TESTE GRILĂ DE MATEMATICĂ 2025

AUTORI

Prof.univ.dr. Vasile Câmpian
Prof.univ.dr. Dalia Cîmpean
Prof.univ.dr. Iuliu Crivei
Prof.univ.dr. Bogdan Gavrea
Prof.univ.dr. Ioan Gavrea
Prof.univ.dr. Daniela Inoan
Prof.univ.dr. Dumitru Mircea Ivan
Prof.univ.dr. Nicolaie Lung
Prof.univ.dr. Vasile Miheșan
Prof.univ.dr. Alexandru Mitrea
Prof.univ.dr. Viorica Mureșan
Prof.univ.dr. Ioan Radu Peter
Prof.univ.dr. Dorian Popa
Prof.univ.dr. Ioan Rașa
Prof.univ.dr. Daniela Roșca
Prof.univ.dr. Alina Sîntămărian
Prof.univ.dr. Gheorghe Toader
Prof.univ.dr. Constantin Cosmin Todea
Prof.univ.dr. Neculae Vornicescu
Conf.univ.dr. Alina-Ramona Baias
Conf.univ.dr. Mihaela Bercheșan
Conf.univ.dr. Marius Birou
Conf.univ.dr. Lucia Blaga
Conf.univ.dr. Adela Capătă
Conf.univ.dr. Maria Câmpian
Conf.univ.dr. Alexandra Ciupa
Conf.univ.dr. Luminița Ioana Cotîrlă
Conf.univ.dr. Eugenia Duca
Conf.univ.dr. Ovidiu Furdui
Conf.univ.dr. Adrian Holhoș
Conf.univ.dr. Daniela Marian
Conf.univ.dr. Adela Carmen Novac
Conf.univ.dr. Vasile Pop
Conf.univ.dr. Teodor Potra
Conf.univ.dr. Mircea Dan Rus
Conf.univ.dr. Silvia Toader
Lect.univ.dr. Daria Dumitraș
Lect.univ.dr. Mircia Gurzău
Lect.univ.dr. Vasile Ile
Lect.univ.dr. Tania Angelica Lazăr
Lect.univ.dr. Rozica Moga
Lect.univ.dr. Vicuța Neagoș
Lect.univ.dr. Liana Timboș
Lect.univ.dr. Floare Ileana Tomuța

U. T. PRESS
Cluj-Napoca 2025

Coordonator	Prof.univ.dr. Dumitru Mircea Ivan
Referenți:	Conf.univ.dr. Ovidiu Furdui
	Prof.univ.dr. Ioan Gavrea
	Prof.univ.dr. Alexandru Mitrea
	Conf.univ.dr. Vasile Pop
	Prof.univ.dr. Dorian Popa
	Conf.univ.dr. Mircea Dan Rus
	Prof.univ.dr. Neculae Vornicescu

Editura U. T. PRESS 2025

Prefață

Culegerea de probleme *Teste grilă de matematică* continuă tradiția Universității Tehnice din Cluj-Napoca de a selecta viitorii studenți printr-un concurs de admitere pe baza subiectelor sub formă de grilă. Prezenta culegere a fost elaborată cu scopul de a contribui la o mai bună pregătire a candidaților la admitere și de a-i familiariza cu noua tipologie a subiectelor.

Structurată pe patru capitole: Algebră, Analiză matematică, Geometrie analitică și Trigonometrie, culegerea contribuie la recapitularea materiei din Programa pentru Bacalaureat.

Parcurgând toate gradele de dificultate, de la probleme foarte simple care necesită un minim de cunoștințe, până la probleme a căror rezolvare presupune cunoștințe temeinice, lucrarea este utilă tuturor categoriilor de elevi care se pregătesc pentru un examen de matematică.

Fiecare problemă propusă este urmată de cinci răspunsuri dintre care numai unul este corect. La sfârșit se dau răspunsurile corecte și indicații de rezolvare.

Testele care se vor da la simularea de admitere și la concursul de admitere vor conține probleme cu grade diferite de dificultate, alcătuite după modelul celor din culegere.

Autorii

***

Cuprins

***

1

Algebră

1 Mulțimea soluțiilor ecuației $z^2 = 3 - 4i,\ z \in \mathbb{C},$ este:

A $\{1,\, 2\}$ B $\{i,\, 2-i\}$ C $\{2-i,\, -2+i\}$ D $\{3, -2+i\}$ E $\{2-i,\, 3+i\}$

2 Soluția ecuației $x(1 - \lg 5) = \lg(2^x + x - 1)$ este:

A $x = \frac{1}{5}$ B $x = -1$ C $x = 1$ D $x = \frac{1}{2}$ E $x = -5$

3 Se consideră ecuația $3\{x\}^2 + 2\{x\} - 1 = 0,$ unde $\{x\}$ este partea fracționară a numărului real x. Numărul soluțiilor situate în intervalul $[-2, 2]$ este:

A 2 B 1 C 4 D 3 E 0

4 Mulțimea soluțiilor reale ale sistemului $\begin{cases} 2(x-1) \geq 4(x+1) \\ x^2 + 4x > 0 \end{cases}$ este:

A $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ B $(-\infty, -4) \cup (2, \infty)$ C $(-\infty, -4)$ D $(2, \infty)$ E $(-1, 1)$

5 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care graficul funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m+2)x + m + 3,$ intersectează axa Ox în două puncte distincte este:

A $\mathbb{R}$ B $\emptyset$ C $\{-3\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ E $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Fie $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^{100} + aX^{99} + bX + 1$.

6 Valorile coeficienților a și b pentru care $x = 1$ este rădăcină dublă sunt:

A $a = -1; b = -1$ B $a = 2; b = -4$ C $a = -2; b = 0$ D $a = 0; b = -2$ E $a = 4; b = -2$

7 Valorile coeficienților a și b pentru care f se divide cu $X^2 + X + 1$ sunt:

A $a = 1; b = 1$ B $a = -1; b = -1$ C $a = -1; b = 0$ D $a = 1; b = -1$ E $a = 0; b = -1$

8 Valorile coeficienților a și b pentru care restul împărțirii polinomului f la $X^3 - X^2 - X + 1$ este $X^2 + X + 1$ sunt:

A $a = 2; b = -1$ B $a = 0; b = 1$ C $a = -1; b = 2$ D $a = -1; b = 1$ E $a = 1; b = 0$

Se dă funcția $f(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1$, unde $m \neq 0$ este parametru real.

9 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (0, +\infty)$ B $m \in (1 + \sqrt{2}, +\infty)$ C $m \in (0, 1 + \sqrt{2})$ D $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{2}, +\infty)$

10 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (-\infty, 0)$ B $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$ C $m \in (-1, 1 - \sqrt{2})$ D $m \in (-\infty, 1 - \sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (0, \infty)$

11 Pentru ce valori ale lui m funcția admite rădăcină dublă?

A $m \in \{\pm 1\}$ B $m \in \{1, \pm\sqrt{2}\}$ C $m \in \{\pm\sqrt{2}\}$ D $m \in \{-1, 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$ E $m \in \{0, 1, \pm\sqrt{2}\}$

Se consideră ecuația $2x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$, unde $m \in \mathbb{R}$, iar x_1 și x_2 sunt rădăcinile reale ale ecuației.

12 Suma rădăcinilor $x_1 + x_2$ aparține intervalului

A $[0, 1]$ B $[0, 4]$ C $\mathbb{R}$ D $[0, 2]$ E $[-1, 4]$

13 Suma pătratelor rădăcinilor $x_1^2 + x_2^2$ aparține intervalului

A $[0, 4]$ B $[-2, 4]$ C $[0, 8]$ D $\mathbb{R}$ E $[0, 3]$

14 Produsul rădăcinilor $x_1 x_2$ aparține intervalului

A $[-2, 0]$ B $[0, 4]$ C $[-\frac{1}{2}, 4]$ D $\mathbb{R}$ E $(0, 2)$

Fie funcțiile $f_m\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_m(x) = mx^2 + 2(m-1)x + m - 1$, $m \in \mathbb{R}$.

15 Mulțimea valorilor parametrului m pentru care ecuația $f_m(x) = 0$ are cel puțin o rădăcină reală este:

A $(-\infty, 1)$ B $(-\infty, 1]$ C $\mathbb{R}$ D alt răspuns E $[0, \infty)$

16 Vârfurile parabolelor asociate funcțiilor f_m, $m \neq 0$, se găsesc pe:

A parabola $y = x^2 + 2$ B dreapta $x + 2y = 0$ C dreapta $y = x$ D dreapta $y = -x$ E o paralelă la Ox

Fie funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $g(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 0 \\ 3x+2, & \text{dacă } x > 0. \end{cases}$

17 Soluția inecuației $g(x) \geq 0$ este:

A $[-2, \infty)$ B $[-2, 0]$ C $[-\frac{2}{3}, \infty)$ D $[-2, -\frac{2}{3}]$ E $[0, \infty)$

18 Funcția $g^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este dată de:

A $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x \geq 2 \\ \frac{x-2}{4}, & \text{dacă } x < 2 \end{cases}$

B $g^{-1}(x) = \begin{cases} x-2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

C $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3}, & \text{dacă } x \leq 2 \\ 2x-3, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

D $g^{-1}(x) = \begin{cases} 2x-1, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

E $g^{-1}(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

19 Se dau funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite prin
$f(x) = \begin{cases} 5x+1, & x < 0 \\ 1-x^2, & x \geq 0 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -2 \\ 2x-1, & x > -2 \end{cases}$.
Funcția $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h = f \circ g$ este definită prin:

A $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x > -2 \end{cases}$

B $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x \geq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & -2 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$

C $h(x) = \begin{cases} 4x(1-x), & x \leq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \end{cases}$

D $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x < -2 \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \\ 4x(1-x), & -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$

E $h(x) = \begin{cases} 2(5x-2), & x \geq -2 \\ 1-x^4, & x < -2 \end{cases}$

20 Fie $P \in \mathbb{R}[X]$, $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, un polinom cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 distincte două câte două. Pentru $Q \in \mathbb{R}[X]$ polinom de grad 1,
suma $\dfrac{Q(x_1)}{P'(x_1)} + \dfrac{Q(x_2)}{P'(x_2)} + \dfrac{Q(x_3)}{P'(x_3)}$ este egală cu

A $x_1 + x_2 + x_3$ B $x_1x_2x_3$ C $P(x_1 + x_2 + x_3)$ D 1 E 0

21

Fie $P, Q, R\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ funcții polinomiale de grad cel mult doi și $a, b, c \in \mathbb{C}$ astfel ca

$$\begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} = 1.$$

Suma $\begin{vmatrix} P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \end{vmatrix}$ este:

A 0 B 1 C 3 D $P(0) + Q(0) + R(0)$ E $P(1)Q(1)R(1)$

22

Să se găsească numărul complex z dacă $|z| - z = 1 + 2i$.

A $z = \frac{3}{2} - 2i$ B $z = \frac{3}{2} + 2i$ C $z = \frac{1}{2} - 3i$ D $z = \frac{1}{2} + 3i$ E $z = -\frac{1}{2} + 3i$

Fie $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $f(z) = z^2 + z - \bar{z}$.

23

Soluțiile ecuației $f(z) = 0$ sunt:

A $\{0, 1 + 2i, 1 - 2i\}$ B $\{0, 1 + i, 1 - i\}$ C $\{0, i, -i\}$ D $\{0, 2 + i, 2 - i\}$
E $\{0, -1 + i, -1 - i\}$

24

Se consideră ecuația $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$. Mulțimea soluțiilor ecuației are:

A un element B două elemente C nici un element D trei elemente
E o infinitate de elemente

25

Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_{1+x}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3$.

A $x = 0$ B $x = -2$ C $x = 3$ D $x = \frac{1}{2}$ E $x = \frac{1}{3}$

26

Mulțimea soluțiilor ecuației $\dfrac{2\lg x}{\lg(5x - 4)} = 1$ este:

A $\{1, 4\}$ B $\{4\}$ C $\{10\}$ D $\emptyset$ E $\mathbb{R} \setminus \{0, \frac{4}{5}\}$

27

Se consideră mulțimea tripletelor de numere reale (a, b, c) care verifică relația $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Atunci $\min(ab + bc + ac)$ pentru această mulțime este:

A -1 B $-\dfrac{3}{4}$ C $-\dfrac{1}{2}$ D $-\dfrac{1}{3}$ E nu există minim

Fie $A_1 = \left\{x \in \mathbb{N} \mid x = \dfrac{2n+1}{n+2},\ n \in \mathbb{Z}\right\}$ și $A_2 = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid x = \dfrac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z}\right\}$.

28 Mulțimea A_1 este:

A $A_1 = \{1, 2, 3\}$ B $A_1 = \mathbb{N}$ C $A_1 = \{-2, 1, 4\}$ D $A_1 = \{1, 3, 5\}$ E $A_1 = \emptyset$

29 Mulțimea A_2 este:

A $A_2 = \{-1, 1, 3, 5\}$ B $A_2 = \{3, 5\}$ C $A_2 = \{3\}$ D $A_2 = \emptyset$ E $A_2 = \{-1\}$

30 Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 x) \geq 1$ este:

A $[3, \infty)$ B $\left(0, \sqrt[3]{9}\right)$ C $\left(1, \sqrt[3]{3}\right]$ D $\left(\frac{1}{3}, 1\right]$ E $(0, 1) \cup \left(\sqrt[3]{3}, +\infty\right)$

Restul împărțirii polinomului X^{10}

31 la $X + 1$ este:

A -1 B 0 C 1 D 9 E alt răspuns

32 la $(X + 1)^2$ este:

A -10 B $-10X$ C $10X + 9$ D $-10X - 9$ E $X - 9$

33 la $(X + 1)^3$ este:

A $-9X^2 + 22$ B $45X^2 + 80X + 36$ C $X + 2$ D 1 E 0

34 Mulțimea soluțiilor ecuației $2A_n^{n-3}x^2 + 4A_n^{n-2}x + 3P_n = 0$, $n \geq 3$, este:

A $\left\{n, \frac{n}{2}\right\}$ B $\left\{1, A_n^2\right\}$ C $\{-3\}$ D $\left\{A_n^3\right\}$ E $\emptyset$.

