funcția crescătoare $f: G \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = \frac{a+x}{b-x}$, este un izomorfism de grupuri pentru:

- A $a = b = 2$ B $a = -b = 1$ C $a = -b = -1$ D $a = b = -1$ E $a = b = 1$

772 $\frac{1}{2} \star \frac{1}{4} \star \dots \star \frac{1}{10}$ este:

- A $\frac{5}{6}$ B $\frac{10}{13}$ C $\frac{11}{15}$ D $\frac{7}{9}$ E $\frac{8}{9}$

773

Numărul valorilor parametrului real m pentru care ecuația $\sqrt{\cos^4 x + 4 \sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + 4 \cos^2 x} = m$ are soluții este:

- A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

Fie $f: [0, 3\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos(4x)$.

774 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ este:

- A 2 B 1 C 0 D $\sqrt{2}$ E $2\sqrt{2}$

775 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 2$ este:

- A 1 B 2 C 3 D 4 E 6

776

Ecuatiile dreptelor care sunt la distanță 2 de punctul $A(2, 1)$ și trec prin originea $O(0, 0)$ sunt:

- A alt răspuns B $3x + 4y = 0$ C $y = \pm x$ D $2x \pm y = 0$ E $x \pm 2y = 0$

Se consideră punctele $A(6, 0)$, $B(0, 3)$ și $O(0, 0)$ în plan.

777

Ecuația înălțimii din O a triunghiului AOB este:

- [A] $x = 2y$ [B] $2y = 3x$ [C] $y = 2x$ [D] $x = y$ [E] $3x = y$

778

Coordonatele centrului de greutate al triunghiului AOB sunt:

- [A] $(2, 1)$ [B] $(1, 1)$ [C] $(1, 2)$ [D] $(2, 2)$ [E] $(3, 2)$

Admitere 16 iulie 2018

Calculați:

779 $\int_1^5 \frac{dx}{x+3}$

- A** $\ln 2$ **B** $\ln 3$ **C** $\ln 4$ **D** $\ln 5$ **E** $\ln 8$

780 $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$

- A** $\operatorname{arctg} \frac{e}{e+1}$ **B** $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$ **C** $\operatorname{arctg} \frac{e}{e^2+1}$ **D** $\ln \frac{e}{e+1}$ **E** $\ln(2e)$

781 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(4x)}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx$

- A** $\ln 2$ **B** $\pi \ln 4$ **C** $\pi \ln 8$ **D** $\ln \left(\frac{\pi}{4}\right)$ **E** $\ln(\pi e)$

782 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x . Atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^\pi \{x\}^n dx$ este:

- A** $\frac{\pi}{2}$ **B** 4 **C** 2 **D** π **E** 3

783 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \cdot 9^x + 5^x + 4}{9^{x+1} - 5^x + 2^x}$ este:

- A** $\frac{2}{9}$ **B** 2 **C** 1 **D** $\frac{1}{9}$ **E** $+\infty$

Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + ax$, unde a este un parametru real.

784 $f'(0)$ este:

- A** $1+a$ **B** a **C** $1-a$ **D** 1 **E** 0

785 Graficul lui f este tangent axei Ox dacă:

- A** $a=2$ **B** $a=-1$ **C** $a=1$ **D** $a=0$ **E** $a=3$

786 Pentru $a = -3$, numărul punctelor de extrem local ale funcției $g(x) = |f(x)|$, $x \in \mathbb{R}$, este:

- A** 4 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 5

787 Pentru $a = 1$, $(f^{-1})'(2)$ este:

- A** $1/2$ **B** $1/4$ **C** $1/3$ **D** 0 **E** $+\infty$

Se consideră în plan punctul $A(0, -1)$, dreptele $d_1: x - y + 1 = 0$, $d_2: 2x - y = 0$ și punctele $B \in d_1$, $C \in d_2$, astfel încât d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC .

788 Intersecția dreptelor d_1 și d_2 are coordonatele:

- A** $(-1, 2)$ **B** $(2, 3)$ **C** $(1, 2)$ **D** $(-1, 0)$ **E** $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$

789 Punctul B are coordonatele:

- A** $(3, 6)$ **B** $(0, 1)$ **C** $(1, 2)$ **D** $(-1, 0)$ **E** $(-2, -1)$

790

Se consideră punctele $A(2, 3)$ și $B(4, 5)$. Mediatoarea segmentului $[AB]$ are ecuația:

- A** $2x - y = 2$ **B** $2x + y = 10$ **C** $x + 2y = 11$ **D** $-x + y = 1$ **E** $x + y = 7$

Se consideră polinomul $P(X) = X^{20} + X^{10} + X^5 + 2$, având rădăcinile $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$. Notăm cu $R(X)$ restul împărțirii polinomului $P(X)$ prin $X^3 + X$.

791 $P(i)$ este:

- A** $2 + i$ **B** $1 + i$ **C** 2 **D** i **E** 0

792 $R(X)$ este:

- A** $2 + X + X^2$ **B** $2 + X$ **C** $2 + X - X^2$ **D** X **E** 1

793 $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{x_k - x_k^2}$ este:

- A** $\frac{15}{2}$ **B** 5 **C** 6 **D** 8 **E** 7

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și fie $A^n = \begin{pmatrix} x_n & -y_n \\ y_n & x_n \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Notăm $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

794 $2A - A^2$ este:

- A** $A + I_2$ **B** I_2 **C** $2I_2$ **D** O_2 **E** $A - I_2$

795 A^{48} este:

- A** O_2 **B** $2^{12}I_2$ **C** $2^{48}I_2$ **D** $2^{48}A$ **E** $2^{24}I_2$

796 $\frac{x_{10}^2 + y_{10}^2}{x_8^2 + y_8^2}$ este:

- A** 16 **B** 2 **C** 8 **D** 4 **E** 1

797

Perechea $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, pentru care $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 2} - ax - b) = 0$, este:

- A** $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ **B** $(-2, -1)$ **C** $(-2, -2)$ **D** $(2, -2)$ **E** $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$

798

$\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}} \cdot \sin x$ este:

- A** nu există **B** 0 **C** ∞ **D** $-\infty$ **E** 1

799

Se consideră sirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n \geq 0}$, $a_0 = 1$, $a_1 = a$, $a_{n+1}^3 = a_n^2 a_{n-1}$, $n \geq 1$. Valoarea lui a , pentru care $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 8$, este:

- A** 2 **B** 16 **C** 8 **D** 32 **E** 4

Se consideră ecuația: $\cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cdot \cos x = m$, $m \in \mathbb{R}$.

800

Ecuația admite soluția $x = \frac{\pi}{2}$ pentru:

- A** $m = \frac{1}{4}$ **B** $m = 1$ **C** $m = 0$ **D** $m = -1$ **E** $m = -\frac{1}{4}$

801

Ecuația are soluție dacă și numai dacă m aparține intervalului:

- A** $[-1, 1]$ **B** $[-4, 4]$ **C** $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ **D** $\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right]$ **E** $[-2, 2]$

802

Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \frac{3}{5}$, atunci $\sin x$ este:

- A** $\frac{3}{4}$ **B** $\frac{4}{5}$ **C** $-\frac{4}{5}$ **D** 1 **E** $-\frac{3}{4}$

803

Dacă $\lg 5 = a$ și $\lg 6 = b$, atunci $\log_3 2$ este:

- A** $\frac{1+a}{a+b+1}$ **B** $\frac{1+a}{a-b+1}$ **C** $\frac{1-a}{a+b+1}$ **D** $\frac{1-a}{a+b-1}$ **E** $\frac{1-a}{b-1}$

804

Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ verifică relația $2 \lg(x - 2y) = \lg x + \lg y$, atunci mulțimea valorilor expresiei $\frac{x}{y}$ este:

- A** {4} **B** {1} **C** {1, 4} **D** {1, 2, 4} **E** \emptyset

805

Dacă $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $\alpha^3 = 1$, atunci $(1+\alpha)(1+\alpha^2)(1+\alpha^3)(1+\alpha^4)(1+\alpha^5)(1+\alpha^6)$ este:

- A** 64 **B** 0 **C** 16 **D** 4 **E** $8i$

Pe intervalul $(-1, 1)$ se definește legea de compozitie $*$ prin

$$x * y = \frac{2xy + 3(x + y) + 2}{3xy + 2(x + y) + 3}, \quad x, y \in (-1, 1).$$

806 Elementul neutru al legii $*$ este:

- A** 0 **B** $\frac{2}{3}$ **C** $-\frac{2}{3}$ **D** $\frac{1}{3}$ **E** $-\frac{1}{3}$

807 Dacă funcția $f : (-1, 1) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = a \frac{1-x}{1+x}$ verifică relația $f(x * y) = f(x)f(y)$, $\forall x, y \in (-1, 1)$, atunci a este:

- A** $-\frac{2}{3}$ **B** $\frac{2}{3}$ **C** $-\frac{1}{3}$ **D** $\frac{1}{5}$ **E** $-\frac{1}{5}$

808 Numărul soluțiilor ecuației $\underbrace{x * x * \dots * x}_{x \text{ de } 10 \text{ ori}} = \frac{1}{10}$ este:

- A** 2 **B** 0 **C** 1 **D** 10 **E** 5

809

Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A îl conțin pe 3 și îl au pe 7 ca fiind cel mai mare element?

- A** 2^5 **B** 2^7 **C** $2^7 - 1$ **D** C_7^3 **E** 2^6

Se consideră sistemul (S) :
$$\begin{cases} x - 2y - 3z = b \\ 2x + y + az = 2 \\ 3x + y - 2z = 4 \end{cases} \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

810

Sistemul (S) este compatibil determinat dacă și numai dacă:

- A** $a \neq 1$ **B** $a \neq -1$ **C** $a = 1, b = 2$ **D** $a = 3, b \neq 2$ **E** $a \neq -2$

811

Sistemul (S) este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:

- A** $a = 1, b = -5$ **B** $a = -1, b = 4$ **C** $a = -1, b = 6$ **D** $a = -1, b = -6$
E $a = 1, b = 5$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2m+1)x^2 - 2(m+2)x + m+2$, unde m este un parametru real, $m \neq -\frac{1}{2}$.

- 812** Ecuația $f(x) = 0$ are o unică soluție dacă și numai dacă m aparține mulțimii:
- A $\{-1, 2\}$ B $\{-1, 1\}$ C $\{-2, 2\}$ D $\{-2, 1\}$ E $\{0, 1\}$
- 813** Funcția f admite un minim global negativ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:
- A $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ B $[-1, 2)$ C $\left(-\frac{1}{2}, 1\right]$ D $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup (1, \infty)$ E $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup (1, \infty)$
- 814** Soluțiile reale x_1, x_2 ale ecuației $f(x) = 0$ verifică $x_1 < 2$ și $x_2 > 2$ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:
- A $\left[0, \frac{2}{5}\right)$ B $\left[-\frac{1}{3}, \frac{2}{5}\right)$ C $\left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{5}\right]$ D $\left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{5}\right)$ E \mathbb{R}

Pe mulțimea $(0, \infty)$ se definește legea de compozitie “ \star ” prin $x \star y = x^{\frac{\lg y}{\lg a}}$, unde $a \in (0, \infty) \setminus \{1\}$ este fixat.

- 815** Elementul neutru este:
- A 1 B $-\lg a$ C $\lg a$ D a^{-1} E a
- 816** Simetricul unui element $x \in (0, \infty) \setminus \{1\}$ în raport cu legea “ \star ” este:
- A $e^{\frac{\lg^2 a}{\lg x}}$ B $10^{\frac{\lg^2 a}{\lg x}}$ C $10^{\frac{\lg x}{\lg^2 a}}$ D $e^{\frac{\lg x}{\lg^2 a}}$ E x^{-1}
- 817** $\underbrace{x \star x \star \cdots \star x}_{x \text{ apare de } n \text{ ori}}$ este:
- A $10^{\frac{\lg^n x}{\lg^{n-1} a}}$ B $e^{\frac{\lg^n x}{\lg^n a}}$ C $10^{n \frac{\lg x}{\lg a}}$ D $e^{\frac{\lg x}{n \lg^2 a}}$ E $10^{\frac{\lg x}{n \lg a}}$
- 818** Fie $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ și $\text{tr}(A) = a + d$. Atunci $\det(A + I_2) - 1 - \det A$ este:
- A $2 \text{tr}(A) + 1$ B $\text{tr}(A) + 1$ C $2 \text{tr}(A)$ D $\text{tr}(A) - 1$ E $\text{tr}(A)$

Fie ε rădăcina pozitivă a ecuației $x^2 - x - 1 = 0$
 și matricea $A = \begin{pmatrix} -\varepsilon + 1 & \frac{1}{\varepsilon} \\ 1 & \varepsilon - 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

(819) ε^3 este egal cu:

- [A] $\varepsilon - 2$ [B] $2\varepsilon - 1$ [C] $2\varepsilon + 1$ [D] $-\varepsilon + 2$ [E] ε

(820) $\det(A^{2019})$ este:

- [A] 1 [B] 0 [C] 2019 [D] -1 [E] ε

(821) Matricea A^{2019} este:

- [A] εI_2 [B] $-A$ [C] I_2 [D] $-\varepsilon I_2$ [E] A

(822)

Fie polinomul $P(x) = x^3 + 3x + 2$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

Polinomul cu rădăcinile $1 + x_1, 1 + x_2, 1 + x_3$ este:

- [A] $x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ [B] $x^3 - 3x^2 - 5x - 1$ [C] $x^3 - 3x^2 - x + 2$ [D] $x^3 - 3x^2 + x - 1$
 [E] $x^3 - 3x^2 - x - 5$

(823)

$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^1 \frac{x^n}{1+x+x^n} dx$ este:

- [A] 1 [B] $\ln 2$ [C] $\ln \frac{3}{2}$ [D] 2 [E] $2 \ln 2$

(824)

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sum_{k=1}^n \cos \frac{2k}{n\sqrt{n}} \right)$ este:

- [A] 2 [B] $\frac{1}{2}$ [C] 1 [D] $\frac{2}{3}$ [E] $+\infty$

Se consideră funcția $f : [-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x}(x^2 + x - 1)$.

(825) Numărul asimptotelor lui f este:

- [A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] 4 ex]

(826) Numărul punctelor de extrem local ale lui f este:

- [A] 4 [B] 2 [C] 0 [D] 1 [E] 3

827

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2 + 2n}}$$

este:

- A 0 B $\frac{2}{3}$ C 1 D $\sqrt{2}$ E 2

828

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}$$

este:

- A 0 B 1 C $\sqrt{2}$ D $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E nu există

829

Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |2x^2 - 3x + 1| \cdot \cos(ax)$, unde $a \in [0, 2\pi]$ este un parametru real. Numărul valorilor lui a pentru care funcția f este derivabilă pe \mathbb{R} este:

- A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

830

$$\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{1+x}} dx$$

este:

- A $\frac{1}{2}$ B $2\sqrt{3}$ C $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D 2 E $\frac{7}{12}$

Fie $a \in \mathbb{R}$ și fie funcțiile $f, g : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin

$$f(x) = ax^2 + x, \quad g(x) = \ln(1+x).$$

831

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$$

este:

- A 0 B $2a + 1$ C 1 D ∞ E $a + 1$

832

Mulțimea valorilor lui a pentru care graficele funcțiilor f și g au tangentă comună într-un punct comun este:

- A $\mathbb{R} \setminus \left\{ 1 - \frac{1}{e} \right\}$ B $(-\infty, 0]$ C $[0, \infty)$ D $\left[-\frac{1}{2}, \infty \right)$ E \mathbb{R}

Fie sirul de numere reale $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n \sqrt{1 - x_n^2}$, unde $x_0 = a \in (0, 1)$.

833

$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ este:

- A** 1 **B** 0 **C** a **D** $\sqrt{1 - a^2}$ **E** nu există

834

$\lim_{n \rightarrow \infty} n x_n^2$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** a^2 **D** $1 - a^2$ **E** $+\infty$

Fie $ABCD$ paralelogram, cu $A(-1, 4)$, $B(1, 6)$ și $C(3, -8)$.

835

Punctul de intersecție a diagonalelor are coordonatele:

- A** $(2, -1)$ **B** $(0, 5)$ **C** $(1, -2)$ **D** $(2, -4)$ **E** $(1, -10)$

836

Simetricalul lui D față de dreapta AB are coordonatele:

- A** $(-14, 5)$ **B** $(6, -15)$ **C** $(-13, 4)$ **D** $(-15, 6)$ **E** $(-5, 14)$

837

Aria paralelogramului $ABCD$ este:

- A** 32 **B** 16 **C** 8 **D** 48 **E** 24

838

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x + \sin(3x) = \frac{8}{3\sqrt{3}}$ este:

- | | |
|--|---|
| A $\left\{ (-1)^k \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}} + k\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$ | B $\left\{ \frac{k\pi}{6} : k \in \mathbb{Z} \right\}$ |
| C $\left\{ (-1)^k \arcsin \frac{3\sqrt{3}}{8} + k\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$ | D \emptyset |
| | E $\left\{ \frac{k\pi}{8} : k \in \mathbb{Z} \right\}$ |

Admitere 24 iulie 2019

839

Se consideră multimea $A = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$. Care este numărul submultimilor lui A care îl conțin pe 5 și au cel puțin un element mai mare decât 5?

- A** 224 **B** 217 **C** 64 **D** 192 **E** 240

Pentru orice $m \in \mathbb{R}^*$ se definește funcția

$$f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_m(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m + 2.$$

840

Numărul punctelor din plan comune tuturor graficelor funcțiilor f_m este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** infinit

841

Multimea valorilor m pentru care funcția f_m are ambele rădăcini reale și strict negative este:

- A** $(-\infty, -1) \cup (0, \infty)$ **B** $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$ **C** \emptyset **D** $(0, \infty)$ **E** $(-\infty, -2) \cup (0, \infty)$

Pe mulțimea \mathbb{Z} se definește legea de compoziție “ $*$ ” prin $x * y = x + y + axy$, unde $a \in \mathbb{Z}$ este fixat.

842 Numărul valorilor lui a pentru care legea de compoziție are element neutru este:

- A** 1 **B** 2 **C** 4 **D** 5 **E** infinit

843 Dacă $a = -2$, atunci numărul elementelor simetrizabile este:

- A** 1 **B** 2 **C** 4 **D** 5 **E** infinit

844 Dacă $a = -2$, atunci $\underbrace{1 * 1 * \dots * 1}_{1 \text{ apare de } 2019 \text{ ori}}$ este:

- A** -1 **B** 1 **C** $\frac{3^{2019} - 1}{2}$ **D** $\frac{3^{2019} + 1}{2}$ **E** 0

845 Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ inversabilă astfel încât $A + A^{-1} = I_2$. Atunci matricea $I_2 + A + A^2 + \dots + A^{2019}$ este:

- A** $2A - I_2$ **B** $2A + I_2$ **C** $-2A + I_2$ **D** $-2A - I_2$ **E** $A + I_2$

846 Fie $z = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$. Atunci $(1 - z)(1 - z^2)(1 - z^4)(1 - z^5)$ este:

- A** 9 **B** 0 **C** i **D** 1 **E** z

Se consideră sistemul $\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = b \\ x + y + az = 1 \end{cases}$ cu $a, b \in \mathbb{R}$.

847 Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

- A** $a \neq \frac{2}{3}$ **B** $a = \frac{2}{3}$ **C** $a \neq \frac{3}{2}$ **D** $a = \frac{3}{2}$ **E** $a \neq 2$

848 Sistemul este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:

- A** $a = \frac{2}{3}, b = 2$ **B** $a = \frac{2}{3}, b \neq 2$ **C** $a = \frac{3}{2}, b = 2$ **D** $a = \frac{2}{3}, b = 3$ **E** $a \neq \frac{2}{3}, b = 2$

Se consideră polinomul $P(X) = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4 .