35 Să se determine primul termen a_1 și rația q a unei progresii geometrice $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ dacă:
$$\begin{cases} a_4 - a_2 = 6, \\ a_3 - a_1 = 3. \end{cases}$$

A $a_1 = -1;\ q = 3$ B $a_1 = 3;\ q = \frac{1}{2}$ C $a_1 = 2;\ q = -2$ D $a_1 = 1;\ q = 2$ E $a_1 = 1;\ q = 3$.

36 Care sunt valorile coeficienților reali a și b din ecuația

$$x^3 - ax^2 + bx + 1 = 0,$$

dacă acești coeficienți sunt rădăcini ale ecuației?

A $a = 1,\ b = 0$ B $a = 1,\ b \in \mathbb{R}$ C $a = 1,\ b = -1$ D $a \in \mathbb{R},\ b = -1$ E $a \in \mathbb{R},\ b = 1$

37

Coeficientul lui x^{99} din dezvoltarea polinomului

$$(x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-99)(x-100)$$

este:

A -4950 B -5050 C 99 D -100 E 3450

38

Cel mai mare divizor comun al polinoamelor $(x+1)^{4n+3}+x^{2n}$, $n\in\mathbb{N}^*$ și x^3-1 este:

A x^3-1 B $x-1$ C x^2+x+1 D sunt prime între ele E $(x+1)^{4n+3}+x^{2n}$

39

Valoarea expresiei $(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^4)(1-\alpha^5)$, unde $\alpha\in\mathbb{C}\setminus\mathbb{R}$, $\alpha^3=1$, este:

A -1 B 9 C 0 D $9i$ E $3i$

40

Fie numerele reale $a,b,c,d\in(0,1)\cup(1,\infty)$. Dacă $\log_a b\log_b c\log_c d=1$ atunci:

A $a=b\in(0,1)$ și $c=d\in(1,\infty)$ B $a=b\in(1,\infty)$ și $c=d\in(0,1)$ C $a=c\in(0,1)$ și $b=d\in(1,\infty)$ D $a=d$ E $a=c\in(1,\infty)$ și $b=d\in(0,1)$

41

Suma $\sum\limits_{k=1}^{n}k\cdot k!$ este:

A $n(n+1)$ B $n\cdot n!$ C $(n+1)!-1$ D $n!$ E $2n\cdot n!$

Se consideră matricea $U(a,b)=\begin{pmatrix} a & b & b & b\\ b & a & b & b\\ b & b & a & b\\ b & b & b & a\end{pmatrix}$.

42

Matricea $U(a,b)$ este singulară dacă și numai dacă

A $a=b$ B $a\neq -3b$ C $(a-b)(3b+a)=0$ D $a+3b=0$ E alt răspuns

43

$U^{11}(1,1)$ este

A $U(1,1)$ B $4^{100}U(1,1)$ C $2^{22}U(1,1)$ D $2^{20}U(1,1)$ E $4^8U(1,1)$

44

Inversa matricei $U(1,2)$ este:

A $U(1,2)$ B $U(1,2)-U(1,1)$ C $\frac{U(1,2)-6I_4}{7}$ D nu există E alt răspuns

45

Dacă $a^2+b^2=1$, atunci inversa matricei $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ este:

A $\begin{pmatrix} -a & -b \\ b & -a \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$ E $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$

46

Matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & a & 3 \end{pmatrix}$ are rangul minim pentru:

A $a=0$ B $a=1$ C $a=7$ D $a=21$ E $a=-21$

Se consideră matricea: $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{pmatrix}$.

47 Determinantul matricei A este:

A $16i$ B $-16i$ C 16 D -16 E 0

48 A^4 este:

A I_4 B $2I_4$ C $4I_4$ D $16I_4$ E $256I_4$

49 Numărul soluțiilor $n \in \mathbb{Z}$ ale ecuației $16A^{8n}+16I_4=257A^{4n}$ este:

A 16 B 8 C 4 D 2 E 1

Se dă matricea $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

50 $\det A$ este:

A 1 B 0 C -1 D 2 E ∞

51 Numărul de soluții în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^2=A$ este:

A 10 B 1 C 2 D 0 E ∞

52

Sistemul de ecuații cu parametrul real m, $\begin{cases} x+2y = 1 \\ 6x-8y = 1 \\ 5x+2y = m \end{cases}$, este compatibil numai dacă:

A $m=0$ B $m=1$ C $m=2$ D $m=3$ E $m=4$

53

Sistemul de ecuații cu parametrii $m, n \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} mx + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ (2m-1)x + 2y + z = n \end{cases}$$

este compatibil nedeterminat pentru:

A $m = 3;\ n \neq 3$ **B** $m \neq 3;\ n = 3$ **C** $m = 3;\ n = 3$ **D** $m \neq 3;\ n \neq 3$
E $m = 5; n = 3$

54

Dacă $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & n & 44 \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}$, atunci:

A $n = 1$ **B** $n = 2$ **C** $n = 4$ **D** $n = 8$ **E** $n = 16$

55

Fie $m, n \in \mathbb{R}$, x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 + mx + n = 0$ și matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix}$. Determinantul matricei A^2 este:

A $-4m^3 - 27n^2$ **B** $4m^3 - 27n^2$ **C** $-4m^3 + 27n^2$ **D** $-2n^3 - 27m^2$ **E** $-3n^3 - 27m^2$

56

Dacă $a < b < c$ și $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+2 & b+2 & c+2 \\ (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$, atunci:

A $D = 0$ **B** $D \leq 0$ **C** $D < 0$ **D** $D > 0$ **E** $D = -a^2 - b^2 - c^2$

Se consideră sistemul

$$(S): \begin{cases} x & +2y & +3z & = 1 \\ 2x & -y & +az & = -3 \\ 3x & +y & +4z & = b \end{cases}.$$

57

(S) este compatibil determinat dacă și numai dacă

A $a = 0$ **B** $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ **C** $a = 1, b = -2$

58

(S) este compatibil nederminat dacă

A $a = 1, b = -2$ **B** $a = 1, b = 2$ **C** $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ **D** $a = 2, b = 1$

59

(S) este incompatibil dacă și numai dacă

A $a = 1, b = 2$ **B** $a \neq 2, b = 1$ **C** $a \neq 1, b \neq -2$ **D** $a \neq 0, b = 2$ **E** $a = 1, b \neq -2$

60

Numărul valorilor parametrului real m pentru care sistemul $\begin{cases} 2x+2y+mxy & = & 5 \\ (m-1)(x+y)+xy & = & 1 \\ 3x+3y-xy & = & m+1 \end{cases}$, are soluții $(x,y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, este:

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

61

Dacă sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x+ay+4z & = & 0 \\ x-y-z & = & 0 \\ 3x-2y-z & = & 0 \end{cases}$, $a\in\mathbb{R}$ este compatibil determinat, atunci:

A $a=1$ **B** $a\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$ **C** $a\in\mathbb{R}^*$ **D** $a\in(0,\infty)$ **E** $a\in(1,\infty)$

62

Dacă $A=\begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$, $t\in\mathbb{R}$, atunci:

A $A^n=\begin{pmatrix} \cos^n t & -\sin^n t \\ \sin^n t & \cos^n t \end{pmatrix}$ **B** $A^n=\begin{pmatrix} \cos t^n & -\sin t^n \\ \sin t^n & \cos t^n \end{pmatrix}$

C $A^n=\begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt \\ \sin nt & \cos nt \end{pmatrix}$ **D** $A^n=\begin{pmatrix} \sin nt & -\cos nt \\ \cos nt & \sin nt \end{pmatrix}$

E $A^n=\begin{pmatrix} \cos^n t-\sin^n t & -n\sin t\cos t \\ n\sin t\cos t & \cos^n t-\sin^n t \end{pmatrix}$

63

Dacă $A=\begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, atunci A^{12} este:

A $\begin{pmatrix} 3^6 & 1 \\ 1 & 3^6 \end{pmatrix}$ **B** $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **C** $\begin{pmatrix} 12\sqrt{3} & -12 \\ 12 & 12\sqrt{3} \end{pmatrix}$ **D** $2^{12}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

E $\begin{pmatrix} (\sqrt{3})^{12} & (-1)^{12} \\ 1 & (\sqrt{3})^{12} \end{pmatrix}$

64

Mulțimea soluțiilor ecuației $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & 2x & 3 \\ -1 & -2 & x \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} x & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + 3 = 0$ este:

A $\{-1\}$ **B** $\{-1,1,-i,i\}$ **C** $\{-1,0,1-i\sqrt{3},1+i\sqrt{3}\}$ **D** $\left\{-1,\frac{1-i\sqrt{3}}{2},\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right\}$

E $\left\{-1,\frac{1-i}{2},\frac{1+i}{2}\right\}$

Se dă mulțimea $M = [5, 7]$ și operația $*$ definită prin
$x * y = xy - 6x - 6y + \alpha$.

65 Valoarea parametrului real α pentru care mulțimea M este parte stabilă în raport cu operația $*$ este:

A $\alpha = 42$ B $\alpha = 36$ C $\alpha = -36$ D $\alpha = 6$ E $\alpha = -6$

66 In monoidul $(M, *)$, elementul neutru este:

A $e = 7$ B $e = 6$ C $e = 5$ D $e = 1$ E nu există

67 In monoidul $(M, *)$, mulțimea elementelor simetrizabile este:

A $[5, 7] \setminus \{6\}$ B $\{6\}$ C $\{5, 7\}$ D $[5, 7]$ E $\mathbb{R} \setminus \{6\}$

Definim pe $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ legea de compoziție $(x, y) * (a, b) = (xa, xb + ya)$.

68 Elementul neutru al legii $*$ este:

A $(0, 1)$ B $(1, 0)$ C $(0, 0)$ D $(1, 1)$ E $(-1, 1)$

69 Numărul elementelor simetrizabile (x, y) având proprietatea $x^2 + y^2 + x + y = 8$, este:

A 4 B 1 C 2 D 3 E 0

70

Fie legea de compoziție $*$ definită prin $x * y = \frac{x-y}{1-xy}$, $\forall x, y \in (-1, 1)$. Elementul neutru pentru această lege este:

A $e = 0$ B nu există C $e = 1$ D $e = -1$ E $\frac{1}{2}$

71

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ a numerelor întregi se definește legea $*$ prin $x * y = x + y - 2$, $\forall x, y \in \mathbb{Z}$. Să se determine simetricul x' al lui x.

A x' nu există B $x' = 1 - x$ C $x' = 4 - x$ D $x' = \frac{1}{x}$ E $x' = -x$

Pe mulțimea $\mathbb{C}$ a numerelor complexe definim legea de compoziție $*$ prin $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 - z_1 z_2$.

72 Numărul $2 * i$ este:

A $2 - i$ B $2i$ C $2 + i$

73 Elementul neutru față de $*$ este:

A 1 B 0 C i D -1

74 Elementul simetric al lui i față de $*$ este:

A $-i$ B $1 - i$ C $\frac{1-i}{2}$ D $\frac{1+i}{2}$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^2 - (m-1)x + 3m - 4, \quad m \in \mathbb{R}$.

75 Mulțimea valorilor lui m pentru care f se anulează în $(0,1)$ și $f(x) \geq 0,\ \forall x \in (0,1)$ este:

A $(-\infty, 7 - 4\sqrt{2})$ B $(7 + 4\sqrt{2}, \infty)$ C $\{7 - 4\sqrt{2}, 7 + 4\sqrt{2}\}$ D $\{7 - 4\sqrt{2}\}$ E $\emptyset$

76 Mulțimea valorilor lui m pentru care $f(x) < 0,\ \forall x \in (0,1)$ este

A $(0,1)$ B $(2,\infty)$ C $(-\infty, 1]$ D $\emptyset$ E $(0,\infty)$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^2 - mx + 2, \quad m \in \mathbb{R}$.

77 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este strict crescătoare pe intervalul $[-1,1]$ este

A $[-2,2]$ B $(-\infty,-2)$ C $(-\infty,-2]$ D $\mathbb{R}$ E Alt răspuns

78 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este injectivă pe $[-1,1]$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(-1,1)$ C $(-\infty,-2] \cup (2,\infty)$ D $(-2,2)$ E Alt răspuns

79 Familia de parabole asociate funcțiilor

$$f_m(x) = (m+1)x^2 - 3mx + 2m - 1, \quad m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\},$$

A are un punct fix pe axa Oy B are un punct fix situat pe prima bisectoare
C are două puncte fixe D are trei puncte fixe E nu are puncte fixe

Fie parabolele de ecuații: $P_1: \quad y = x^2 + 5x + 4$
și $P_2: \quad y = (m-1)x^2 + (4m+n-4)x + 5m + 2n - 4$, unde $m, n \in \mathbb{R}$, $m \neq 1$.