849

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

- A** 2 **B** 0 **C** 1 **D** -1 **E** -2

850

$x_1^{2019} + x_2^{2019} + x_3^{2019} + x_4^{2019}$ este:

- A** -4 **B** 4 **C** 1 **D** -1 **E** 0

Se consideră sirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n - x_n^2$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

851

Dacă $x_{100} = 1$, atunci valoarea lui x_0 este:

- A** -2 **B** 1 **C** -1 **D** 2 **E** nu există

852

Sirul este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

- A** $[-1, 1]$ **B** $(-\infty, 0]$ **C** $[0, 1]$ **D** $[1, \infty)$ **E** $(-1, 1)$

853

Dacă $x_0 = \frac{1}{2}$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{x_n}$ este:

- A** 1 **B** 0 **C** $\frac{1}{2}$ **D** nu există **E** $+\infty$

854

Numărul punctelor de extrem ale funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 1)^2(x^2 - 9)^3$, este:

- A** 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

Fie $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2 + x + m)$, $m \in \mathbb{R}$.

855

$f(0)$ este:

- A** 0 **B** $m - 1$ **C** m **D** $m + 1$ **E** $m + 2$

856

Funcția f are un singur punct de extrem local dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

- A** $(-5, 1)$ **B** $\{-5, 1\}$ **C** $[-5, 1)$ **D** $(-5, 2)$ **E** $\left\{\frac{5}{4}\right\}$

Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^{2x} + 1}$.

857

Numărul asimptotelor la graficul funcției f este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** alt răspuns

858

Imaginea funcției f este:

- A** $\left(-1, \frac{\sqrt{2}-1}{2}\right]$ **B** $[-1, 0)$ **C** $(-1, 0)$ **D** $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ **E** $[-1, \sqrt{2}]$

859

$\int_0^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx$ este:

- A** $\ln 1$ **B** $\ln 2$ **C** $\frac{\pi}{8}$ **D** $\ln 3$ **E** $\frac{\pi}{2}$

860

$\int_1^9 \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx$ este:

- A** $\ln 1$ **B** $\ln 2$ **C** π **D** $\ln 4$ **E** $-\ln 2$

861

$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n \frac{x - x^2}{(x^2 + 1)(x^3 + 1)} dx$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** $\log \frac{3}{2}$ **D** $\log \frac{2}{3}$ **E** -1

862

$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{n}}^n \frac{1}{(x^2 + 1)(x^7 + 1)} dx$ este:

- A** $\frac{\pi}{3}$ **B** $\frac{\pi}{4}$ **C** $\frac{\pi}{2}$ **D** $\frac{\pi}{8}$ **E** alt răspuns

În planul xOy se consideră punctele $A(8, 0)$ și $B(0, 6)$, iar M este un punct variabil pe segmentul $[AB]$. Fie P și N proiecțiile lui M pe axele Ox , respectiv Oy .

863

Ecuația dreptei AB este:

- A** $3x + 4y = 24$ **B** $3x + 2y = 24$ **C** $x + y = 10$ **D** $2x + y = 22$ **E** $x - y = 1$

864

Lungimea minimă a lui $[OM]$ este:

- A** 4 **B** 6 **C** 5 **D** $\frac{24}{5}$ **E** $\frac{16}{3}$

865

Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $MNOP$ este:

- A** 10 **B** 12 **C** 13 **D** 14 **E** 15

Se dă ecuația $\cos^2 x - 2 \sin x \cos x = a + \sin^2 x$, $a \in \mathbb{R}$.

866

Ecuația are soluția $\frac{\pi}{4}$ dacă a este:

- A** 0 **B** 1 **C** -1 **D** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **E** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

867

Ecuația admite soluții dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

- A** $[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$ **B** $[-2, 2]$ **C** $[-1, 1]$ **D** $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ **E** $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

868

Dacă $\sin x + \cos x = 1$, $x \in \mathbb{R}$, atunci valoarea minimă pe care o poate lua expresia $\sin^{2019} x + \cos^{2019} x$ este:

- A** -1 **B** 0 **C** $\frac{1}{2^{2019}}$ **D** 1 **E** $\frac{1}{4}$

* * *

Problemele au fost propuse/prelucrate/alese de către:

1	- Maria Câmpian	44	- Daniela Roșca	87	- Ioan Raşa
2	- Daria Dumitraș	45	- Eugenia Duca	88	- Ioan Raşa
3	- Maria Câmpian	46	- Eugenia Duca	89	- Ioan Raşa
4	- Eugenia Duca	47	- Alexandru Mitrea	90	- Ioan Raşa
5	- Liana Timboș	48	- Alexandru Mitrea	91	- Mircea Ivan
6	- Liana Timboș	49	- Alexandru Mitrea	92	- Mircea Ivan
7	- Liana Timboș	50	- Alexandru Mitrea	93	- Daria Dumitraș
8	- Dalia Cîmpean	51	- Alexandru Mitrea	94	- Daria Dumitraș
9	- Dalia Cîmpean	52	- Eugenia Duca	95	- Vasile Pop
10	- Dalia Cîmpean	53	- Tania Lazar	96	- Silvia Toader
11	- Maria Câmpian	54	- Gheorghe Toader	97	- Nicolaie Lung
12	- Maria Câmpian	55	- Daniela Marian	98	- Nicolaie Lung
13	- Maria Câmpian	56	- Ioan Raşa	99	- Daniela Roșca
14	- Alexandra Ciupa	57	- Ioan Raşa	100	- Dorian Popa
15	- Alexandra Ciupa	58	- Ioan Raşa	101	- Neculai Vornicescu
16	- Viorica Muresan	59	- Ioan Raşa	102	- Neculai Vornicescu
17	- Viorica Muresan	60	- Ioan Raşa	103	- Vasile Miheșan
18	- Dalia Cîmpean	61	- Alexandru Mitrea	104	- Daria Dumitraș
19	- Radu Peter	62	- Ioan Raşa	105	- Vasile Miheșan
20	- Mircea Ivan	63	- Daniela Roșca	106	- Daniela Roșca
21	- Daria Dumitraș	64	- Daniela Roșca	107	- Daniela Roșca
22	- Daniela Inoan	65	- Floare Tomuța	108	- Daniela Roșca
23	- Nicolaie Lung	66	- Daniela Roșca	109	- Vasile Pop
24	- Daria Dumitraș	67	- Daniela Roșca	110	- Vasile Pop
25	- Daniela Roșca	68	- Daniela Roșca	111	- Silvia Toader
26	- Daniela Roșca	69	- Alexandru Mitrea	112	- Silvia Toader
27	- Adela Novac	70	- Gheorghe Toader	113	- Gheorghe Toader
28	- Adela Novac	71	- Eugenia Duca	114	- Rozica Moga
29	- Floare Tomuța	72	- Silvia Toader	115	- Rozica Moga
30	- Mircea Dan Rus	73	- Silvia Toader	116	- Viorica Mureșan
31	- Mircea Dan Rus	74	- Silvia Toader	117	- Dorian Popa
32	- Mircea Dan Rus	75	- Ioan Gavrea	118	- Mircea Ivan
33	- Floare Tomuța	76	- Ioan Gavrea	119	- Iuliu Crivei
34	- Iuliu Crivei	77	- Bogdan Gavrea	120	- Iuliu Crivei
35	- Viorica Mureșan	78	- Bogdan Gavrea	121	- Daniela Roșca
36	- Neculai Vornicescu	79	- Alexandra Ciupa	122	- Ioan Gavrea
37	- Neculai Vornicescu	80	- Mihaela Bercheșan	123	- Ioan Gavrea
38	- Alexandra Ciupa	81	- Mihaela Bercheșan	124	- Vasile Pop
39	- Vasile Pop	82	- Mihaela Bercheșan	125	- Alexandru Mitrea
40	- Vasile Câmpian	83	- Eugenia Duca	126	- Viorica Mureșan
41	- Ioan Gavrea	84	- Mircea Ivan	127	- Ovidiu Furdui
42	- Ioan Gavrea	85	- Alexandra Ciupa	128	- Ovidiu Furdui
43	- Ioan Gavrea	86	- Alexandru Mitrea	129	- Eugenia Duca