80 Parabolele se intersectează în $A(-2,-2)$ și $B(0,4)$ dacă:

A $m=-2, n=9$ B $m=2, n=-9$ C $m=5, n=4$ D $m=\frac{1}{2}, n=3$ E $m=\frac{1}{3}, n=-2$

81 Parabolele au singurul punct comun $C(1,10)$ dar nu sunt tangente dacă:

A $m=-\frac{2}{3}, n=\frac{1}{3}$ B $m=2, n=-\frac{1}{3}$ C $m=-\frac{1}{3}, n=3$ D $m=-2, n=\frac{1}{2}$ E $m=n=2$

82 Parabolele sunt tangente în punctul $T(-2,-2)$ dacă:

A $m=0, n=-3$ B $m=2, n=-1$ C $m=-2, n=-1$ D $m=-2, n=1$ E $m=\frac{1}{2}, n=-4$

83 Fie $E(x) = \dfrac{x^2 - 2(m-1)x + m + 1}{mx^2 - mx + 1}$. Mulțimea valorilor reale ale lui m pentru care E este bine definită oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, este:

A $\mathbb{R}$ B $\{4\}$ C $\{-1\}$ D $(0,4)$ E alt răspuns

84 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$(m-1)x^2 + (m-1)x + m - 3 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este:

A $\emptyset$ B $(-\infty,1) \cup (\frac{11}{3},\infty)$ C $(-\infty,0)$ D $(-\infty,1)$ E alt răspuns

85 Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}^*$, pentru care parabolele asociate funcțiilor $f_a(x) = ax^2 - (a+2)x - 1$ și $g_a(x) = x^2 - x - a$ sunt tangente, este:

A $\{-1,2\}$ B $\{3,-1\}$ C $\{3\}$ D $\{\frac{1}{3},3\}$ E $\emptyset$

86 Ecuația $x^4 + (2m-1)x^2 + 2m + 2 = 0$, cu necunoscuta x și parametrul real m, are toate rădăcinile reale dacă:

A $m=0$ B $1 \leq m \leq 2$ C $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$ D $m \in \emptyset$ E $m > \frac{1}{2}$

87 Se dă ecuația $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$. Rădăcinile ei sunt în progresie aritmetică dacă și numai dacă

A $a=0$ B $a \in \{0,1\}$ C $a \in \{-1,1\}$ D $a=2$ E $a=3$

Fie x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 - 2x + 3 = 0$. Notăm $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k,\ k \in \mathbb{Z}$.

88 S_{-1} este:

A 0 B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{2}{3}$ D 1 E -1

89 S_{-2} este:

A $\frac{4}{9}$ B $-\frac{4}{9}$ C $\frac{2}{3}$ D $-\frac{3}{2}$ E 0

90 S_4 este:

A 4 B $\frac{4}{9}$ C -4 D 8 E -8

91 Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$$P(0) + \cdots + P(n) = n^5, \quad n = 0, 1, \ldots,$$

atunci:

A $P(0) = 0$ B $P(1) = 2$ C $P(0) + P(1) + P(2) = 3$ D $P(1) = 0$ E alt răspuns

92 Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisface egalitățile:

$$P(n) = \sum_{k=1}^{n} k^{10}, \qquad n = 1, 2, \ldots,$$

atunci $P(-2)$ este:

A 0 B -1 C 1023 D -1025 E alt răspuns

Se dă ecuația $x^3 - px^2 + qx - r = 0, \quad r \neq 0$.

93 Ecuația admite două rădăcini opuse dacă:

A $p + q = r$ B $r^2 - pq = 0$ C $rp - q = 1$ D $q^2 - rp = 0$ E $pq - r = 0$

94 Rădăcinile sunt în progresie geometrică dacă:

A $p^2 r - q = 0$ B $p^3 - rq = 0$ C $q^2 - rp = 0$ D $q^3 + p + q = 0$ E $p^3 r - q^3 = 0$

95 Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației

$$\sqrt{x + 2 - 4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x + 7 - 6\sqrt{x-2}} = 1$$

este:

A $\{5, 12\}$ B $\{7, 10\}$ C $[2, \infty)$ D $[6, 11]$ E $\{8, 12\}$

96

Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3}<\sqrt{2}-\sqrt{3}$ este:

A $(-\infty,0)$ B $[-2,0)$ C $[-2,\infty)$ D $\emptyset$ E $(0,\infty)$

Se consideră funcția $f(x)=\sqrt[3]{x}+\sqrt{x-11}$.

97

Mulțimea de definiție a funcției este:

A $\mathbb{R}$ B $[0,\infty)$ C $(-\infty,0)$ D $[11,\infty)$ E $(-\infty,11)$

98

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $f(x)=7$ este:

A $\{27\}$ B $\{0\}$ C $\{11\}$ D $\{1\}$ E conține cel puțin două elemente

99

Câte soluții întregi are ecuația

$$8(4^x+4^{-x})-54(2^x+2^{-x})+101=0?$$

A 2 B 4 C 1 D nici una E 3

100

Mulțimea valorilor reale ale lui a, pentru care funcția

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad f(x)=x^3+ax+1,$$

este injectivă, este:

A $(-\infty,0)$ B $[0,\infty)$ C $\emptyset$ D $\{1\}$ E $\mathbb{R}$

101

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$(m-2)x^2-(2m+1)x+m-3=0$$

are rădăcinile în $\mathbb{C}\setminus\mathbb{R}$ cu partea reală negativă este:

A $\left(-\frac{1}{2},\frac{23}{24}\right)$ B $\left(-\infty,\frac{23}{24}\right)$ C $\left[-\frac{1}{2},\infty\right)$ D $\left[\frac{23}{24},\infty\right)$ E $\emptyset$

102

Valoarea minimă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=(x-a_1)^2+(x-a_2)^2+\cdots+(x-a_n)^2$$

unde $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n\in\mathbb{R}$, se obține pentru:

A $x=0$ B $x=a_1$ C $x=a_2$ D $x=\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$ E $x=\frac{a_1+a_n}{2}$

103

Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^2+2mx-1 & ;\ x\le 0\\ mx-1 & ;\ x>0\end{cases}$, $m\in\mathbb{R}^*$, este injectivă dacă:

A $m\in(-\infty,1)$ B $m\in(1,\infty)$ C $m\in(-\infty,0)$ D $m\in(0,\infty)$ E $m\in(-1,1)$

104

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x+m, & x\le 1\\ 2mx-1, & x>1\end{cases}$. Funcția f este surjectivă dacă și numai dacă:

A $m\in(0,1)$; B $m\in(-\infty,2]$; C $m=2$; D $m\in(0,2]$; E $m\in(-\infty,1]$

105

Sistemul $\begin{cases} x^2+y^2 &= z\\ x+y+z &= a\end{cases}$, are o singură soluție $(x,y,z)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, dacă:

A $a=-\frac{1}{2}$ B $a=\frac{1}{2}$ C $a=2$ D $a=\frac{1}{4}$ E $a=-\frac{1}{4}$

106

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x=\sqrt{2-x}$ este:

A $\emptyset$ B $\{1,-2\}$ C $\{1\}$ D $[1,2]$ E $\{2\}$

107

Pentru ca funcția $f:\mathbb{R}\to B$, $f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x^2+x+1}$ să fie surjectivă, trebuie ca:

A $B=\mathbb{R}$ B $B=\left[\frac{9-2\sqrt{21}}{3},\frac{9+2\sqrt{21}}{3}\right]$ C $B=[1,2]$ D $B=(1,2)$ E $B=[-3,3]$

108

Mulțimea valorilor lui $a\in\mathbb{R}$ pentru care valorile funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-ax+1}{x^2+1}$, sunt cuprinse în intervalul $(0,3)$, este:

A $(-4,4)$ B $(-\infty,-4)$ C $(0,3)$ D $(-2,2)$ E $\{-2,2\}$

109

Numărul soluțiilor $(x,y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ ale ecuației $2\mid x-2\mid+3\mid y-3\mid=0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E o infinitate

110

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2+4x+4}=2x$ este:

A $[-1,3]$ B $(0,\infty)$ C $[2,\infty)$ D $[-2,2]$ E $(-\infty,2]$

111

Soluția ecuației $\left(3-2\sqrt{2}\right)^x-2\left(\sqrt{2}-1\right)^x=3$ este:

A -1 B $\ln 2$ C 2 D $\log_2\left(3-2\sqrt{2}\right)$ E $\frac{1}{\log_3\left(\sqrt{2}-1\right)}$.

112

Soluția ecuației $\left(\frac{1}{2}\right)^x+\left(\frac{1}{6}\right)^x+\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^x=1$ este:

A orice număr real B 1 C 0 D $-\frac{1}{2}$ E ecuația nu are soluție

113

Ecuația $\left(5+\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}+\left(5-\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}=98$ are mulțimea soluțiilor:

A $\{3\}$ B $\{-3;3\}$ C $\{-3\}$ D $\{\sqrt{3};3\}$ E $\{\frac{1}{3};3\}$

Fie $f\colon (0,1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\log_x 2 \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \log_x 8} + \cdots + \frac{1}{\log_x 2^n \log_x 2^{n+1}}$, unde $n \geq 5$ este un număr întreg.

114 $f(\frac{1}{2})$ este:

A $\frac{n}{n+1}$ B 1 C $\frac{n+1}{n}$ D $\frac{1}{2}\frac{n+1}{n}$ E $2\frac{n+1}{n}$

115 Soluția ecuației $f(x) = \frac{4n}{n+1}$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D 4 E $\frac{1}{2^n}$

116 Mulțimea soluțiilor sistemului de ecuații $\begin{cases} x^2 + y^2 &= 425 \\ \lg x + \lg y &= 2 \end{cases}$ este:

A $\{(1;1)\}$ B $\{(1;1)\};\ (10;10)\}$ C $\{(20;5);\ (5;20)\}$ D $\{(1;10);\ (10;1)\}$ E $\{(20;5)\}$

117 Soluțiile ecuației $\log_{2x} 4x + \log_{4x} 16x = 4$ aparțin mulțimii:

A $\{3\}$ B $\{2\}$ C $\left[\frac{1}{2\sqrt{2}}, 2\right]$ D $\{\log_2 3\}$ E $(2, \infty)$

118 Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg\left((x^3 - x - 1)^2\right) < 2\ \lg(x^3 + x - 1)$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(0, \infty)$ C $(1, \infty)$ D $(0, 1)$ E alt răspuns

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 9^x - 5^x - 4^x$.

119 Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) = 0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

120 Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) - 2\sqrt{20^x} = 0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

121 Mulțimea soluțiilor ecuației $\log_3 x^2 - 2\log_{-x} 9 = 2$ este:

A $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0,\ x \neq -1\}$ B $\{-9\}$ C $\emptyset$ D $\{9\}$ E $\left\{-\frac{1}{3}, -9\right\}$

Se consideră funcția $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\ln(x+a)}{\sqrt{x}}$, $\quad a \in \mathbb{R}$.

122 Domeniul de definiție al funcției este:

A $(0,\infty)$ B $(0,\infty)\setminus\{1\}$ C (a,∞) D $(-a,\infty)$ E $(\frac{-a+|a|}{2},\infty)$

123 Mulțimea valorilor lui a pentru care $f(x) > 0$, pentru orice $x \in D$ este:

A $(-\infty,0)$ B $(-1,1)$ C $[1,\infty)$ D $(2,\infty)$ E alt răspuns

124 Dacă $\log_6 2 = a$, atunci valoarea lui $\log_6 324$ este:

A $a+3$ B $5a-2$ C $4-2a$ D $a^2(2-a)^4$ E $3+2a$

125 Fie $a = \lg 2$ și $b = \lg 3$. Dacă $x = 3^{\log_{27}(\lg 150)^3}$ atunci:

A $x = 3-2b+a$ B $x = 2+b-a$ C $x = 1$ D $x+1 = a+b$ E $x = 81ab$

126 Soluția S a sistemului $\begin{cases} 2^x 5^y = 250 \\ 2^y 5^x = \ \ 40 \end{cases}$ este:

A $S = \emptyset$ B $S = \{(1,3)\}$ C $S = \{(1,0),\,(1,3)\}$ D $S = \{(1,0)\}$
E $S = \{(-1,1),\,(1,0)\}$

127 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ este:

A 1 B 3 C 2 D $\sqrt{5}$ E $2\sqrt{5}$

128 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{50}+7} - \sqrt[3]{\sqrt{50}-7}$ este:

A $2\sqrt{50}$ B 2 C 1 D 3 E $\sqrt{50}$

129 Știind că a este rădăcina reală a ecuației $x^3+x+1 = 0$, să se calculeze

$$\sqrt[3]{(3a^2-2a+2)(3a^2+2a)} + a^2.$$

A $a+1$ B 1 C 3 D 2 E a

130 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$m\,9^x + 4(m-1)3^x + m > 1$$

oricare ar fi x real este:

A $(-\infty,1)$ B $[1,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $(1,\infty)$ E $\emptyset$

131

Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg\left((x-1)^{10}\right) < 10 \lg x$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(0,\infty)$ C $(0,1)\cup(1,\infty)$ D $\left(\frac{1}{2},1\right)\cup(1,\infty)$ E $\emptyset$

132

Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_x(1+x)+\log_{x^2}(1+x)+\log_{x^4}(1+x) \geq \frac{7}{4}$ este:

A $(0,1)\cup(1,\infty)$ B $(1,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $\emptyset$ E $\mathbb{R}$

133

Valoarea sumei $S_n = \frac{1}{1\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 7}+\cdots+\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$, $n\in\mathbb{N}^*$, este:

A $\frac{n}{3n+1}$ B $\frac{3n}{3n+1}$ C $\frac{n+1}{3n+1}$ D $\frac{n-1}{3n+1}$ E $\frac{n}{3(3n+1)}$

134

Suma $\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\cdots+\frac{n}{(n+1)!}$, $n\in\mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{1}{n+1}$ B $\frac{2n-1}{2}$ C $\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}$ D $\frac{n^2}{(n+1)!}$ E $\frac{n}{n+1}$

135

Suma $\sum\limits_{k=3}^{n} A_k^3\, C_n^k$, $n\geq 3$, are valoarea:

A $8C_n^3$ B $2^n A_n^3$ C $A_n^3 2^{n-3}$ D $2^{n-2}C_{n+1}^3$ E 3^n

136

Suma $C_n^1+2C_n^2+3C_n^3+\cdots+nC_n^n$, $n\in\mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $n2^{n-1}$ B $n2^n-1$ C n D $\frac{n(n+1)}{2}$ E alt răspuns

137

Suma $\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{kC_n^k}{C_n^{k-1}}$, $n\in\mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{n(n+1)}{2}$ B $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ C $\frac{n(n+1)(2n+1)}{4}$ D $n(2n-1)$ E n^3-n^2+n

138

Soluția ecuației $A_x^6-24xC_x^4=11A_x^4$ aparține mulțimii:

A $[5,7]$ B $[8,10)$ C $\{10\}$ D $\{4\}$ E $\{6\}$

139

Să se determine termenul independent de a al dezvoltării $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}+\sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$.