130 - Alina Sîntămărian	190 - Iuliu Crivei	250 - Mircea Ivan
131 - Vasile Pop	191 - Iuliu Crivei	251 - Ioan Gavrea
132 - Mircea Ivan	192 - Daniela Roșca	252 - Dorian Popa
133 - Mircea Ivan	193 - Vasile Miheșan	253 - Dorian Popa
134 - Eugenia Duca	194 - Vasile Miheșan	254 - Dorian Popa
135 - Neculae Vornicescu	195 - Vasile Miheșan	255 - Dorian Popa
136 - Iuliu Crivei	196 - Vasile Pop	256 - Dorian Popa
137 - Gheorghe Toader	197 - Vasile Pop	257 - Dorian Popa
138 - Alexandra Ciupa	198 - Vasile Pop	258 - Dorian Popa
139 - Silvia Toader	199 - Vasile Pop	259 - Dorian Popa
140 - Vasile Câmpian	200 - Silvia Toader	260 - Dorian Popa
141 - Daniela Inoan	201 - Silvia Toader	261 - Dorian Popa
142 - Dorian Popa	202 - Silvia Toader	262 - Dorian Popa
143 - Neculae Vornicescu	203 - Ioan Raşa	263 - Mircea Ivan
144 - Mircea Ivan	204 - Ioan Raşa	264 - Mircea Ivan
145 - Vasile Pop	205 - Ioan Raşa	265 - Mircea Ivan
146 - Mircea Ivan	206 - Mircia Gurzău	266 - Mircea Ivan
147 - Daniela Inoan	207 - Vasile Pop	267 - Vasile Pop
148 - Dorian Popa	208 - Vasile Pop	268 - Adela Novac
149 - Gheorghe Toader	209 - Alexandru Mitrea	269 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
150 - Viorica Mureșan	210 - Gheorghe Toader	270 - Daniela Roșca
151 - Vasile Pop	211 - Dorian Popa	271 - Ioan Raşa
152 - Floare Tomuța	212 - Dorian Popa	272 - Maria Câmpian
153 - Vasile Miheșan	213 - Dorian Popa	273 - Maria Câmpian
154 - Ioan Gavrea	214 - Iuliu Crivei	274 - Maria Câmpian
155 - Ioan Gavrea	215 - Iuliu Crivei	275 - Adela Novac
156 - Radu Peter	216 - Daniela Inoan	276 - Viorica Mureșan
157 - Ioan Raşa	217 - Dorian Popa	277 - Daniela Roșca
158 - Vasile Pop	218 - Ioan Raşa	278 - Alexandra Ciupa
159 - Vasile Pop	219 - Adela Novac	279 - Ioan Raşa
160 - Neculae Vornicescu	220 - Adela Novac	280 - Nicolaie Lung
161 - Alexandru Mitrea	221 - Dorian Popa	281 - Alexandra Ciupa
162 - Alexandru Mitrea	222 - Dorian Popa	282 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
163 - Floare Tomuța	223 - Dorian Popa	283 - Ioan Raşa
164 - Daniela Roșca	224 - Mircea Ivan	284 - Daria Dumitraș
165 - Mircea Ivan	225 - Nicolaie Lung	285 - Adela Capătă
166 - Mircea Dan Rus	226 - Nicolaie Lung	286 - Ioan Gavrea
167 - Mircea Dan Rus	227 - Nicolaie Lung	287 - Ioan Gavrea
168 - Alexandra Ciupa	228 - Constantin Todea	288 - Ioan Gavrea
169 - Vasile Miheșan	229 - Vasile Pop	289 - Ioan Gavrea
170 - Vasile Pop	230 - Ioan Gavrea	290 - Mircea Ivan
171 - Floare Tomuța	231 - Vasile Pop	291 - Alina Sîntămărian
172 - Alexandru Mitrea	232 - Vasile Pop	292 - Mircea Ivan
173 - Alexandru Mitrea	233 - Vasile Pop	293 - Neculae Vornicescu
174 - Alexandru Mitrea	234 - Mircea Rus	294 - Silvia Toader
175 - Alexandru Mitrea	235 - Mircea Rus	295 - Marius Birou
176 - Alexandru Mitrea	236 - Mircea Rus	296 - Alexandra Ciupa
177 - Alexandru Mitrea	237 - Mircea Rus	297 - Adrian Holhos
178 - Alexandru Mitrea	238 - Mircea Rus	298 - Adrian Holhos
179 - Dorian Popa	239 - Mircea Rus	299 - Ioan Raşa
180 - Dorian Popa	240 - Mircea Rus	300 - Eugenia Duca
181 - Dorian Popa	241 - Mircea Rus	301 - Mircea Ivan
182 - Dorian Popa	242 - Mircea Rus	302 - Adela Capătă
183 - Dorian Popa	243 - Mircea Rus	303 - Adela Capătă
184 - Vasile Pop	244 - Mircea Rus	304 - Viorica Mureșan
185 - Gheorghe Toader	245 - Mircea Rus	305 - Mircea Ivan
186 - Viorica Mureșan	246 - Silvia Toader	306 - Vasile Pop
187 - Viorica Mureșan	247 - Silvia Toader	307 - Mircea Ivan
188 - Daniela Roșca	248 - Daniela Roșca	
189 - Nicolaie Lung	249 - Alexandru Mitrea	

308 - Radu Peter	368 - Alexandru Mitrea	426 - Neculai Vornicescu
309 - Adrian Holhoș	369 - Alexandru Mitrea	427 - Daniela Marian
310 - Floare Tomuța	370 - Daniela Marian	428 - Daniela Marian
311 - Floare Tomuța	371 - Vasile Pop	429 - Neculai Vornicescu
312 - Dorian Popa	372 - Mircea Ivan	430 - Mihaela Bercheșan
313 - Alexandra Ciupa	373 - Mircea Ivan	431 - Mihaela Bercheșan
314 - Vasile Pop	374 - Ioan Gavrea	432 - Mihaela Bercheșan
315 - Radu Peter	375 - Neculai Vornicescu	433 - Alexandru Mitrea
316 - Radu Peter	376 - Mircea Ivan	434 - Adela Novac
317 - Alexandru Mitrea	377 - Mircea Ivan	435 - Daniela Roșca
318 - Ovidiu Furdui	378 - Mircea Ivan	436 - Silvia Toader
319 - Mircea Ivan	379 - Daniela Marian	437 - Gheorghe Toader
320 - Mircea Ivan	380 - Daniela Marian	438 - Silvia Toader
321 - Mircea Ivan	381 - Ovidiu Furdui &	439 - Gheorghe Toader
322 - Mircea Ivan	Alina Sintămărian	440 - Mircia Gurzău
323 - Mircea Ivan	382 - Ovidiu Furdui &	441 - Mircia Gurzău
324 - Daniela Roșca	Alina Sintămărian	442 - Vasile Miheșan
325 - Daniela Roșca	383 - Mircea Ivan	443 - Mircea Ivan
326 - Lucia Blaga	384 - Alexandra Ciupa	444 - Vasile Câmpian
327 - Lucia Blaga	385 - Alexandru Mitrea	445 - Dorian Popa
328 - Alexandra Ciupa	386 - Daniela Roșca	446 - Mircea Ivan
329 - Alexandra Ciupa	387 - Daniela Roșca	447 - Mircea Ivan
330 - Alexandra Ciupa	388 - Mircea Dan Rus	448 - Mircea Ivan
331 - Vasile Pop	389 - Mircea Dan Rus	449 - Daniela Inoan
332 - Maria Câmpian	390 - Mircea Dan Rus	450 - Mircea Ivan
333 - Neculai Vornicescu	391 - Dorian Popa	451 - Teodor Potra
334 - Daniela Inoan	392 - Ioan Gavrea	452 - Alexandru Mitrea
335 - Tania Lazar	393 - Alexandru Mitrea	453 - Viorica Mureșan
336 - Tania Lazar	394 - Mircea Ivan	454 - Daniela Marian
337 - Daniela Inoan	395 - Dorian Popa	455 - Gheorghe Toader
338 - Dorian Popa	396 - Vasile Ile	456 - Ioan Raşa
339 - Vasile Pop	397 - Alexandru Mitrea	457 - Rozica Moga
340 - Maria Câmpian	398 - Lucia Blaga	458 - Alexandra Ciupa
341 - Radu Peter	399 - Mircea Ivan	459 - Ovidiu Furdui
342 - Iuliu Crivei	400 - Daniela Roșca	460 - Maria Câmpian
343 - Alexandra Ciupa	401 - Alexandru Mitrea	461 - Alexandru Mitrea
344 - Vasile Câmpian	402 - Gheorghe Toader	462 - Mircea Ivan
345 - Adrian Holhoș	403 - Gheorghe Toader	463 - Rozica Moga
346 - Alina-Ramona Baias	404 - Mircea Dan Rus	464 - Rozica Moga
347 - Adrian Holhoș	405 - Mircea Dan Rus	465 - Alina Sintămărian
348 - Neculai Vornicescu	406 - Mircea Dan Rus	466 - Rozica Moga
349 - Mircea Ivan	407 - Dorian Popa	467 - Nicolaie Lung
350 - Mircea Ivan	408 - Dorian Popa	468 - Maria Câmpian
351 - Mircea Ivan	409 - Dorian Popa	469 - Maria Câmpian
352 - Mircea Dan Rus	410 - Ioan Gavrea	470 - Neculai Vornicescu
353 - Mircea Dan Rus	411 - Ioan Gavrea	471 - Vasile Miheșan
354 - Mircea Dan Rus	412 - Alexandru Mitrea	472 - Viorica Mureșan
355 - Neculai Vornicescu	413 - Dalia Cîmpean	473 - Ovidiu Furdui
356 - Neculai Vornicescu	414 - Dorian Popa	474 - Viorica Mureșan
357 - Daniela Roșca	415 - Vasile Pop	475 - Mircea Ivan
358 - Vasile Pop	416 - Vasile Pop	476 - Luminita Cotirla
359 - Alexandru Mitrea	417 - Vasile Pop	477 - Daniela Roșca
360 - Dorian Popa	418 - Neculai Vornicescu	478 - Ovidiu Furdui
361 - Tania Lazar	419 - Iuliu Crivei	479 - Alina-Ramona Baias
362 - Adela Novac	420 - Mircea Ivan	480 - Alina-Ramona Baias
363 - Adela Novac	421 - Alexandru Mitrea	481 - Alina-Ramona Baias
364 - Adela Novac	422 - Ioan Raşa	482 - Ovidiu Furdui
365 - Mircea Ivan	423 - Vasile Pop	483 - Alexandru Mitrea
366 - Daniela Roșca	424 - Vasile Pop	484 - Alexandru Mitrea
367 - Ioan Raşa	425 - Mircia Gurzău	485 - Floare Tomuța

486 - Daniela Inoan	543 - Vasile Câmpian	602 - Vasile Pop
487 - Daniela Inoan	544 - Ioan Raşa	603 - Vasile Miheşan
488 - Daniela Inoan	545 - Maria Câmpian	604 - Maria Câmpian
489 - Floare Tomuța	546 - Maria Câmpian	605 - Alexandru Mitrea
490 - Maria Câmpian	547 - Alexandra Ciupa	606 - Alexandru Mitrea
491 - Iuliu Crivei	548 - Vasile Miheşan	607 - Alexandru Mitrea
492 - Dorian Popa	549 - Viorica Mureşan	608 - Vasile Miheşan
493 - Mircea Ivan	550 - Viorica Mureşan	609 - Gheorghe Toader
494 - Ioan Gavrea	551 - Teodor Potra	610 - Mircea Ivan
495 - Ioan Gavrea	552 - Silvia Toader	611 - Alexandru Mitrea
496 - Mircea Ivan	553 - Daria Dumitraș	612 - Daria Dumitraș
497 - Alexandru Mitrea	554 - Vasile Pop	613 - Radu Peter
498 - Alexandru Mitrea	555 - Vasile Pop	614 - Mircea Ivan
499 - Vasile Miheşan	556 - Dorian Popa	615 - Vasile Miheşan
500 - Vasile Miheşan	557 - Dorian Popa	616 - Dorian Popa
501 - Dorian Popa	558 - Mircia Gurzău	617 - Silvia Toader
502 - Dorian Popa	559 - Mihaela Bercheșan	618 - Alina Sîntămărian
503 - Alina Sîntămărian	560 - Mihaela Bercheșan	619 - Alexandru Mitrea
504 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian	561 - Mihaela Bercheșan	620 - Silvia Toader
505 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian	562 - Alina-Ramona Baias	621 - Viorica Mureşan
506 - Vasile Pop	563 - Alina-Ramona Baias	622 - Mircea Ivan
507 - Ioan Gavrea	564 - Alina-Ramona Baias	623 - Maria Câmpian
508 - Alexandra Ciupa	565 - Liana Timbos	624 - Alexandru Mitrea
509 - Liana Timbos	566 - Liana Timbos	625 - Dorian Popa
510 - Liana Timbos	567 - Floare Tomuța	626 - Alexandru Mitrea
511 - Liana Timbos	568 - Floare Tomuța	627 - Dorian Popa
512 - Vasile Pop	569 - Floare Tomuța	628 - Dorian Popa
513 - Daniela Roșca	570 - Daniela Inoan	629 - Daniela Inoan
514 - Alexandra Ciupa	571 - Vasile Pop	630 - Daniela Inoan
515 - Alexandra Ciupa	572 - Vasile Pop	631 - Daniela Inoan
516 - Mircia Gurzău	573 - Vasile Pop	632 - Daniela Inoan
517 - Daniela Marian	574 - Vasile Pop	633 - Vasile Miheşan
518 - Daniela Marian	575 - Vasile Pop	634 - Vasile Miheşan
519 - Nicolaie Lung	576 - Vasile Pop	635 - Ioan Raşa
520 - Alexandru Mitrea	577 - Vasile Pop	636 - Dalia Cîmpean
521 - Alexandru Mitrea	578 - Rozica Moga	637 - Dalia Cîmpean
522 - Alexandru Mitrea	579 - Mircea Ivan	638 - Dalia Cîmpean
523 - Mircea Dan Rus	580 - Mircia Gurzău	639 - Marius Birou
524 - Mircea Dan Rus	581 - Mircea Dan Rus	640 - Marius Birou
525 - Mircea Dan Rus	582 - Mircea Dan Rus	641 - Alexandru Mitrea
526 - Mircea Dan Rus	583 - Mircea Dan Rus	642 - Vasile Miheşan
527 - Ovidiu Furdui	584 - Viorica Mureşan	643 - Alexandra Ciupa
528 - Ovidiu Furdui	585 - Bogdan Gavrea	644 - Daria Dumitraș
529 - Mircea Ivan	586 - Bogdan Gavrea	645 - Alina-Ramona Baias
530 - Mircea Ivan	587 - Ioan Gavrea	646 - Alina-Ramona Baias
531 - Mircea Ivan	588 - Ioan Gavrea	647 - Alina-Ramona Baias
532 - Mircea Ivan	589 - Vasile Miheşan	648 - Ioan Gavrea
533 - Mircea Ivan	590 - Adrian Holhos	649 - Ioan Gavrea
534 - Mircea Ivan	591 - Alina Sîntămărian	650 - Ioan Gavrea
535 - Mircea Ivan	592 - Alina Sîntămărian	651 - Daniela Inoan
536 - Mircea Ivan	593 - Marius Birou	652 - Daniela Inoan
537 - Mircea Ivan	594 - Maria Câmpian	653 - Daniela Inoan
538 - Vasile Miheşan	595 - Floare Tomuța	654 - Daria Dumitraș
539 - Mircea Ivan	596 - Vasile Miheşan	655 - Dorian Popa
540 - Mircea Ivan	597 - Eugenia Duca	656 - Vasile Pop
541 - Mircea Ivan	598 - Vasile Câmpian	657 - Vasile Miheşan
542 - Mircea Ivan	599 - Daniela Roșca	658 - Eugenia Duca
	600 - Daniela Roșca	
	601 - Dorian Popa	

12

Răspunsuri

1: C	31: D	61: B	91: E	121: E	151: C
2: C	32: B	62: B	92: B	122: E	152: E
3: C	33: C	63: C	93: E	123: C	153: D
4: D	34: D	64: D	94: E	124: C	154: A
5: A	35: C	65: D	95: D	125: B	155: A
6: B	36: B	66: A	96: B	126: B	156: A
7: C	37: C	67: A	97: D	127: A	157: C
8: B	38: B	68: C	98: A	128: B	158: C
9: C	39: D	69: B	99: B	129: C	159: C
10: D	40: C	70: B	100: B	130: B	160: C
11: B	41: C	71: C	101: A	131: B	161: B
12: C	42: D	72: A	102: D	132: D	162: D
13: C	43: C	73: B	103: C	133: B	163: D
14: B	44: C	74: C	104: D	134: A	164: D
15: D	45: B	75: D	105: A	135: C	165: C
16: A	46: E	76: C	106: C	136: C	166: C
17: B	47: A	77: C	107: B	137: A	167: D
18: B	48: D	78: E	108: D	138: A	168: B
19: E	49: D	79: C	109: B	139: B	169: D
20: B	50: C	80: A	110: C	140: C	170: C
21: A	51: D	81: B	111: E	141: D	171: B
22: E	52: D	82: D	112: B	142: D	172: B
23: B	53: C	83: E	113: A	143: C	173: A
24: C	54: D	84: E	114: A	144: C	174: B
25: B	55: A	85: D	115: B	145: D	175: D
26: C	56: D	86: C	116: C	146: B	176: B
27: D	57: C	87: A	117: C	147: A	177: A
28: A	58: B	88: B	118: E	148: D	178: E
29: C	59: A	89: A	119: B	149: C	179: C
30: C	60: E	90: D	120: B	150: E	180: A

181: B	225: B	269: A	313: E	357: C	401: E
182: C	226: A	270: D	314: D	358: A	402: C
183: D	227: B	271: C	315: A	359: E	403: A
184: C	228: E	272: C	316: C	360: A	404: D
185: C	229: A	273: D	317: E	361: B	405: E
186: C	230: B	274: B	318: B	362: C	406: B
187: C	231: E	275: E	319: B	363: D	407: C
188: A	232: D	276: D	320: E	364: E	408: B
189: C	233: B	277: A	321: C	365: B	409: B
190: C	234: A	278: D	322: E	366: E	410: D
191: B	235: E	279: D	323: A	367: E	411: C
192: E	236: C	280: B	324: E	368: E	412: E
193: E	237: A	281: A	325: D	369: D	413: D
194: D	238: B	282: A	326: B	370: A	414: B
195: B	239: D	283: B	327: A	371: E	415: C
196: D	240: A	284: C	328: B	372: C	416: A
197: E	241: C	285: A	329: C	373: B	417: A
198: C	242: D	286: B	330: D	374: C	418: B
199: C	243: A	287: A	331: E	375: E	419: A
200: B	244: B	288: A	332: D	376: D	420: D
201: D	245: C	289: A	333: D	377: B	421: B
202: A	246: A	290: A	334: A	378: A	422: B
203: B	247: C	291: B	335: D	379: A	423: D
204: B	248: A	292: B	336: B	380: A	424: D
205: B	249: D	293: B	337: B	381: A	425: B
206: C	250: E	294: D	338: A	382: A	426: C
207: C	251: B	295: C	339: E	383: C	427: A
208: D	252: D	296: C	340: C	384: C	428: A
209: B	253: B	297: A	341: B	385: A	429: C
210: C	254: B	298: C	342: D	386: B	430: C
211: D	255: E	299: E	343: A	387: D	431: E
212: D	256: A	300: E	344: B	388: B	432: E
213: B	257: C	301: D	345: A	389: A	433: D
214: B	258: A	302: B	346: A	390: C	434: B
215: A	259: A	303: E	347: A	391: C	435: E
216: B	260: A	304: E	348: E	392: D	436: E
217: D	261: B	305: A	349: E	393: B	437: D
218: A	262: A	306: C	350: D	394: E	438: A
219: A	263: E	307: E	351: B	395: E	439: C
220: B	264: A	308: E	352: C	396: A	440: B
221: B	265: A	309: C	353: E	397: B	441: B
222: B	266: A	310: A	354: B	398: D	442: D
223: E	267: D	311: B	355: B	399: E	443: E
224: A	268: B	312: E	356: B	400: C	444: E

445: B	489: C	533: B	577: D	621: C	665: D
446: D	490: D	534: C	578: E	622: E	666: A
447: A	491: B	535: B	579: D	623: B	667: B
448: C	492: A	536: E	580: D	624: D	668: A
449: B	493: B	537:	581: D	625: E	669: B
450: C	494: C	538:	582: A	626: D	670: D
451: E	495: B	539:	583: C	627: B	671: E
452: C	496: A	540:	584: D	628: E	672: A
453: C	497: E	541:	585: D	629: A	673: D
454: A	498: D	542:	586: D	630: B	674: E
455: A	499: C	543: C	587: B	631: A	675: A
456: A	500: B	544: A	588: C	632: C	676: B
457: B	501: A	545: D	589: A	633: C	677: C
458: C	502: E	546: E	590: B	634: B	678: B
459: A	503: A	547: A	591: A	635: D	679: A
460: C	504: A	548: C	592: C	636: D	680: B
461: D	505: A	549: A	593: C	637: B	681: D
462: B	506: E	550: D	594: D	638: A	682: B
463: A	507: A	551: A	595: E	639: D	683: C
464: E	508: A	552: A	596: B	640: A	684: D
465: A	509: A	553: D	597: C	641: D	685: E
466: A	510: B	554: B	598: C	642: C	686: A
467: B	511: C	555: A	599: B	643: E	687: D
468: D	512: C	556: B	600: E	644: A	688: C
469: A	513: D	557: D	601: B	645: B	689: B
470: A	514: B	558: C	602: D	646: D	690: E
471: A	515: B	559: D	603: D	647: C	691: D
472: D	516: C	560: B	604: C	648: B	692: E
473: D	517: A	561: C	605: A	649: A	693: A
474: B	518: B	562: A	606: A	650: B	694: B
475: A	519: D	563: B	607: C	651: C	695: A
476: A	520: B	564: B	608: B	652: A	696: D
477: B	521: C	565: A	609: E	653: D	697: A
478: C	522: D	566: B	610: A	654: B	698: B
479: A	523: B	567: D	611: D	655: D	699: D
480: C	524: D	568: B	612: C	656: E	700: E
481: D	525: A	569: D	613: B	657: D	701: C
482: B	526: C	570: A	614: A	658: B	702: E
483: A	527: C	571: A	615: E	659: A	703: C
484: C	528: C	572: A	616: B	660: B	704: D
485: B	529: E	573: B	617: C	661: B	705: E
486: E	530: E	574: E	618: A	662: C	706: A
487: A	531: C	575: A	619: D	663: A	707: E
488: B	532: E	576: C	620: E	664: E	708: A