A C_{17}^6 B C_{17}^7 C C_{17}^8 D C_{17}^{10} E C_{17}^{11}

140

O progresie aritmetică crescătoare $(a_n)_{n\geq 1}$ verifică relațiile $a_9+a_{10}+a_{11}=15$ și $a_9a_{10}a_{11}=120$. Suma primilor 20 de termeni din progresie este:

A 150 B 100 C 120 D 110 E 160

141

Ecuația $x^3 - (4-i)x^2 - (1+i)x + a = 0$, $a \in \mathbb{R}$, are o rădăcină reală dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $\{1,2\}$ **B** $\{0,1\}$ **C** $\{-1,4\}$ **D** $\{0,4\}$ **E** $\mathbb{R}$

142

Pentru ce valori ale parametrului real b ecuația

$$x^3 + a(a+1)x^2 + ax - a(a+b) - 1 = 0$$

admite o rădăcină independentă de a?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** a **E** -1

143

Numerele reale nenule a, b, c sunt rădăcinile ecuației $x^3 - a\,x^2 + b\,x + c = 0$.
În acest caz tripletul (a,b,c) este:

A $(1,1,1)$ **B** $(-1,-1,-1)$ **C** $(1,-1,1)$ **D** $(1,-1,-1)$ **E** alt răspuns

144

Care este valoarea parametrului rațional m, dacă ecuația

$$x^4 - 7x^3 + (13+m)x^2 - (3+4m)x + m = 0$$

admite soluția $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ și soluțiile x_3 și x_4 verifică relația $x_3 = 2x_4$?

A -1 **B** $\frac{3}{4}$ **C** $\frac{5}{3}$ **D** 2 **E** 4

145

Soluțiile ecuației $z\overline{z} + 2(z - \overline{z}) = 20 + 8i$, $z \in \mathbb{C}$, sunt:

A $\pm 2 + 4i$ **B** $\pm 4 + 2i$ **C** $4 + 2i$ **D** $4 - 2i$ **E** alt răspuns

146

Fie $x_1, x_2, \ldots, x_n$ rădăcinile ecuației $x^n - 3x^{n-1} + 2x + 1 = 0$. Valoarea sumei $S = \sum_{k=1}^{n} \frac{x_k}{x_k - 1}$ este:

A $3n - 5$ **B** $2n + 1$ **C** $\frac{n}{n-1}$ **D** $\frac{n(n+1)}{n^2+n-1}$ **E** 0

147

Valoarea lui m pentru care ecuația $x^3 - 6x^2 + 11x + m = 0$ are rădăcinile în progresie aritmetică aparține mulțimii:

A $[-1,1]$ **B** $[2,4]$ **C** $[-4,-2]$ **D** $[-7,-5]$ **E** $[5,6]$

148

Dacă ecuația $2x^3 + mx^2 + 4x + 4 = 0$ admite o rădăcină reală dublă, atunci m aparține mulțimii:

A $[-5,0]$ **B** $[0,2]$ **C** $[-8,-5]$ **D** $\{3\}$ **E** $(6,\infty)$

149

Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $x^3 - 28x + m = 0$ are o rădăcină egală cu dublul altei rădăcini este:

A $\{48\}$ B $\{-48\}$ C $\mathbb{R} \setminus \{48\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-48\}$ E $\{-48, +48\}$

150

Sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 1 \end{cases}$ are:

A o soluție B două soluții C trei soluții D patru soluții E șase soluții

151

Se consideră ecuația $x^4 - 5x^3 + ax^2 - 7x + 2 = 0$ cu a parametru real. Valoarea sumei $\sum_{i=1}^{4} \frac{1}{x_i}$, unde x_i sunt rădăcinile ecuației, este

A $-\frac{7}{2}$ B $-\frac{3}{2}$ C 0 D $\frac{3}{2}$ E $\frac{7}{2}$

Fie $(x+1)(x^2+2)(x^2+3)(x^2+4)(x^2+5) = \sum_{k=0}^{9} A_k x^k$.

152

$\sum_{k=0}^{9} A_k$ este:

A 720 B 724 C 120 D 600 E alt răspuns

153

$\sum_{k=0}^{4} A_{2k}$ este:

A 360 B 120 C 100 D 240 E 300

154

Fie polinomul $P \in \mathbb{C}[X]$, $P = X^3 + pX + q$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3. Să se determine polinomul cu rădăcinile x_1^2, x_2^2, x_3^2.

A $X^3 + 2pX^2 + p^2X - q^2$ B $X^3 + 2pX^2 - 4pX + q$ C $X^3 + 2pX^2 + p^2X + q^2$
D $X^4 + qX^2 + 5$ E $X^3 - pX^2 + qX + q^2$

155

Restul împărțirii polinomului $1 + X + X^2 + \cdots + X^{1998}$ la $1 + X$ este egal cu:

A 0 B -1 C 1 D 1997 E 1999

156

Polinomul $(X^2 + X - 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 - 1$ dacă și numai dacă:

A $n = 2k,\ k \in \mathbb{N}^*$ B $n = 3k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 2k - 1,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 3k + 1,\ k \in \mathbb{N}^*$
E $n = 3k + 2,\ k \in \mathbb{N}^*$

157

Polinomul $(X^2+X+1)^n - X$ este divizibil cu polinomul X^2+1 dacă și numai dacă:

A $n=3k,\ k\in\mathbb{N}^*$ B $n=4k,\ k\in\mathbb{N}^*$ C $n=4k+1,\ k\in\mathbb{N}$ D $n=4k+2,\ k\in\mathbb{N}^*$
E $n=4k+3,\ k\in\mathbb{N}^*$

158

Mulțimea valorilor parametrului real a, pentru care ecuația $x^3+ax+1=0$ are toate rădăcinile reale și ele verifică relația $x_1^4+x_2^4+x_3^4=18$, este:

A $\{-12\}$ B $\{3\}$ C $\{-3\}$ D $\{-3,3\}$ E $\emptyset$

159

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$x(x-1)(x-2)(x-3)=m$$

are toate rădăcinile reale este:

A $[-1,9/4]$ B $[-1,9/16]$ C $[-1,9]$ D $[1,1/16]$ E $\emptyset$

160

Restul împărțirii polinomului $P(X)=X^{100}+X^{50}-2X^4-X^3+X+1$ la polinomul X^3+X este:

A $X+1$ B $2X^2+1$ C $2X^2-2X-1$ D $2X^2+2X+1$ E X^2+1

161

Se consideră polinoamele cu coeficienți complecși $P(X)=a_0+a_1X+\cdots+a_nX^n$ și $Q(X)=b_0+b_1X+\cdots+b_mX^m$. Știind că polinomul $Q(X)$ se divide cu $X-1$, să se determine suma coeficienților polinomului $P(Q(X))$.

A $\sum\limits_{i=0}^{n} a_i$ B $\left(\sum\limits_{i=0}^{n} a_i\right)\left(\sum\limits_{i=0}^{m} b_i\right)$ C a_nb_m D a_0 E a_0b_0

162

Un polinom de grad mai mare sau egal cu 2, împărțit la $X-1$ dă restul 3 și împărțit la $X+1$ dă restul -5. Restul împărțirii la X^2-1 este:

A -15 B $3X-5$ C $-3X+5$ D $4X-1$
E nu se poate determina din datele problemei

163

Restul împărțirii polinomului $X^{400}+400X^{399}+400$ la polinomul X^2+1 este:

A $400X+401$ B $400X-399$ C $-400X+401$ D $-400X+399$ E 0

Fie numărul complex $z = 1 + i$.

164 Numărul complex $\frac{1}{z}$ este:

A $-1 - i$ B $1 - i$ C $\frac{1-i}{2}$ D $\frac{1+i}{2}$ E Alt răspuns

165 Dacă z^n este real, pentru o anume valoare $n \in \mathbb{N}^*$, atunci numărul complex z^{2n} este:

A i^n B -1 C 1 D 2^n E $\left(\sqrt{2}\right)^n$

166 Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Dacă $\mid z_1 + z_2 \mid = \sqrt{3}$ și $\mid z_1 \mid = \mid z_2 \mid = 1$, atunci $\mid z_1 - z_2 \mid$ este:

A 2 B 1 C $\sqrt{3}$ D $\sqrt{2}$ E $\sqrt{3} - 1.$

167 Valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care rădăcinile x_1, x_2, x_3 ale ecuației $x^3 + x + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, verifică relația $x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 = 10$ este:

A 1 B -1 C 3 D 2 E -2

168 Dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuației $x^3 - 2x^2 + 2x + 6 = 0$, atunci valoarea determinatului

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$$

este:

A 6 B 4 C 2 D 0 E -2

169 Dacă $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ este o matrice inversabilă astfel ca $A + A^{-1} = 2I_n$, atunci are loc egalitatea:

A $A = 3I_n$ B $A^3 + A^{-3} = 2I_n$ C $A = -A$ D $A^2 + A^{-2} = I_n$ E $A - A^{-1} = 2I_n$

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 rădăcinile polinomului $P = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$.

170 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ este:

A -1 B 1 C -2 D $1/2$ E 0

171 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ este:

A 1 B -1 C -2 D -4 E 0

172 $x_1^8 + x_2^{18} + x_3^{28} + x_4^{38}$ este:

A 1 B -2^3 C 2^4 D -1 E $4(1 + i)$

173 Numărul soluțiilor ecuației $X^2 = I_2$ în $\mathcal{M}_2(\mathbb{N})$ este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 16

Se consideră ecuația matriceală $X^2 = 2X + 3I_2,\ \ X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

174 X^3 este:

A $7X + 6I_2$ B $6X + 7I_2$ C I_2 D X E $8X + 9I_2$

175 Numărul soluțiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ ale ecuației este:

A 0 B 2 C 8 D 16 E infinit

176 Fie $A \in M_{3,2}(\mathbb{C})$. Atunci $\det(A \cdot A^T)$ este:

A strict pozitiv B strict negativ C zero D de modul 1 E 1

Se dă ecuația: $X^n = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix},\ \ n \in \mathbb{N}^*,\ \ X \in M_2(\mathbb{R})$.

177 Determinantul matricei $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

178 Câte soluții are ecuația pentru n impar?

A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

179 Câte soluții are ecuația pentru n par?

A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

180 Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul $x + y + z = 0,\ x + 2y + az = 0,\ x + 4y + a^2 z = 0$ are soluție nebanală, este:

A $\mathbb{R}$ B $\mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$ C $\{1, 3\}$ D $\{1, 2\}$ E $\{2, 3\}$

181 Dacă $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $n \in \mathbb{N}^*$, atunci:

A $A^n = (a^2 + bc)I_2$ B $A^n = (a^2 + bc)^n I_2$ C $A^{2n} = (a^2 + bc)^n I_2$
D $A^{2n+1} = (a^2 + bc)^n I_2$ E $A^{2n} = (a^2 + bc)^n A$

182

Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care sistemul de ecuații

$$\begin{cases} ax+y+z &= 0\\ x+ay+z &= 0\\ x+y+az &= 0\\ x^2+y^2+z^2 &= 1 \end{cases}$$

este compatibil este:

A $\mathbb{R}$ B $\emptyset$ C $\{-2,1\}$ D $\mathbb{R}\setminus\{-2,1\}$ E $\{-2\}$

183

Matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$ verifică relația $A^3=pA^2+qA$ pentru:

A $p=-2,\ q=3$ B $p=-2,\ q=2$ C $p=3,\ q=-2$ D $p=-3, q=2$
E $p=1,\ q=1$

184

Mulțimea valorilor reale ale lui m, pentru care sistemul

$$\begin{cases} mx+y+z &= 1\\ x+2my+z &= 1\\ x+y+z &= 0 \end{cases}$$

este compatibil determinat și soluția (x,y,z) verifică relația $x+y\geq z$, este:

A $(-\infty,1]$ B $[-1,\infty)$ C $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right]\cup(1,\infty)$ D $(0,1)$ E $(-1,1)$

185

Mulțimea valorilor lui $x\in\mathbb{R}$, pentru care determinantul

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & x & -1 & 2\\ 1 & x^3 & -1 & 8\\ 1 & x^2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

este nul, este:

A $\{-1,1,2\}$ B $\mathbb{R}\setminus\{-1,1,-2\}$ C $\{-1,1,-2\}$ D $\emptyset$ E $\{1\}$

186

Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție: $x*y=xy-ax+by$. Numerele $a,b\in\mathbb{R}$ pentru care $(\mathbb{R},*)$ este monoid sunt:

A $a=b\neq 0$ B $a=0,\ b=1$ C $a=b=0$ sau $a=-1,\ b=1$ D $a=-1,\ b=0$
E nu există astfel de numere

187

Fie grupurile $(\mathbb{C}^*,\cdot)$ și $(\mathbb{R}^*,\cdot)$. Să se determine $a\in\mathbb{R}^*$ și $b\in\mathbb{R}$ astfel ca funcția $f:\mathbb{C}^*\to\mathbb{R}^*$, $f(z)=a|z|+b$, să fie morfism de grupuri.

A $a=2,\ b=1$ B $a=-1,\ b=1$ C $a=1,\ b=0$ D $a=-2,\ b=3$ E $a=0,\ b=5$

188

Mulțimea elementelor inversabile ale monoidului $(\mathbb{Z}[i], \cdot)$ este:

A $\{-2, 2\}$ B $\{-1, 1, -i, i\}$ C $\{1 - i,\ 1 + i\}$ D $\{1, i, 2i, -2\}$ E $\emptyset$

189

Fie $m \in \mathbb{Z}$ și operația $*$ definită prin $x * y = xy + mx + my + a$. Valoarea lui a pentru care operația $*$ definește o structură de monoid pe $\mathbb{Z}$ este:

A $1 - m$ B m^2 C $m - 1$ D 0 E $m^2 - m$

190

Legea de compoziție $x * y = \sqrt[n]{x^n + y^n}$, determină pe $\mathbb{R}$ o structură de grup, dacă și numai dacă:

A $n = 1$ B $n = 3$ C $n = 2k,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 2k + 1,\ k \in \mathbb{N}^*$ E $n \geq 2,\ n \in \mathbb{N}$

191

In monoidul $(\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}), \cdot)$ mulțimea elementelor inversabile este:

A $\{A \mid \det A \neq 0\}$ B $\{A \mid \det A = 1\}$ C $\{-I_2, I_2\}$
D $\{A \mid \det A^2 = 0\}$ E $\{A \mid \det A \in \{-1, 1\}\}$

192

Să se determine grupul $(G, *)$, știind că funcția

$$f : (0, \infty) \to G, \quad f(x) = x + 1,$$

este un izomorfism al grupurilor $((0, \infty), \cdot)$ și $(G, *)$.