709: C	736: C	763: B	790: E	817: A	844: B
710: A	737: B	764: C	791: A	818: E	845: A
711: C	738: C	765: D	792: B	819: C	846: A
712: B	739: D	766: E	793: E	820: D	847: A
713: C	740: E	767: B	794: C	821: E	848: A
714: D	741: D	768: C	795: E	822: A	849: D
715: B	742: E	769: E	796: D	823: C	850: D
716: D	743: D	770: B	797: E	824: D	851: E
717: B	744: C	771: E	798: A	825: B	852: C
718: C	745: B	772: A	799: B	826: E	853: A
719: E	746: D	773: B	800: C	827: E	854: D
720: B	747: C	774: A	801: D	828: E	855: C
721: A	748: A	775: B	802: C	829: A	856: A
722: C	749: D	776: A	803: D	830: D	857: C
723: B	750: C	777: C	804: A	831: C	858: A
724: A	751: D	778: A	805: D	832: E	859: C
725: E	752: E	779: A	806: C	833: B	860: D
726: D	753: B	780: B	807: D	834: B	861: A
727: E	754: C	781: A	808: C	835: C	862: B
728: A	755: E	782: E	809: E	836: D	863: A
729: E	756: D	783: A	810: B	837: A	864: D
730: A	757: E	784: B	811: C	838: A	865: B
731: B	758: A	785: D	812: D	839: A	866: C
732: C	759: D	786: E	813: A	840: B	867: E
733: D	760: C	787: B	814: D	841: E	868: D
734: B	761: D	788: C	815: E	842: E	
735: A	762: A	789: B	816: B	843: B	

* * *

Indicații

2 $\lg 2^x = \lg(2^x + x - 1)$.

5 $f(1) = 0 \Rightarrow a + b = -2, f'(1) = 0 \Rightarrow 99a + b = -100 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

6 $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ este rădăcina polinomului $X^2 + X + 1$ și $\omega^3 = 1$. Din $f(\omega) = 0 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

7 $f = (X - 1)^2(X + 1) \cdot q + X^2 + X + 1$. Avem că $f(1) = 3, f(-1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$ iar din $f'(1) = 3 \Rightarrow 99a + b = -97$, deci $a = -1; b = 2$.

15 Coordonatele vârfului unei parabole sunt $x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{1-m}{m}, y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{m-1}{m}$. Se observă relația $y_V = -x_V$.

23 Ecuație echivalentă cu $9^{x-1} + 7 = 4(3^{x-1} + 1), \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$.

24 $1+x > 0, x \neq 0, 2x^3+2x^2-3x+1 > 0$. Ecuația se mai scrie $2x^3+2x^2-3x+1 = (1+x)^3$.

26 Din $(a + b + c)^2 \geq 0$ rezultă $ab + bc + ac \geq -\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$. Minimul se atinge pentru $a + b + c = 0$, de exemplu, $a = 1/\sqrt{2}, b = -1/\sqrt{2}, c = 0$.

37 Ambele polinoame se divid cu $x^2 + x + 1$, iar primul nu se divide cu $x - 1$.

49 $\det(A) = V(1, -i, -1, i)$ și $A^4 = 16I_4$.

55 Se calculează mai întâi AA^t iar apoi determinantul acestei matrici, $x_1 + x_2 + x_3 = 0, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2m, x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3n, x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 2m^2$.

65 Se obține ecuația $2(x^3 + 1) = 0$.

80 Se verifică ușor faptul ca $A \in P_1$ și $B \in P_1$. Pe de altă parte, $A \in P_2$ și $B \in P_2$ este echivalent cu

$$\begin{cases} 5 \cdot m + 2 \cdot n = 8 \\ m = -2. \end{cases}$$

Prin urmare, $m = -2$ și $n = 9$ este soluția.

81 Se observă că $C \in P_1$. Punem condiția ca $C \in P_2$ și obținem relația $10m + 3n = 19$. Pentru că parabolele nu sunt tangente, ecuația

$$(m-1)x^2 + (4m+n-5)x + 5m+2n-4 = x^2 + 5x + 4$$

este de gradul I și atunci $m = 2$. Din relația $10m + 3n = 19$, rezultă $n = -\frac{1}{3}$. Prin urmare, soluția este $m = 2$ și $n = -\frac{1}{3}$.

82 Din faptul că $T \in P_2$ rezultă că $m = -2$. Dacă parabolele sunt tangente, ecuația $-4x^2 + (n-17)x + 2n - 18 = 0$ are rădăcină dublă și din condiția $\Delta = 0$ obținem $n = 1$. Soluția este $m = -2$ și $n = 1$.

99 Notăm $y = 2^x + 2^{-x}$. Ecuația devine $8y^2 - 54y + 85 = 0$, cu soluțiile $y_1 = \frac{17}{4}$, $y_2 = \frac{5}{2}$. Soluțiile ecuației date sunt $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -2$.

104 Pentru ca $f(x)$ să fie surjectivă trebuie ca $m > 0$ și $2m - 1 \leq 1 + m \Rightarrow m \in (0, 2]$.

105 Se obține ecuația $(x + \frac{1}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = a + \frac{1}{2}$.

129

$$\begin{aligned} x_1^2 &= 2 + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} \\ x_1^4 &= 12 + 4(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}) \\ x_1^4 - mx_1^2 - 4 &= 8 - 2m + (4 - m)(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}) \\ x_1^4 - mx_1^2 - 5 &= 0 \Leftrightarrow \\ 2(4 - m) + (4 - m)(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}) &= 0 \Rightarrow m = 4. \end{aligned}$$

163 Suma coeficienților unui polinom este valoarea sa pentru $x = 1$.

178 Fie a, b, c, d elementele matricei X. Se consideră situațiile:
 $a + d = Tr(X) \neq 2$ și $a + d = 2$.

179 $\text{rang}(A \cdot B) \leq \min(\text{rang}(A), \text{rang}(B))$.

216 Se scriu toți logaritmii în baza x .

228 Avem: $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $\alpha^3 = 1$, $\alpha^2 = -\alpha - 1$, $\alpha^2 = \frac{1}{\alpha}$.
Dedecem: $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2) = \det(I_2 + \alpha A - \alpha A^2 - A^2)$
 $= \det((I_2 - A)(I_2 + A) + \alpha A(I_2 - A)) = \det((I_2 - A)(I_2 + (\alpha + 1)A))$
 $= \det(I_2 - A) \cdot \det(I_2 - \alpha^2 A) = \det(I_2 - A) \cdot \det\left(\frac{\alpha I_2 - A}{\alpha}\right) = 1$.
(Un exemplu de astfel de matrice $A \neq O_2$ este $A = (1 + \alpha)I_2$.)

229 Avem $A^2 - (a + d)A + I_2 \det(A) = O_2$. Dedecem: $A^n = O_2 \Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow A^n = (a + d)^{n-1}A \Rightarrow a + d = 0 \Rightarrow A^2 = O_2$.

233 $f : (-1, 1) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = f^{-1}(x) = \frac{1-x}{1+x}$ izomorfism de la $((-1, 1), *)$ la $((0, \infty), \cdot)$.
 $\prod_{k=2}^n f(1/k) = \frac{2}{n+n^2}$; $f^{-1}\left(\frac{2}{n+n^2}\right) = \frac{-2+n+n^2}{2+n+n^2}$.

236 Este suficient ca dintre cele două submulțimi să se precizeze doar aceea care îl conține pe 8 (cealaltă submulțime va fi complementară). Această submulțime se poate obține reunind

cu $\{8\}$ oricare submulțime a mulțimii $A' = \{1, 2, \dots, 7\}$ însă exceptând-o pe A' (în acest caz, ar rezulta că submulțimea obținută este chiar A , deci cea de a doua submulțime ar fi vidă). Sunt $2^7 - 1$ submulțimi ale mulțimii A' , excluzând-o pe ea însăși.

237 Își în acest caz, este suficient să precizăm doar una dintre submulțimi (spre exemplu, pe aceea care îl conține pe 8). Pentru a completa submulțimea, mai rămân de ales oricare 3 elemente din $A' = \{1, 2, \dots, 7\}$.

239 Este suficient să se eliminate din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin niciun număr impar (în număr de 2^4).

240 Similar cu problema anterioară, se elimină din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin numere pare (2^4 submulțimi) și pe cele care nu conțin numere impare (tot 2^4). Deoarece mulțimea vidă (este singura submulțime care) se elimină de două ori, răspunsul trebuie ajustat adunând înapoi 1. Rezultă răspunsul $2^8 - 2^4 - 2^4 + 1$.

241 Orice distribuție a bilelor în cutii este o funcție de la mulțimea bilelor la mulțimea cutiilor.

242 Similar cu punctul anterior, cu deosebirea că se mai introduce o cutie pentru bilele care ar putea rămâne nedistribuite.