A $G = (0, \infty)$ și $x * y = xy$ B $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy$
C $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy - x - y + 2$ D $G = \mathbb{R}$ și $x * y = x + y$
E $G = (1, \infty)$ și $x * y = x + y - 1$

193

Se consideră grupurile $G = (\mathbb{R}, +)$ și $H = (\mathbb{R}, *)$, unde $x * y = x + y + 1$. Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = ax + b$ este izomorfism de la G la H, dacă și numai dacă:

A $a = b = 1$ B $a = -1,\ b = 1$ C $a \neq 0,\ b = -1$ D $a = 1,\ b \neq 0$
E $a = 1$, și $b = 0$

Fie monoidul $(M,\cdot)$ unde $M=\{A_a \mid a\in\mathbb{R}\}$ cu $A_a=\begin{pmatrix} a & 0 & a\\ 0 & 0 & 0\\ a & 0 & a\end{pmatrix}$.

194 Matricea $A_1\cdot A_1$ este:

A A_1 B A_2 C A_3 D A_4 E A_{-1}

195 Elementul unitate este:

A I_3 B A_1 C A_0 D $A_{\frac{1}{2}}$ E A_{-1}

196 Inversul elementului A_1 este:

A $A_{\frac{1}{4}}$ B A_4 C $A_{\frac{1}{2}}$ D A_2 E A_{-1}

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție $x*y=ax+by+c,\ a\neq 0, b\neq 0$.

197 $*$ este asociativă dacă și numai dacă

A $a=b, c=0$ B $a=b=1, c\in\mathbb{R}$ C $a=b=c=2$ D $a=b=-1, c=2$ E alt răspuns

198 $*$ este asociativă și admite element neutru dacă și numai dacă

A $a=b=1, c=0$ B $a=b=1, c\in\mathbb{R}$ C $a=b=c=2$ D $a=b=2, c=0$ E alt răspuns

199 $(\mathbb{R},*)$ este grup dacă și numai dacă

A $a=b=1, c=0$ B $a=b=1, c\in\mathbb{R}$ C $a=b=c=2$ D $a=b=2, c=0$ E alt răspuns

200 Funcția $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z},\ f(x)=ax$ este automorfism al grupului $(\mathbb{Z},+)$ dacă și numai dacă:

A $a=1,$ B $a=-1$ C $a\in\{-1,1\}$ D $a\in\mathbb{Z}^*$ E $a\in\{0,1\}$

201 Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+1}$, $a,b\in\mathbb{R}$. Mulțimea perechilor $(a,b)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ pentru care imaginea funcției f este $\operatorname{Im} f=[-3,1]$ este:

A $\{(0,0)\}$ B $\{(1,-\sqrt{2})\}$ C $\{(2\sqrt{3},-2),(-2\sqrt{3},-2)\}$ D $\{(\frac{1}{2},\sqrt{2}),(-\frac{1}{2},\sqrt{2})\}$ E $\{(0,1),(1,0)\}$

202 Imaginea funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{x^2+ax+1}{x^2+x+1}$, $a\in\mathbb{R}$, este inclusă în intervalul $[0,2]$, dacă:

A $a\geq 3$ B $a\leq -2$ C $a\in[-1,0)$ D $a\in[0,2]$ E $a\in(-2,-1)$

203

Mulțimea valorilor lui x, pentru care este definit radicalul $\sqrt[6-x^2]{x}$, conține:

A 5 elemente B 7 elemente C un interval D 4 elemente E nici un element

204

Mulțimea numerelor complexe z care verifică ecuația $z^2 - 2|z| + 1 = 0$ este:

A $\{-1, 1\}$ B $\{1-i,\ i+1\}$ C $\{-1, 1,\ (\sqrt{2}-1)i,\ (1-\sqrt{2})i\}$
D $\{-1,\ 1,\ 1-i\}$ E $\emptyset$

205

Se consideră ecuația $ax^2 + bx + c = 0$, unde a, b, c sunt numere întregi impare. Care din următoarele afirmații este adevărată?

A ecuația are o rădăcină pară B ecuația are o rădăcină impară
C ecuația are două rădăcini pare D ecuația nu are rădăcini întregi
E ecuația are două rădăcini impare

206

Ecuația $\sqrt{mx^2 + x + 1} + \sqrt{mx^2 - x + 1} = x$ are soluții reale dacă și numai dacă:

A $m = 0$ B $m = 1$ C $m = \frac{1}{2}$ D $m = \frac{1}{4}$ E $m > 0$

207

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația

$$x^4 + 4x^3 + ax^2 + 4x + 1 = 0$$

are toate rădăcinile reale este:

A $(-\infty, -10]$ B $(-\infty, -10] \cup \{6\}$ C $[4, \infty)$ D $\{0\}$ E $\emptyset$

208

Soluțiile ecuației $1 - 3^{x-1} + 2^{\frac{x}{2}} - 2^{\frac{x}{2}} 3^{\frac{x-1}{2}} = 0$ aparțin mulțimii:

A $[-3, 0]$ B $[0, 2]$ C $\{0; -2\}$ D $[3, \infty)$ E $\{\frac{1}{2}\}$

209

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\log_a\left(x^2 + 4\right) \geq 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$, este:

A $(1, 2]$ B $[-2, 0)$ C $(0, 4]$ D $[2, 3]$ E $(1, 3)$

210

Soluția x a ecuației $\log_x(x+1) + \log_{x^3}(x^3+1) = 2\log_{x^2}(x^2+1)$ verifică:

A $x \in [0, 1)$ B $x \in \emptyset$ C $x \in (2, 3)$ D $x \in (3, 4)$ E $x \in (1, 2)$

211

Cel mai mare termen al dezvoltării binomului $\left(1 + \sqrt{2}\right)^{100}$ este:

A T_{57} B T_{58} C T_{59} D T_{60} E T_{61}

212 Fie m, n, p numere naturale nenule, $m \neq n$. Dacă într-o progresie aritmetică avem $a_n = m$, și $a_m = n$, atunci a_p este egal cu:

A $m+n-p$ B $p-m-n$ C $m+n-2p$ D $2p-m-n$ E $m+n+p$

Fie polinomul $P(x) = x^3 - x^2 - x + a$, unde a este un parametru real.

213 Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină dublă întreagă este:

A $a=1$ B $a=-1$ C $a=2$ D $a=\frac{1}{2}$ E $a=-\frac{3}{2}$

214 Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină triplă întreagă este:

A $a=1$ B nu există un astfel de a C $a=-1$ D $a=2$ E $a=-2$

Fie $x_n = (2+\sqrt{3})^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

215 Câte perechi $(a_n, b_n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ cu proprietatea $x_n = a_n + b_n\sqrt{3}$ există pentru n fixat?

A 0 B 1 C 2 D 3 E o infinitate

216 Valoarea lui $a_n^2 - 3b_n^2$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E $\sqrt{3}$

217 Câte soluții are ecuația $x^2 = 3y^2 + 1$ în $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$?

A 1 B 3 C 5 D 6 E o infinitate

218 Fie x_1, x_2, x_3, x_4 și x_5 rădăcinile ecuației $x^5 + x^4 + 1 = 0$.
Valoarea sumei $\displaystyle\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{x_i^4}$ este:

A -4 B -3 C -2 D -1 E 0

Ecuația $x^4 - 8x^3 + ax^2 - bx + 16 = 0$ are toate rădăcinile pozitive, $a,\ b \in \mathbb{R}$.

219 Media aritmetică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

A 1 B 2 C 0 D 4 E 8

220 Media geometrică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

A 2 B 1 C 4 D 0 E 16

221 Valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația are toate rădăcinile reale și pozitive sunt:

A $a = 1, b = 0$ B $a = 24, b = 32$ C $a = 24, b = 1$ D $a = 32, b = 24$ E $a = 1, b = 32$

222 Fie $\alpha \in \mathbb{C}$ astfel ca $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ o matrice, $A \neq O_2$, astfel încât

$$\det(I_2 - A) \cdot \det(\alpha I_2 - A) = \alpha^2.$$

Valoarea lui $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2)$ este:

A -1 B 0 C 2 D α E 1

223 Dacă $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $A \neq O_2$ și există $n \geq 6$ astfel ca $A^n = O_2$, atunci valoarea minimă a lui $p \in \mathbb{N}^*$ pentru care $A^p = O_2$ este:

A 2 B 3 C 4 D 5 E 6

224 Mulțimea $G = \{z \in \mathbb{C} \mid az^n = b\}$, $a \in \mathbb{C}^*$, $b \in \mathbb{C}$, este un subgrup al grupului $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ dacă:

A $b = 0$ B $a = b$ C $\mid a \mid = \mid b \mid$ D $a = -b$ E $a^n = b$

225 Câte elemente inversabile are monoidul $\left(\mathbb{Z}\left[\sqrt{2}\right], \cdot\right)$?

A 0 B 1 C 2 D 4 E o infinitate

226 Funcția $f(x, y) = \dfrac{ax + by}{1 + xy}$, $a, b \in \mathbb{R}$, este o lege de compoziție pe intervalul $(-1, 1)$ dacă:

A $a = b = 2$ B $a + b \in (-1, 1)$ C $a \in (-1, 1)$ și $b \in (-1, 1)$ D $a = b \in [-1, 1]$ E $a + b = 1$

227 Fie $x * y = \dfrac{x + y}{1 + xy}$, $x, y \in (-1, 1)$. Numărul $\dfrac{1}{2} * \dfrac{1}{3} * \cdots * \dfrac{1}{1000}$ este:

A $\frac{500499}{500502}$ B $\frac{500499}{500501}$ C $\frac{500500}{500501}$ D $\frac{500501}{500502}$ E $\frac{500400}{500501}$

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

228 au 4 elemente, îl conțin pe 2 și nu îl conțin pe 3:

A C_6^3 B C_7^3 C C_8^3 D C_6^4 E alt răspuns

229 cel mai mic element al fiecărei submulțimi este 1:

A C_6^3 B C_7^3 C C_8^3 D $2^8 - 1$ E alt răspuns

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$. În câte moduri se poate scrie A ca reuniune a două mulțimi disjuncte și:

230 nevide?

A $2^8 - 1$ B C_8^2 C $2^7 - 1$ D $\left(C_8^2\right)^2$ E $2^8 - 2$

231 având număr egal de elemente?

A C_7^3 B C_8^4 C $\left(C_8^4\right)^2$ D 2^4 E 2^5

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

232 nu conțin numere pare:

A 15 B 16 C 32 D 127 E 128

233 conțin cel puțin un număr impar:

A 127 B 128 C 129 D 240 E 255

234 conțin atât numere pare cât și impare:

A 225 B 235 C 245 D 255 E alt răspuns

Un număr de 8 bile numerotate de la 1 la 8 se distribuie în 4 cutii etichetate A, B, C, D. În câte moduri se poate face distribuirea dacă se admit cutii goale și:

235 se distribuie toate bilele?

A 2^{12} B 2^{15} C 2^{16} D 5^8 E C_8^4

236 nu este obligatoriu să se distribuie toate bilele?

A 2^{12} B 2^{15} C 2^{16} D 5^8 E C_8^4

Se consideră un zar obișnuit (un cub cu fețele numerotate de la 1 la 6) cu care se aruncă de două ori.

237 Probabilitatea de a obține aceeași valoare în ambele aruncări este:

A $\frac{1}{6}$ B $\frac{1}{36}$ C $\frac{1}{21}$ D $\frac{2}{7}$ E $\frac{5}{36}$

238 Probabilitatea ca valoarea de la a doua aruncare să fie mai mare decât cea de la prima aruncare este:

A $\frac{5}{6}$ B $\frac{5}{12}$ C $\frac{5}{18}$ D $\frac{5}{36}$ E $\frac{5}{72}$

239 Dacă știm că la a doua aruncare s-a obținut un număr mai mare decât cel de la prima aruncare, atunci probabilitatea ca la prima aruncare să fi obținut 3 este:

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{5}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{1}{12}$

***

2

Analiză matematică

240

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2}\right)$ este:

A $\frac{1}{2}$ B 4 C 1 D ∞ E 0

241

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\sin\frac{x}{2^n}\right)^{2^n}$ este:

A e B $\frac{2}{x}$ C e^x D e^{-x} E $\frac{1}{e}$

242

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n}{\ln n}(\sqrt[n]{n}-1)$ este:

A 1 B e C ∞ D 0 E $\frac{1}{e}$

243

Limita șirului $\left\{\sqrt{n^2+n+1}\right\}$, $n=1,2,\ldots,$ unde $\{x\}$ este partea fracționară a numărului real x, este:

A 0 B $\frac{1}{2}$ C 1 D nu există E $\frac{1}{3}$

244

Se dă șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n\geq 0}$ prin relațiile:
$a_0=2$; $a_1=16$; $a_{n+1}^2=a_na_{n-1}$, $\forall n\geq 1$. Limita șirului $(a_n)_{n\geq 0}$ este:

A 1 B 2 C 4 D 8 E ∞

245

Fie $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ un număr fixat. Se consideră șirurile $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ definite prin
$x_{n+1} = a^{\frac{1}{(n+1)!}} \cdot x_n^{\frac{1}{n+1}}, \quad n \geq 1,\ x_1 = 1, \qquad b_n = \prod_{k=1}^{n} x_k.$

Limita $\lim\limits_{n\to\infty} b_n$ este:

A $\sqrt{a}$ B a C a^2 D ∞ E 0

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n + \dfrac{2}{x_n}$, $x_0 = 1$.