253 $x_{n+1} - x_n = \frac{1}{x_n} > 0$, deci sirul este crescător. Rezultă că sirul are o limită L , finită sau infinită. Dacă presupunem că L este finită, avem $L = L + 2/L$, deci $2/L = 0$, fals. Prin urmare $L = \infty$. Conform Lemei Stolz-Cesaro avem $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n^2}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{n+1}^2 - x_n^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} 4 + 4/x_n^2 = 4$. Rezultă $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{\sqrt{n}} = 2$.

255 $f(x_n) := x_{n+1} - x_n = e^{x_n} - x_n - 1 \geq 0$, $\forall n \geq 0$, deci sirul este crescător.

256 Cum sirul este crescător rezultă că există $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \in \overline{\mathbb{R}}$. Dacă presupunem că $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$, $x \in \mathbb{R}$, din recurență obținem $x = e^x - 1$, de unde $x = 0$ contradicție cu $x_0 > 0$ și monotonia lui $(x_n)_{n \geq 0}$. Deci $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$.

257 Pentru $x_0 \leq 0$, sirul este crescător și mărginit superior de 0.

258 $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\frac{1}{x_n}}$ și se aplică Stolz-Cesaro.

259 $x_{100} = 1 \Rightarrow x_{99} \in \{0, 1\}$. $x_{99} = 0$ nu convine, etc.

260 $x_{n+1} - x_n = (x_n - 1)^2$, $n \geq 1$ deci sirul este crescător. Dacă presupunem că există $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = l$, $l \in \mathbb{R}$, obținem $l = l^2 - l + 1$, deci $l = 1$. Dacă $x_0 < 0$ sau $x_0 > 1$ obținem $x_n > 1$, $\forall n \geq 1$. Dacă $x_0 \in [0, 1]$, obținem $x_n \in [0, 1]$, $\forall n \geq 1$. Deci sirul este convergent pentru $x_0 \in [0, 1]$ și are limita $l = 1$.

261 $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1)$. $\prod_{k=1}^n x_k = \frac{x_{n+1}-1}{x_1-1}$

262 $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1)$. $\frac{1}{x_n} = \frac{1}{x_n-1} - \frac{1}{x_{n+1}-1}$; $\sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k} = \frac{1}{x_1-1} - \frac{1}{x_{n+1}-1}$

263 Mai general, fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție strict crescătoare și strict convexă astfel încât există $a < b$ pentru care $f(a) = a$, $f(b) = b$. Atunci sirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = f(x_n)$ converge spre a dacă și numai dacă $x_0 \in (-\infty, b)$.

266 Vezi problema 537.

269 Termenul general al şirului se poate scrie sub forma $n e^{\frac{1}{2}(1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n}-\ln n)} \left(e^{\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\dots+\frac{1}{2n}} - 2 \right)$.

277 $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k+k\sqrt{k+1}}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$.

278 $\frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+2^k} - \frac{1}{1+2^{k+1}} \right)$.

282 Se observă că $k! \cdot (k^2 + 1) = (k+2)! - 3(k+1)! + 2k!$.

285 Se scade $2n\pi$ la argumentul funcției cosinus.

287 Se pot folosi, de exemplu, inegalitățile $n \leq a_n \leq n+1$, $n \in \mathbb{N}^*$.

288 $n \leq a_n \leq n+1$ și Stolz-Cesaro

289 $a_n \leq n+1$ și Stolz-Cesaro

290 Se aplică Problema 537.

296 $p_n = \frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}$.

303 Se va folosi $x-1 < \lfloor x \rfloor \leq x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

304
$$\begin{aligned} & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \dots + a^{\frac{n}{n}} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} \ln a + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+a^{-\frac{n}{2}} + \dots + a^{-n+1})}{n} = \ln a. \end{aligned}$$

305 Se folosește $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$. Aceeași rezolvare dacă în loc de $(\sin n)$ se consideră un sir mărginit oarecare.

309 $x_n = [n \lg_3 2 + \lg_3 2008]$.

315 $x_{2n} = y_n + \frac{1}{4}x_n$.

320 Se scrie:

$$x - \overbrace{\sin(\sin(\dots(\sin x)\dots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}} = (x - \sin x) + \left(\overbrace{\frac{\sin x - \overbrace{\sin(\sin(\dots(\sin x)\dots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{(\sin x)^3}}^{\text{de } n \text{ ori sin}} \right) \cdot (\sin x)^3.$$

$$L_n = \frac{1}{6} + L_{n-1}; L_n = \frac{n}{6}.$$

334 Se pune $t = \frac{1}{x}$ și apoi se aplică regula lui L'Hospital:

$$\lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t > 0}} \frac{(1+t)^{\frac{1}{t}} - e}{t} = \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t > 0}} (1+t)^{\frac{1}{t}} \left[\frac{1}{t(t+1)} - \frac{\ln(1+t)}{t^2} \right] = e \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t > 0}} \frac{t - (t+1)\ln(t+1)}{t^3 + t^2} = -\frac{e}{2}.$$

337 Se aplică regula lui L'Hospital de două ori.

345 Se folosește limita $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x = 1$.

347 $|1/a| < 1$ și $(1/a)^n \rightarrow 0$.

360 Se scrie ecuația sub forma $xe^{-\frac{2}{x-1}} = m$ și se aplică sirul lui Rolle.

369 Trebuie ca derivata funcției f să aibă două rădăcini strict pozitive.

373 Pentru $b \neq 0$ se consideră $f(x) = \arctg x + \arctg b - \arctg \frac{x+b}{1-xb}$, $x \neq 1/b$. Se obține $f'(x) = 0$.

380 f surjectiva $\Leftrightarrow f([-2, 1]) = M$, deci $M = [0, 4]$, studiind graficul funcției.

382 Avem $g'(x) = f'(f(f(x))) \cdot f'(f(x)) \cdot f'(x)$.

$$\boxed{385} \quad f'(0) = \sqrt[5]{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{6}x^3 - x + \sin x}{x^5}}.$$

399 Se demonstrează imediat și elementar că

$$(x^m \log x)^{(k+m)} = m! (-1)^{k-1} (k-1)! x^{-k}, \quad m = 0, 1, \dots, k = 1, 2, \dots$$

428 $f'(x) = 0$ deci f este constantă pe fiecare din intervalele din domeniu.

430 Tinând cont de domeniile funcțiilor care intervin în definiția funcției f avem: $|\frac{2x}{1+x^2}| \leq 1$ și $|x| \in \mathbb{R}$ ceea ce este echivalent cu $x \in \mathbb{R}$.

431 Calculăm derivata funcției f și obținem

$$f'(x) := \begin{cases} \frac{-2}{1+x^2}, & x \in (-\infty, -1); \\ 0, & x \in (-1, 0) \cup (1, \infty); \\ \frac{2}{1+x^2}, & x \in (0, 1). \end{cases}$$

Prin urmare, pe intervalul $[1, \infty)$ funcția este constantă, deci $f(\pi) = f(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{2}$.

432 $f'(x) < 0$ pentru orice $x \in (-\infty, -1)$.

449 Substituție $t = \sqrt{\frac{x}{x+3}}$.

452 $x-1 = t$; se obține $\int_{-1}^1 f(t) dt$ unde $f(t) = \frac{2t^3+3t}{(t^2+4)^n}$ este funcție impară.

453

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2} dx = 2 \int_0^1 \frac{x^2+1-x^2}{(1+x^2)^2} dx.$$

454 Facem schimbarea de variabilă $x = 3-t$.

455 Schimbare de variabilă $\sqrt{x+1} = t$.

457 $P(n) = n^5 - (n-1)^5$, $n \geq 2$.

479 Se foloșește substituția $u = \operatorname{tg} x$.

481 Se foloșește relația $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$ și se aplică problema 479.

483 $L(0) = 1$ și $L(a) = \frac{1}{a}(e^a - 1)$ pentru $a > 0$.

484 Limita este $\int_0^1 x^2 \arcsin x \, dx$.

485 Se integrează prin părți, după ce s-a utilizat formula $2 \cos^2 x = 1 + \cos 2x$.

488 Avem $f(a) = \begin{cases} \frac{1}{2} - a, & a \leq 0, \\ \frac{1}{2} - a + a^2, & 0 < a < 1, \\ -\frac{1}{2} + a, & a \geq 1. \end{cases}$

492 $\arcsin(\sin x) = x$, dacă $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\arcsin(\sin x) = \pi - x$, dacă $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi]$.

503 Avem

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x} \, dx &= \int_1^2 \frac{1}{e^x} \, dx - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} \, dx - \int_1^2 \frac{2}{x^3 e^x} \, dx = \\ &= -\frac{1}{e^x} \Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} \, dx + \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2} \right)' \frac{1}{e^x} \, dx. \end{aligned}$$

505 $I + J = \int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2} \, dx = \frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$ și $J - I = \int_0^1 \frac{1}{1+x} \, dx = \ln 2$.

507 $a_{n+1} - a_n = \int_{a_n}^{a_{n-1}} e^{-x^2} \, dx = (a_{n-1} - a_n)e^{-c^2}$.

508 Dacă $G(x) = \int_0^x e^{t^3} \, dt$, $G'(x) = e^{x^3}$, $F(x^2) = G(x^2)$, $F'(x) = e^{x^6} \cdot 2x$.

509 $f_1(x) = \int_0^{x^2} t \cdot e^t \, dt = e^t(t-1) \Big|_0^{x^2} = e^{x^2}(x^2-1) + 1$.

510 $f'_n(x) = (F(x^2) - F(0))' = 2x \cdot F'(x^2) = 2x(x^2)^n e^{x^2} = 2x^{2n+1} e^{x^2}$, pentru $n = 1$ se obține $f'_n(1) = 2e$.

511 $0 \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 t^n \cdot e^t \, dt \leq \lim_{n \rightarrow \infty} e \int_0^1 t^n \, dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e}{n+1} = 0$.

513 $nx - 1 \leq [nx] \leq nx$

516 Schimbare de variabilă $x = \pi - t$.

518 $I = \int_0^\pi x f(\sin x) \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \, dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi x f(\sin x) \, dx$. Facem schimbarea de variabilă $x = \pi - y$ în a doua integrală și obținem $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \, dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi - y) f(\sin y) \, dy = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \, dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x) \, dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x) \, dx$. Pentru calcularea integralei I_1 aplicăm rezultatul de la întrebarea de mai sus și avem $I_1 = \int_0^\pi \frac{x \sin x \, dx}{1 + \sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \, dx}{1 + \sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \, dx}{2 - \cos^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin x \, dx}{\cos^2 x - 2} = \pi \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{\cos x - \sqrt{2}}{\cos x + \sqrt{2}} \right| \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln (3 + 2\sqrt{2})$.

526 Deoarece $f(0) = -1$, rezultă că $g(-1) = 0$ și, deci, $g'(-1) = \frac{1}{f'(0)}$. Prin schimbarea de variabilă $x = f(y)$, se obține $\int_{-1}^{1-1/e} g(x)dx = \int_0^1 yf'(y)dy = yf(y)|_0^1 - \int_0^1 f(y)dy$.

527 Fie $I_n = \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n} dx$. Avem că

$$I_n \leq \int_0^{1/2} \sqrt[n]{(1-x)^n + (1-x)^n} dx + \int_{1/2}^1 \sqrt[n]{x^n + x^n} dx = \frac{3}{4} \sqrt[n]{2}.$$

$$I_n \geq \int_0^{1/2} (1-x) dx + \int_{1/2}^1 x dx = \frac{3}{4}.$$

528

$$\frac{1}{n} \int_0^1 \ln(1 + e^{nx}) dx - \frac{1}{n} \int_0^1 \ln(e^{nx}) dx = \frac{1}{n} \int_0^1 \ln(1 + e^{-nx}) dx \leq \frac{\ln 2}{n}.$$

532 Se folosește substituția $x + e^x = y$ și problema 539.

533 Schimbare de variabilă $x = 3/t$.

534 Schimbare de variabilă $x = (2-t)/(1+2t)$.

535 Se folosește egalitatea $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$, $x > 0$.

536 Se folosește periodicitatea funcției de integrat și egalitatea $\int_0^\pi \frac{1}{1+n^2 \cos^2 x} dx = \frac{\pi}{\sqrt{1+n^2}}$.

537 Mai general, fie $x_n, a_n > 0$, $n \in \mathbb{N}$, astfel ca $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{a_n} = \infty$ și

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^{a_n} < 1.$$

Să demonstrăm că $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$. Fie $0 < q < 1$ și $p \in \mathbb{N}$ astfel ca

$$\left(\frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^{a_n} < q, \quad n \geq p.$$

Rezultă

$$x_{n+1} < x_p q^{\frac{1}{a_p} + \dots + \frac{1}{a_n}}, \quad n \geq p,$$

de unde $x_n \rightarrow 0$.

538 $x = a + b - t$.

$$\begin{aligned} \text{[541]} \quad \int_0^1 f(nx) dx &= \frac{1}{n} \int_0^n f(x) dx = \frac{1}{n} \int_0^{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor + T \{ \frac{n}{T} \}} f(x) dx = \frac{1}{n} \int_0^{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor} f(x) dx \\ &+ \frac{1}{n} \int_{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor}^{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor + T \{ \frac{n}{T} \}} f(x) dx = \frac{\lfloor \frac{n}{T} \rfloor}{n} \int_0^T f(x) dx + \frac{1}{n} \int_0^{T \{ \frac{n}{T} \}} f(x) dx \rightarrow \frac{1}{T} \int_0^T f(x) dx + 0. \end{aligned}$$

559 Panta dreptei AB este $m_{AB} = 1$ iar panta perpendiculară pe ea, este $m = -1$. Ecuația perpendiculară, scrisă prin punctul C , este: $x + y - 8 = 0$. Ecuația dreptei AB este $x - y + 1 = 0$. Intersectând cele două drepte, obținem proiecția punctului C pe dreapta AB , punctul $P(\frac{7}{2}, \frac{15}{4})$. Urmează că simetricul punctului C față de dreapta AB este $C'(1, 7)$.

560 Suma $DM + MC$ este minimă dacă punctul M este la intersecția dreptelor DC' și AB . Ecuația dreptei DC' este $x = 1$, prin urmare, rezultă $M(1, 2)$.

561 Fie punctul $M(x, x+1) \in AB$. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = DM^2 + MC^2$, adică $f(x) = (x-1)^2 + (x+1-1)^2 + (6-x)^2 + (2-x-1)^2$, sau $f(x) = 4 \cdot x^2 - 16 \cdot x + 38$. Funcția f își atinge minimul pentru $x = 2$. Obținem $M(2, 3)$.

565 $A(-4, 1) \notin d : 3x - y - 2 = 0$, $d(A, BD) = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Rightarrow BD = 3\sqrt{10} \Rightarrow l = 3\sqrt{5} \Rightarrow \mathcal{A} = 45$.

566 C este simetricul punctului A față de d , $AC \perp d \Rightarrow AC : x + 3y + 1 = 0$, $AC \cap d = \{M(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})\}$, M este mijlocul $[AC] \Rightarrow C(5, -2)$.

575 $\overrightarrow{MG} = \frac{\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}}{3} = \vec{0} \Rightarrow M = G$.

576 $\overrightarrow{NI} = \frac{a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC}}{a+b+c} = \vec{0} \Rightarrow N = I$.

577 $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0} \Rightarrow P = O$.

605 $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ sau $\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$

606 $(\sin x)^2 (\sin 2x)^2 \dots (\sin nx)^2 = 1$; $(\sin x)^2 = 1$, $(\sin 2x)^2 = 1$

612 Ecuația se scrie $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = 1$

644 $E = \cos 4\alpha + i \sin 4\alpha$, $\sin 4\alpha = 0 \Rightarrow 4\alpha = k\pi$.

647 Se foloșește reprezentarea geometrică a numerelor complexe.

653 $\cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}$, $k = 1, \dots, n$ sunt rădăcinile complexe ale ecuației $z^n - 1 = 0$; se folosesc relațiile lui Viète.

654 $\sqrt{3} - i = 2 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right)$; $-1 + i\sqrt{3} = 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$.

660 Se rezolvă ecuația $f(x) = 8$.

662 $1 + a + a^2 = 0$, $1 + a = -a^2$ și analog $1 + \bar{a} = -\bar{a}^2$.

663 Determinantul sistemului este diferit de zero.

664 Se pune condiția ca determinantul sistemului și determinantul caracteristic al sistemului să fie egale cu zero.

665 $(x * y) * z = x * (y * z) \iff (a^2 - a)(x - z) = 0$, $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$.

666 $x * y \in [0, 1]$, $\forall x, y \in [0, 1] \iff 0 * 0 \in [0, 1]$, $0 * 1 \in [0, 1]$, $1 * 1 \in [0, 1]$, de unde $0 \leq a \leq 1$ și $0 \leq 2a - 1 \leq 1$.

667 Avem două legi asociative, pentru $a \in \{0, 1\}$:

$a = 0$, $x * y = -xy$, $e = -1$, $x' = -1/x$, deci $b = 0$;

$a = 1$, $x * y = x + y - xy$, $e = 0$, $x' = x/(x - 1)$, deci $b = 1$.

669 Avem $\det(X) = 0$, deci $X^2 = (\text{tr}(X)) X$.

670 $P(1) = 0$ și $P'(1) = 0$.

672 $\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x)) dx = \int_{-\pi}^{\pi} \arcsin(\sin(2x)) dx = 0$.

673 $\int_{-1}^1 \frac{2x+2}{x^2+1} dx = \int_{-1}^1 \frac{2x}{x^2+1} dx + 2 \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2+1} dx$.

674 $I_n = \int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot \cos(nx) dx = \int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot \left(\frac{\sin(nx)}{n} \right)' dx$ apoi se integrează prin părți.

675 Se studiază derivabilitatea în -2 și 2 .

676 -2 și 2 sunt puncte de întoarcere, iar 0 este punct de maxim local.

677 Asimptotele sunt $y = x$ și $y = -x$.

680 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{\sin x}{x}}{1 + \frac{\sin x}{x}} = \frac{1-0}{1+0} = 1$.

681 $\left(\frac{(3+n)!}{n!n^3} \right)^n = \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \left(1 + \frac{2}{n} \right)^n \left(1 + \frac{3}{n} \right)^n \rightarrow e^1 e^2 e^3 = e^6$.

682 Folosim $\lim_{x \rightarrow +0} x^x = 1$. Avem:

$$\lim_{x \rightarrow +0} ((1+x)^x - 1)^x = \lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{e^{x \ln(1+x)} - 1}{x \ln(1+x)} \right)^x x^x \left(\frac{\ln(1+x)}{x} \right)^x x^x = 1.$$

687 $f(x) = -\cos^2 x + 4 \cos x + 1 = 5 - (2 - \cos x)^2$, $\cos x \in [-1, 1]$.

688 $\max f(x) = 4$, $\min f(x) = -4$, deci $m \in [-4, 4]$.

861 Pentru $a, b \geq 1$, $x \geq 0$, avem

$$\begin{aligned} \int \frac{x^{b-1} - x^{a-1}}{(x^a + 1)(x^b + 1)} dx &= \int \frac{x^{b-1} + x^{a+b-1} - x^{a+b-1} - x^{a-1}}{(x^a + 1)(x^b + 1)} dx \\ &= \int \left(\frac{x^{b-1}}{x^b + 1} - \frac{x^{a-1}}{x^a + 1} \right) dx = \ln \frac{(x^b + 1)^{1/b}}{(x^a + 1)^{1/a}} + C. \end{aligned}$$

862 Pentru $a \in \mathbb{R}$ și $b \in (0, \infty)$, avem $\int_{\frac{1}{b}}^b \frac{1}{(x^2 + 1)(x^a + 1)} dx \stackrel{x=1/y}{=} \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{b}}^b \frac{1}{x^2 + 1} dx$.