246 Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

247 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{\sqrt{n}}$ este egală cu:

A 1 B 2 C 3 D π E ∞

248

Valoarea limitei $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n+(-1)^n}{3n-(-1)^n}$ este:

A 3 B 0 C ∞ D 1 E nu există, conform teoremei Stolz-Cesaro

249

$\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{n^3+2n^2+1} - \sqrt[3]{n^3-1}$ este:

A 0 B $\frac{1}{2}$ C $\frac{2}{3}$ D 1 E $\frac{4}{3}$

250

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^2-3n+1}{n^2+1}\right)^{\frac{n^2+n+1}{n+1}}$ este:

A e^6 B e^{-1} C e^{-3} D e^{-2} E e^9

251

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\ln(1+e^{2n})}{\ln(1+e^{3n})}$ este:

A 1 B $\frac{1}{3}$ C 2 D $\frac{2}{3}$ E $\ln 2$

252

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^2+1}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n^2+1}}$ este:

A 0 B 1 C 2 D e E ∞

253

Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1-2+3-4+5-\cdots-2n}{3n+1}$ este:

A $\frac{1}{3}$ B -2 C ∞ D $\frac{2}{3}$ E $-\frac{1}{3}$

254

$\lim\limits_{n\to\infty} \prod\limits_{k=1}^{n} \dfrac{(k+1)^2}{k(k+2)}$ este:

A 5 B 4 C 1 D 2 E 3

255

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}}$ este:

A 1 B $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ C $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$ D ∞ E nu există

256

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})}$ este:

A $-\frac{1}{3}$ B $-\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{1}{2}$

257

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$ este:

A 0 B $\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{3}$ D 1 E $\frac{4}{3}$

258

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{a_k a_{k+1}}$, unde (a_k), $k \in \mathbb{N}^*$, $a_1 > 0$, formează o progresie aritmetică cu rația $r > 0$, este:

A ∞ B $\frac{1}{a_1 r}$ C 1 D a_1 E 0

259

Fie $S_n = \sum\limits_{k=2}^{n} \dfrac{k^2-2}{k!}$, $n \geq 2$. Alegeți afirmația corectă:

A $S_n < 3$ B $S_n > 3$ C $S_n = e$ D $S_n < 0$ E $S_n = e - \dfrac{1}{2}$

260

Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și fie $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} k! \cdot (k^2+1)$. Atunci S_n este:

A $(n+1)! \cdot n$ B $2 \cdot n! \cdot n$ C $(n+1)!$ D $(n+1)! - n! + 1$ E $(n+1)! + n! - 1$

261

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{4k^2-1}$ este:

A $\frac{1}{4}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D -1 E nu există

262

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{6}{k(k+1)(k+3)}$ este:

A $\frac{2}{3}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{7}{6}$ D 1 E $\frac{3}{2}$

263

Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$, $x_n = \cos\left(\pi\sqrt{4n^2+n+1}\right)$, este:

A $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D nu există E 1.

Se consideră șirul $(a_n)_{n\geq 1}$, unde $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \dfrac{n^2-1}{a_n} + 2$, $n \geq 1$.

264

a_2 este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

265

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{n}$ este:

A 1 B 0 C ∞ D 2 E 3

266

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^n}{e^n n!}$ este:

A 0 B 1 C e D $\sqrt{e}$ E ∞

267

Fie $p \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$, $q > 0$. Se cere valoarea limitei:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{qn+1}{qn} \, \frac{qn+p+1}{qn+p} \cdots \frac{qn+np+1}{qn+np}.$$

A $\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ B $\sqrt[p]{\frac{p+q}{q}}$ C $\sqrt[p]{\frac{q}{p+q}}$ D $p\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ E $p^2\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

268

Fie x_0 un întreg pozitiv. Se definește șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ prin

$$x_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este par,} \\ \dfrac{1+x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este impar,} \qquad n = 0, 1, \ldots \end{cases}$$

Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C ∞ D e E Nu există pentru unele valori ale lui x_0

269

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} + \cdots + \sqrt[n]{a} - n}{\ln n}$, $a > 0$, este:

A 0 B $\ln a$ C ∞ D e E a

270 $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2^k}+\frac{1}{3^k}\right)$ este:

A 1 B $\frac{7}{2}$ C $\frac{8}{3}$ D $\frac{3}{2}$ E 0

271 $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=0}^{n}\frac{C_n^k}{(2n)^k}$ este:

A 0 B 1 C $e^{\frac{1}{2}}$ D e^2 E ∞

272 Fie $p_n=\prod\limits_{k=1}^{n}\cos(2^{k-1}x)$, $x\neq k\pi$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty}p_n$ este:

A 1 B $\frac{\cos x}{x}$ C 0 D $\frac{\sin x}{x}$ E nu există

273 $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=0}^{n}\frac{C_n^k}{n2^n+k}$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D 2 E ∞

274 $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=0}^{n}\frac{kC_n^k}{n2^n+k}$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D 2 E ∞

275 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{\cos n\pi}{n}\right)^n$ este:

A ∞ B 0 C 1 D e E nu există

276 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+x^n(x^2+4)}{x(x^n+1)}$, $x>0$ este:

A $\frac{1}{x}$ B ∞ C x D $\frac{x^2+4}{x}$ E alt răspuns

277 $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\arcsin\frac{k}{n^2}$ este:

A 0 B 1 C ∞ D $\frac{1}{2}$ E 2π

278

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 2}$, $x_n = \sqrt[n]{1+\sum_{k=2}^{n}(k-1)(k-1)!}$.

Limita $\lim_{n\to\infty} \frac{x_n}{n}$ este:

A ∞ B $\frac{1}{e}$ C 0 D 1 E e

279

Fie $x \in \mathbb{R}$. Notăm cu $\lfloor x \rfloor$ partea întreagă a numărului real x. Limita șirului

$$x_n = \frac{\lfloor x \rfloor + \lfloor 3^2 x \rfloor + \cdots + \lfloor (2n-1)^2 x \rfloor}{n^3}, \quad n \geq 1,$$

este:

A $\frac{x}{2}$ B 1 C 0 D $\frac{3x}{4}$ E $\frac{4x}{3}$

280

$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln\left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \cdots + a^{\frac{n}{n}}\right)$, unde $a \in (1,\infty)$, este:

A $1-\ln a$ B $1+\ln a$ C $2+\ln a$ D $-\ln a$ E $\ln a$

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = e^{x_n} - 1$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

281 Numărul valorilor lui x_0 pentru care șirul este constant este:

A 0 B 1 C 2 D 5 E 10

282 Șirul este crescător dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $(-\infty, 0)$ B $[0, \infty)$ C $(-\infty, 0]$ D $(0, \infty)$ E $\mathbb{R}$

283 Dacă $x_0 > 0$, $\lim_{n\to\infty} x_n$ este:

A ∞ B 0 C nu există D 1 E $2e$

284 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\emptyset$ B $\{0\}$ C $(-\infty, 0]$ D $(-\infty, 0)$ E $(0, \infty)$

285 Pentru $x_0 = -1$, $\lim_{n\to\infty} n x_n$ este:

A -2 B -1 C 0 D 1 E nu există

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 1}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1, \quad x_1 \in \mathbb{R}$.

286 Dacă $x_{100} = 1$, atunci x_2 este:

A 1 B 0 C -1 D 2 E $\frac{1}{2}$

287 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_1 aparține mulțimii:

A $[0,1]$ B $(0,1)$ C $\{0,1\}$ D $\{1\}$ E $[-1,1]$

288 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_1 x_2 \cdots x_n}{x_{n+1}}$ este:

A 0 B 1 C 2 D $+\infty$ E nu există

289 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}\right)$ este:

A 1 B 2 C $\sqrt{2}$ D e E $+\infty$

290 Șirul $(x_n)_{n\geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = 2^{\frac{x_n}{2}}, \quad x_0 \in \mathbb{R}$, are limita 2, dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\{2\}$ B $[-2,2]$ C $(-\infty, 2]$ D $[2,4)$ E alt răspuns

Valorile limitelor următoare sunt:

291 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{2}$

A 1 B 0 C $\dfrac{1}{2}$ D 2 E ∞

292 $\lim\limits_{n\to\infty} (2 - \sqrt[n]{2})^n$

A $\dfrac{1}{2}$ B 0 C 1 D 2 E ∞

293 $\lim\limits_{n\to\infty} (2-\sqrt{2})(2-\sqrt[3]{2})\cdots(2-\sqrt[n]{2})$

A 0 B 1 C 2 D $\sqrt{2}$ E e

294 Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ un șir de numere reale, astfel ca șirul

$$1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - a_n \ln n,$$

$n \geq 1$, să fie mărginit. Limita șirului $(a_n)_{n\geq 1}$ este:

A e B 0 C ∞ D 1 E $\frac{1}{e}$

295

Fie $a \in \mathbb{R}$ astfel încât șirul $(x_n)_{n\geq 1}$,

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1}\right) - a\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right),$$

să fie mărginit. Limita lui este:

A 0 B $\ln 2$ C 2 D $-\ln 2$ E $\dfrac{1}{2}$

296

Fie $\gamma = \lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n\right)$ constanta lui Euler.
Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n}\left(\mathrm{e}^{1+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n-1}} - 2\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n}}\right)$ este:

A $-\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{\frac{\gamma}{2}}$ B e^{γ} C $-\frac{\gamma}{2}$ D $-\frac{\gamma}{4}$ E $\mathrm{e}^{\frac{\gamma}{2}}$

297

Limita șirului $\sqrt[n]{\left(\sqrt{2}\right)^n + \left(\sqrt[3]{3}\right)^n + \cdots + \left(\sqrt[n]{n}\right)^n}$, $n = 2, 3, \ldots,$ este:

A 1 B $\sqrt{2}$ C $\sqrt[3]{3}$ D $\sqrt[5]{5}$ E $\mathrm{e}^{1/\mathrm{e}}$

298

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 3}{3} + \cdots + \frac{\ln n}{n}}{\ln^2 n}$ este:

A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 2 E nu există

299

Șirul $a_n = 1^9 + 2^9 + \cdots + n^9 - a\, n^{10}$, $a \in \mathbb{R}$, este convergent dacă:

A $a = 9$ B $a = 10$ C $a = 1/9$ D $a = 1/10$
E nu există un astfel de a

300

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 1}$, $x_n = ac + (a + ab)c^2 + \cdots + (a + ab + \cdots + ab^n)c^{n+1}$.
Atunci, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{R}$ cu proprietățile $|c| < 1$, $b \neq 1$ și $|bc| < 1$, avem:

A (x_n) nu este convergent B $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$ C $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 1$
D $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{a+bc}{(1-ab)c}$ E $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{ac}{(1-bc)(1-c)}$

301

Pentru numărul natural $n \geq 1$, notăm cu x_n cel mai mare număr natural p pentru care este adevărată inegalitatea $3^p \leq 2008 \cdot 2^n$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{n}$ este:

A 0 B 1 C $\log_3 2$ D 2008 E Limita nu există

Fie $0 < b < a$ și $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ unde $x_0 = 1$, $x_1 = a + b$,

$$x_{n+2} = (a+b)x_{n+1} - ab\, x_n, \quad n \in \mathbb{N}.$$

302 Dacă $0 < b < a$ și $l = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$ atunci

A $l = a$ **B** $l = b$ **C** $l = \frac{a}{b}$ **D** $l = \frac{b}{a}$ **E** nu se poate calcula

303 Dacă $0 < b < a < 1$ și $L = \lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} x_k$ atunci:

A $L = 1$ **B** $L = \frac{1}{(1-a)(1-b)}$ **C** $L = \frac{2-a-b}{(1-a)(1-b)}$ **D** $L = \frac{a+b}{(1-a)(1-b)}$ **E** $L = \frac{a+b-1}{(1-a)(1-b)}$

304 Mulțimea tuturor valorilor lui a pentru care șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin recurența $x_0 = a$, $x_{n+1} = x_n^2 - 4x_n + 6$, este convergent este:

A $\{1\}$ **B** $[-1, 2]$ **C** $\{0\}$ **D** $(0, 1)$ **E** $[1, 3]$

305 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{(p+n)!}{n!n^p}\right)^n$, $p \in \mathbb{N}$ este:

A ∞ **B** 0 **C** e **D** $e^{1/6}$ **E** $e^{\frac{p(p+1)}{2}}$

306 Câte șiruri convergente de numere reale $(x_n)_{n\geq 1}$ verifică relația

$$\sum_{k=1}^{10} x_{n+k}^2 = 10,$$

pentru orice $n \in \mathbb{N}$?

A 1 **B** 10 **C** 0 **D** o infinitate **E** 2

307 Șirul $(x_n)_{n\geq 1}$, $x_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$ are limita $\frac{\pi^2}{6}$. Să se calculeze limita șirului $(y_n)_{n\geq 1}$, $y_n = 1 + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)^2}$.

A $\frac{\pi^2}{8}$ **B** $\frac{\pi^2}{3}$ **C** $\frac{\pi^2}{16}$ **D** $\frac{\pi}{3}$ **E** $\frac{\pi^2}{12}$

308 Fie x_n soluția ecuației $\operatorname{tg} x = x$ din intervalul $\left(n\pi, n\pi + \frac{\pi}{2}\right)$, $n \in \mathbb{N}$. Valoarea limitei

$$\lim_{n\to\infty} n\left(n\pi + \frac{\pi}{2} - x_n\right)$$

este:

A 1 **B** 0 **C** $\dfrac{1}{\pi}$ **D** $\dfrac{\pi}{2}$ **E** $\dfrac{\pi}{4}$

309 Mulțimea valorilor funcției $f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ \ f(x)=x^{\frac{1}{x}}$ este:

A $\left[-1,e^{\frac{1}{e}}\right]$ B $\mathbb{R}$ C $[0,1]$ D $\left(0,\frac{1}{e}\right)\cup[1,e]$ E $\left(0,e^{\frac{1}{e}}\right]$

310 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^x-x^{x^2}}{(1-x)^2}$ este:

A e B -1 C 1 D $-e$ E 0

311 $\lim\limits_{x\to +0}\left((1+x)^x-1\right)^x$ este:

A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

312 $$\lim_{x\to 0}\frac{x-\overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{x^3}$$

A 0 B $n/2$ C $n/3$ D $n/4$ E alt răspuns

313 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+ax)^{\frac{1}{x}}-(1+x)^{\frac{a}{x}}}{x},\quad a\in\mathbb{R}.$

A $\frac{a(1-a)}{2}$ B $a(1-a)$ C 0 D $a\,e$ E $\frac{a(1-a)}{2}e^a$

314 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\arcsin(\sin x)}{x}$

A 0 B 1 C ∞ D $-\infty$ E nu există

315 $\lim\limits_{x\to 0}x\left\lfloor\dfrac{1}{x}\right\rfloor$ este:

A 0 B ∞ C nu există D -1 E 1

316 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin\left(ax^2+bx+c\right)}{x^2-1}$, unde $a,b,c\in\mathbb{R}$ astfel încât $a+b+c=\pi$, este:

A $a+b$ B $\pi-a-b$ C $2a+b$ D $-\frac{2a+b}{2}$ E $2(a+b)$

317 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$ este:

A 0 B 1 C nu există D $\frac{1}{2}$ E ∞

318

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{\sqrt[3]{x+8}-2}$$

A 3 B $\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{3}$ D nu există E 0

319

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sum\limits_{k=1}^{m}\operatorname{arctg} k^2x}{\sum\limits_{k=1}^{m}\ln(1+k^3x)}$$

A $\frac{m(m+1)}{m+2}$ B $\frac{2}{3}\frac{2m+1}{m(m+1)}$ C $\frac{(m+1)(2m+1)}{2m^2}$ D 0 E $\frac{\pi}{2e}$

320

$$\lim_{x\to 0}\frac{a_1^x a_2^{2x}\cdots a_n^{nx}-1}{x},\quad a_1,a_2,\ldots,a_n>0,\quad \text{este:}$$

A $\ln(a_1a_2\cdots a_n)$ B $\ln a_1+\ln a_2+\cdots+\ln a_n$ C $\ln(a_1a_2^2\cdots a_n^n)$ D $e^{a_1+2a_2+\cdots+na_n}$
E $e^{a_1+a_2+\cdots+a_n}$

321

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(2x+\sqrt{x^2-1}\right)^n+\left(2x-\sqrt{x^2-1}\right)^n}{x^n}$$

A 2^n B 2^n-3^n C 1 D 3^n+1 E 0

322

$$\lim_{x\to\infty}\left(x-x^2\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right)$$

A ∞ B $-\infty$ C 0 D 1 E $\frac{1}{2}$

323

$$\lim_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2+x+1}\right)$$

A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D $-\frac{1}{2}$ E 1

324

$$\lim_{x\to 0} xe^{-\frac{1}{x}}$$

A 0 B e C $-\infty$ D nu există E 1

325

$$\lim_{x\to\infty}\left(x\left(1+\frac{1}{x}\right)^x-ex\right)$$

A $-\frac{e}{2}$ B e C 0 D ∞ E $2e$

326

$$\lim_{x\to 2}(5-2x)^{\operatorname{tg}\frac{\pi x}{4}}\quad \text{este:}$$

A $\mathrm{e}^{\frac{2}{\pi}}$ B $\mathrm{e}^{\frac{\pi}{4}}$ C $\mathrm{e}^{\frac{4}{\pi}}$ D $\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}}$ E $\mathrm{e}^{\frac{8}{\pi}}$

Valoarea limitelor:

327 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x^n - \sin^n x}{x^{n+2}}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;

A ∞ B 0 C $-\frac{n}{6}$ D $\frac{n}{6}$ E 1

328 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{e^x - 1}\right)$.

A e B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{e}{2}$ D $-\dfrac{1}{2}$ E 0

329 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg}(\sin x) - x}{x^3}$

A $1/3$ B $1/6$ C ∞ D -1 E $\pi/2$

330 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{a^x + b^x + c^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}$, $a, b, c > 0$,

A $\sqrt[3]{abc}$ B nu există C $\ln abc$ D $\frac{a+b+c}{3}$ E 1

331 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}\right)^{\frac{1}{x}}$

A 1 B 0 C e D $\sqrt{e}$ E $\frac{1}{\sqrt{e}}$

332 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

A 1 B e^2 C $e^{\frac{3}{2}}$ D $e^{\frac{1}{2}}$ E e^3

333 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$

A $\sqrt[3]{2}$ B $\sqrt[3]{e}$ C e D e^{-1} E $e^{\frac{3}{2}}$

334 $\lim\limits_{x\to \infty} \left(x - \sqrt{x^2 + x + 1}\, \dfrac{\ln(e^x + x)}{x}\right)$ este:

A 0 B 1 C -1 D $-\frac{1}{2}$ E ∞

335 $\lim\limits_{x\to 0} (a^x + x)^{\frac{1}{\sin x}}$, $a > 0$, este:

A ae B $e^{\ln a}$ C a D 1 E e^a

336

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \left(x^2\right)^{\frac{1}{\ln x}}$

A 0 B e^2 C 1 D 2 E nu există

337

$\lim\limits_{n\to\infty} n^2 \cdot \left(e^{\frac{1}{n+1}} - e^{\frac{1}{n}}\right)$:

A -1 B 1 C $-\infty$ D Limita nu există E e

338

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\lim\limits_{x\to 0} \left(1 + \mathrm{tg}^2(x) + \mathrm{tg}^2(2x) + \cdots + \mathrm{tg}^2(nx)\right)^{\frac{1}{n^3 x^2}}\right)$ este:

A $e^{\frac{1}{3}}$ B e^3 C $\frac{1}{e}$ D 1 E ∞

339

Dacă $|a| > 1$, atunci limita $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{1+a^n}$ are valoarea:

A 0 B 1 C 2 D ∞ E limita nu există, pentru $a < -1$

340

Pentru ce valori ale parametrilor reali a și b avem
$\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+x+1} + \sqrt{x^2+2x+2} - ax - b\right) = 0$?

A $a = b = 1$ B $a = b = -1$ C $a = 2,\ b = 1$ D $a = 1,\ b = 2$ E $a = 2,\ b = \frac{3}{2}$

Se consideră funcția $f\colon D \to \mathbb{R}$, $\quad f(x) = \arcsin\left(x - \sqrt{1-x^2}\right)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

341 Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției este:

A $[-1,1]$ B $(-1,1)$ C $(0,1)$ D $[0,1]$ E alt răspuns

342 Mulțimea punctelor de derivabilitate ale funcției este:

A $[-1,1]$ B $[0,1]$ C $[0,1)$ D $(0,1)$ E alt răspuns

343 Mulțimea punctelor în care funcția are derivată este:

A $[-1,1]$ B $[0,1]$ C $[0,1)$ D $(0,1]$ E alt răspuns

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcție continuă. Ce concluzie se poate trage asupra funcției f dacă:

344 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ și $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

A f este strict crescătoare
B f este injectivă
C f este surjectivă
D f este inversabilă
E f nu este injectivă

345 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

A f este descrescătoare
B f este injectivă
C f este surjectivă
D f este inversabilă
E f nu este injectivă

346 f este injectivă.

A f este surjectivă
B f este strict monotonă
C f are cel puțin două zerouri
D f este inversabilă
E f este o funcție impară

347 $\lim_{x\to\infty} \dfrac{(e^x + x)^{n+1} - e^{(n+1)x}}{xe^{nx}}$, $n > 0$, este:

A 1
B $n + 1$
C 0
D ∞
E e

348 Funcția f definită prin $f(x) = \lim_{n\to\infty} \dfrac{x^2 e^{nx} + x}{e^{nx} + 1}$

A este definită numai pentru $x \leq 0$
B este definită și continuă pe $\mathbb{R}$
C este definită și derivabilă pe $\mathbb{R}$
D este definită pe $\mathbb{R}$ dar nu este continuă pe $\mathbb{R}$
E este definită numai pentru $x = 0$

349 Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \lim_{n\to\infty} \dfrac{x^n + x}{x^{2n} + 1}$.
Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate?

A f nu e bine definită pe $(-\infty, -1)$ căci limita nu există.
B f este continuă în 1.
C singurul punct de discontinuitate este $x = 1$.
D f are limită în $x = -1$.
E f continuă pe $(-\infty, 1)$.

350 Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{1 + x^{2n}}{1 + x + x^2 + \cdots + x^{2n}}$$

este:

A $\mathbb{R}$
B $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$
C $\mathbb{R}^*$
D $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$
E $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

351 Ecuația $x^2 + 1 = me^{-\frac{1}{x}}$, unde m este un parametru real, are trei soluții reale și distincte dacă:

A $m = -1$
B $m = 2e$
C $m = \pi$
D $m = 3\sqrt{2}$
E $m = 7$

352 Ecuația $m\, e^{\frac{2}{x-1}} = x,\ m \in \mathbb{R},$ are două rădăcini reale și distincte dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(0, \infty)$ B $(1, \infty)$ C $(-\infty, 1)$ D $(0, 1)$ E $(-1, 1)$

353 Fie funcția $f(x) = \dfrac{|x^3 - 1|}{ax^2 + bx}$. Valorile numerelor reale a și b pentru care dreapta $y = x+4$ este asimptotă la ∞ sunt:

A $a = 4; b = 1$ B $a = 1; b = -4$ C $a = -4; b = 1$ D $a = 1; b = 4$ E $a = -1; b = -4$

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{(x+1)^3}{x^2 - x + 1}$.

354 Ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

A $y - 2x + 1 = 0$ B $2y - 2x + 1 = 0$ C $y - 4x - 1 = 0$ D $4y - x + 1 = 0$ E $4y - 4x + 1 = 0$

355 Ecuația normalei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

A $2y - 2x + 1 = 0$ B $\frac{1}{4}y - 2x + 1 = 0$ C $y - x + 1 = 0$ D $y + \frac{1}{4}x - 1 = 0$ E $4y - x + 1 = 0$

356 Funcția $f(x) = \dfrac{1}{1 - e^{\frac{1}{x}}}$, $x \in (0, \infty)$, admite asimptota oblică de ecuație:

A $y = -x - 1$ B $y = -x + \frac{1}{2}$ C $y = -x + 1$ D $y = -x$ E $y = x$

357 Fie $f : D \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{x^2 + bx + 2}{x^2 + 2x + c}$, D-domeniul maxim de definiție al lui f. Mulțimea tuturor valorilor $(b, c) \in \mathbb{R}^2$ pentru care funcția f are o singură asimptotă verticală și graficul lui f nu intersectează asimptota orizontală este:

A $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | b \neq 0,\ c = 1\}$ B $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1\}$
C $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | b = 3,\ c = 1\}$ D $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1,\ b = 2 \text{ sau } c = 1,\ b = 3\}$
E nici unul din răspunsurile anterioare nu e corect

358 Graficul funcției $f : \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x - 3}$ admite:

A o asimptotă verticală și una orizontală B o asimptotă verticală și una oblică
C o asimptotă orizontală și una oblică D o asimptotă verticală și două oblice
E o asimptotă verticală și două orizontale

Fie $f : [0, \infty) \setminus \{1, 2\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{mx-3}{x^2-3x+2}$, unde m este un parametru real.

359 Numărul asimptotelor funcției f este:

A 1 B 2 C 3 D 4
E numărul asimptotelor depinde de m.

360 Numărul valorilor întregi ale parametrului m pentru care f are trei puncte de extrem este:

A infinit B 4 C 3 D 2 E 1

361

Valorile lui $m \in R$ astfel încât $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt{(m-1)^2x^2+1}}{3x+2} = -1$ sunt:

A $-2, 4$ B $-1, 3$ C $2, 3$ D $-1, 4$ E $-2, 2$

362

Funcția $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x-a}{x^2-b}$, $a, b \in \mathbb{R}$, are pe domeniul maxim de definiție două asimptote verticale dacă și numai dacă:

A $a = b = 0$ B $a = 1,\ b = -1$ C $a = b = 1$ D $a = 2,\ b = 1$ E $b > 0,\ a^2 \neq b$

363

Abscisele punctelor în care graficele funcțiilor $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^6 \quad \text{și} \quad g(x) = 2x^5 - 2x - 1$$

sunt tangente sunt:

A $\frac{1\pm\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$ C $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ D nu există E 0

364

Egalitatea

$$\operatorname{arctg} a + \operatorname{arctg} b = \operatorname{arctg} \frac{a+b}{1-ab}$$

are loc dacă și numai dacă numerele reale a și b satisfac condiția:

A $ab > 1$ B $ab < 1$ C $ab \neq 1$ D $ab > 0$ E $b = 0,\ a \in \mathbb{R}$

365

Numărul de valori ale parametrului real $a \in [0, 1]$ pentru care funcția $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - |x - a|$, este convexă pe $[0, 1]$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E infinit

366

Fie $Q(x)$ câtul împărțirii polinomului $P(x) = 99(x^{101} - 1) - 101\,x(x^{99} - 1)$ la $(x - 1)^3$. Valoarea $Q(1)$ este:

A 9999 B 18000 C 5050 D 3333 E alt răspuns

367

Funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este derivabilă și sunt verificate condițiile:
$f(0) = 2,\ \ f'(x) = 3\,f(x),\ \ \forall x \in \mathbb{R}$. Valoarea $f(\ln 2)$ este:

A 2 B 4 C 6 D 16 E 32

368

Care dintre următoarele afirmații este adevărată pentru orice funcție $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ care are derivată strict pozitivă?

A f este crescătoare pe $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ B f este crescătoare pe $(0, \infty)$
C f este descrescătoare D f este mărginită E f este convexă

369

O funcție polinomială neconstantă $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, este strict crescătoare dacă și numai dacă:

A $P'(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ B $P'(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ C $P'(x) \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$
D $P''(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ E $P''(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

Se consideră funcția $f\colon\ [-2, 1] \to M,\ M \subset \mathbb{R},\quad f(x) = \left|x^3 + x^2\right|$.

370 Numărul punctelor de extrem ale funcției f este:

A 5 B 3 C 2 D 1 E 4

371 f este surjectivă pentru M egal cu:

A $[0, 4]$ B $[0, \infty)$ C $[0, 2]$ D $[0, 27]$ E $\mathbb{R}$

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x(x + 1)(x + 2) \cdots (x + 2019)$ și fie $g = f \circ f \circ f$.

372 $f'(0)$ este:

A $2019!$ B 0 C $2018!$ D $2019! + 2018!$ E $2019! - 2018!$

373 $g'(0)$ este:

A $2019!^3$ B 2019^3 C 2019^2 D $2019!^2$ E $2019!$

374

Numărul punctelor de extrem ale funcției $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$ este:

A 9 B 7 C 5 D 3 E alt răspuns

375

Să se studieze derivabilitatea funcției $f : [1, \infty) \to \mathbb{R},\quad f(x) = \sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x - 1}}$.

A f derivabilă pe $(2, \infty)$ B f are în $(5, 0)$ punct de întoarcere
C f are în $(5, 0)$ punct unghiular D f este derivabilă în $x = 5$
E f este derivabilă numai pe $(5, \infty)$

376

Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[5]{\dfrac{1}{6}x^3-x+\sin x}$, atunci $f'(0)$ este:

A $1/\sqrt[5]{120}$ B $-1/\sqrt[5]{120}$ C ∞ D nu există E $-\infty$

377

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^2\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$. Care din afirmațiile următoare este adevărată?

A f nu e continuă în 0 B f este derivabilă în 0 C f nu are limită în 0
D $\exists \lim\limits_{x\to 0} f'(x)$ E f are limită la $+\infty$, egală cu 1, și la $-\infty$, egală cu -1

378

Se consideră funcția $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1}+\arcsin\frac{1}{x}$, unde D este domeniul maxim de definiție al funcției f. Mulțimea valorilor funcției f este:

A $\left(-\infty,\frac{\pi}{2}\right]$ B $\mathbb{R}$ C $\left(-\frac{\pi}{2},\infty\right)$ D $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ E $\left(-\infty,-\frac{\pi}{2}\right]\cup\left[\frac{\pi}{2},\infty\right)$

Se consideră funcția $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln(1+\sqrt{|x|}-x)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

379

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{\sqrt{|x|}}$ este:

A 0 B 1 C -1 D e E ∞

380

$f'\left(\frac{1}{4}\right)$ este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{2}$

381

Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

382

Valoarea lui a pentru care funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x|x-a|$, este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A $a=1$ B $a=-1$ C $a=0$ D $a=2$ E $a=-2$

383

Fie g și h două funcții derivabile pe $\mathbb{R}$ și $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=g(x)|h(x)|$. Dacă $h(x_0)=0$, atunci funcția f este derivabilă în x_0 dacă și numai dacă:

A $h'(x_0)=0$ B $g(x_0)>0$ C $g(x_0)=0$ D $g(x_0)h'(x_0)=0$ E alt răspuns

384

Funcția $f:[0,2]\to\mathbb{R}$ $f(x)=\begin{cases}\dfrac{ax}{x^2+b}, & 0\le x\le 1\\ \ln(x^2-3x+3)+2x, & 1<x\le 2\end{cases}$, unde $a,b\in\mathbb{R}$, $a>0$, este o funcție derivabilă pentru:

A $a=6,\ b=2$ B $a=8,\ b=3$ C $a=8,\ b=30$ D $a=10,\ b=4$ E $a-2b=1$

385

Derivata funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[6]{x^2}$, în punctul zero, este:

A ∞ B 0 C $1/3$ D 1 E nu există

386

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x$. Valoarea lui $(f^{-1})'(3)$ este:

A 1 B -1 C $\frac{1}{3}$ D -2 E $\frac{1}{5}$

387

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 + \alpha x + \beta}{x - 1}$, unde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Valorile lui α și β pentru care f admite un extrem în punctul $M(0, 1)$ sunt:

A $\alpha = 1,\ \beta = -1$ B $\alpha = 0,\ \beta = 1$ C $\alpha = \beta = 2$ D $\alpha = 3,\ \beta = -1$ E $\alpha = -1,\ \beta = 1$

388

Se consideră funcția $f : [-1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -\ln(x^2 + x + 1) & ; \quad -1 \le x \le 0 \\ \sqrt{x|x^2 - 4|} & ; \quad x > 0 \end{cases} .$$

Notăm cu α numărul punctelor de extrem, cu β numărul punctelor unghiulare și cu γ numărul punctelor de întoarcere ale funcției f. Atunci:

A $\alpha = 5,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$ B $\alpha = 5,\ \beta = \gamma = 1$ C $\alpha = 5,\ \beta = 2,\ \gamma = 0$ D $\alpha - \beta = 4,\ \beta - \gamma = 1$ E $\alpha = 4,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$

389

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + x^2) - x$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate?

A f e strict pozitivă pe $\mathbb{R}$ B f e strict crescătoare pe $\mathbb{R}$ C f e strict negativă pe $\mathbb{R}$ D f verifică inegalitatea $f(x) > 0$, $\forall x \in (-\infty, 0)$ E f verifică inegalitatea $f(x) > 0$, $\forall x \in (0, \infty)$

390

Derivata de ordinul 100, $\left(x^{99} \ln x\right)^{(100)}$, $x > 0$, este:

A $100!x$ B $\dfrac{100!}{x}$ C $-100!x$ D $99!x$ E $\dfrac{99!}{x}$

391

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 4$. Valoarea lui $(f^{-1})'(4)$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{116}$ E $\frac{1}{68}$

392

Dacă $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este o funcție cu derivata de ordinul al doilea continuă astfel încât $f(2) = f'(2) = f''(2) = 2$, iar funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este definită prin $g(x) = f\left(\sqrt{x^2 + 3}\right)$, atunci:

A $g(1) = g'(1) = 2$ B $g'(1) = \sqrt{2}$ C $g(1) + g''(1) \in \mathbb{N}$ D $g'(1) = g''(1) = 1$ E $g'(1) = 1,\ g''(1) = \frac{5}{4}$

Fie funcția f dată prin $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$

393 Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul doi a funcției este:

A $\{0\}$ B $\{-1;0;1\}$ C $\emptyset$ D $\{0;2\}$ E $\{0;1\}$

394 Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul trei a funcției este:

A $\{0\}$ B $\{-1;0;1\}$ C $\emptyset$ D $\{0;2\}$ E $\{0;1\}$

Fie $f : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ o funcție de două ori derivabilă astfel încât $f''(x) = \dfrac{1}{x}$, $\forall x > 0$ și $f(1) = f'(1) = 0$.

395 $f'(x)$ are expresia:

A $-\frac{1}{x^2}$ B $1-\frac{1}{x^2}$ C $\frac{1}{x^2}-1$ D $\ln x$ E alt răspuns

396 $f(x)$ are expresia:

A $\frac{2}{x^3}$ B $\frac{2}{x^3}-2$ C $x\ln x - x$ D $x\ln x + x - 1$ E alt răspuns

397 Numărul soluțiilor reale ale ecuației $\ln x = 1 - \frac{1}{x}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

Se dă funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2^{x^4} + 2^{x^2-1}$.

398 Care este valoarea lui $f(-1)$?

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

399 Care este soluția inecuației $f(x) \leq 3$?

A $\emptyset$ B $[-1,1]$ C $(-\infty,-1] \cup [1,\infty)$ D $(-\infty,-1]$ E alt răspuns

400 Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

Se consideră funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^{-x^2}$.

401 Suma pătratelor absciselor punctelor de inflexiune ale graficului funcției este egală cu:

A 25 B 1 C $5+\sqrt{17}$ D 5 E $5-\sqrt{17}$

402 Aria mărginită de graficul funcției f', dreptele $x=-2, x=1$ și axa OX este egală cu:

A $\frac{1}{e}-\frac{4}{e^2}$ B $\frac{4}{e^2}-\frac{1}{e}$ C $\frac{3}{e}-\frac{4}{e^4}$ D 1 E alt răspuns

403 Funcția $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\alpha x^2+1-\ln(1+x)$, $\alpha\in\mathbb{R}$, are două puncte de extrem local pentru:

A $\alpha=-2$ B $\alpha=-1$ C $\alpha\in(-2,-1)$ D $\alpha>2$ E $\alpha<-2$

404 Se dă funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x(x^2+6x+m)$, unde m este un parametru real. Funcția f admite puncte de extrem pentru:

A $m\in(-\infty,10]$ B $m\in(10,\infty)$ C $m\in\mathbb{R}$ D $m\in(-\infty,10)$ E $m\in[10,\infty)$

405 Inegalitatea $a^x\geq x+1$, $a>0$, are loc pentru orice $x\in\mathbb{R}$ dacă și numai dacă:

A $a=1$ B $a=e$ C $a>1$ D $a>e$ E $a<e$

406 Dacă mulțimea soluțiilor ecuației $a^x=x$, cu $a>1$, are un singur element, atunci:

A $a=\frac{1}{e}$ B $a=e$ C $a=e^{\frac{1}{e}}$ D $a=e^e$ E $a=\frac{1}{e^e}$

407 Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care ecuația $a^x=x+2$, are două soluții reale este:

A $(1,\infty)$ B $(0,1)$ C $(\frac{1}{e},e)$ D $(\frac{1}{e^e},e^e)$ E $(e^{\frac{1}{e}},\infty)$

408 Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care inegalitatea $a^x\geq x^a$, are loc pentru orice $x>0$ este:

A $\{e\}$ B $(0,1)$ C $(1,\infty)$ D $(\frac{1}{e},1)$ E $(1,e)$

409 Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2-2x+2}+\sqrt{x^2+2x+2}$ are proprietatea:

A este crescătoate pe $\mathbb{R}$ B este descrescătoare pe $(-\infty,0]$ și crescătoare pe $[0,\infty)$
C este impară D $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=2$
E graficul funcției f intersectează axa Ox într-un punct.

410

Să se determine un punct $P(x_0, y_0)$ pe curba a cărei ecuație este $y = (x-2)\sqrt{x}$, $x > 0$, în care tangenta să fie paralelă cu dreapta de ecuație $2y = 5x + 2$.

A $P(4,4)$ B $P(9,21)$ C $P(1,-1)$ D $P(2,0)$ E $P(3,\sqrt{3})$

411

Ecuația tangentei comune la graficele funcțiilor $f, g\colon \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$, $g(x) = \dfrac{1}{x}$ este:

A $y = -4x - 1$ B $y = -x - 4$ C $y = -2x - 4$ D $y = -4x - 4$
E graficele nu admit tangentă comună

412

Funcțiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + \sqrt{x^2 + a}$ și $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + 1$ sunt tangente (au o tangentă comună într-un punct comun) dacă:

A $a = 1 + e$ B $a = 0$ C $a = 1$ D $a = e - \pi$ E $a = -1$

413

Ecuația tangentei la graficul funcției $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{2x-1}{x+1}}$ în punctul de abscisă $x = 2$ este:

A $x - 7y - 2 = 0$ B $x - 6y - 2 = 0$ C $x - 5y - 2 = 0$ D $x - 4y - 2 = 0$
E $x - 3y - 2 = 0$

414

Graficele funcțiilor $f(x) = ax^2 + bx + 2$ și $g(x) = \dfrac{x-1}{x}$ au tangentă comună în punctul de abscisă $x_0 = 1$ dacă:

A $a + b = -1$ B $a = 0,\ b = 1$ C $a = 1,\ b = -2$ D $a = 3,\ b = -5$
E $a = 3,\ b = -4$

415

Tangenta la graficul funcției $f(x) = (a\sin x + b\cos x)e^x$ în punctul $(0, f(0))$ este paralelă cu prima bisectoare, dacă:

A $a = b = 1$ B $a = 2,\ b = 1$ C $a - b = 1$ D $a + b = 1$ E $a^2 + b^2 = 1$

416

Fie x_1 cea mai mică rădăcină a ecuației $x^2 - 2(m+1)x + 3m + 1 = 0$. Atunci $\lim\limits_{m\to\infty} x_1$ este:

A 1 B $\dfrac{3}{2}$ C 0 D $-\dfrac{1}{2}$ E -1

417

Mulțimea valorilor paramentrului real a pentru care ecuația $ax - \ln|x| = 0$ are trei rădăcini reale distincte este:

A $(-\infty, 0)$ B $(0,1)$ C $(-e^{-1}, 0) \cup (0, e^{-1})$ D (e^{-1}, ∞) E $\emptyset$

Fie funcția $f:(-\infty,-1)\bigcup(-1,1)\bigcup(1,\infty)\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=2\operatorname{arctg}x-\operatorname{arctg}\frac{2x}{1-x^2}.$$

418 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ este:

A π B 0 C $\frac{\pi}{2}$ D -1 E ∞

419 Mulțimea valorilor funcției este:

A $\{-\pi,0,\pi\}$ B $\{0\}$ C $\mathbb{R}$ D $(-1,\infty)$ E $(0,\infty)$

420 Mulțimea valorilor lui $x\in\mathbb{R}$ pentru care este adevărată egalitatea

$$2\operatorname{arctg}x+\arcsin\frac{2x}{1+x^2}=\pi$$

este:

A $(0,\infty)$ B $(-\infty,-1)\cup[1,\infty)$ C $[1,\infty)$ D $[-1,1]$ E $[2,\infty)$

Fie $f(x)=\frac{1}{2}\arcsin\frac{2x}{1+x^2}+\operatorname{arctg}|x|$.

421 Domeniul maxim de definiție al funcției este :

A $[-1,1]$ B $(-1,1)$ C $\mathbb{R}$ D $\mathbb{R}^*$ E $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$

422 $f(\pi)$ este:

A 1 B $\frac{\pi}{4}$ C π D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E $\frac{\pi}{2}$

423 Funcția este strict descrescătoare dacă și numai dacă x este din:

A $\mathbb{R}$ B $(-1,0)$ C $(0,1)$ D $(-\infty,-1/5)$ E $(-\infty,-1]$

424 Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^*$ o funcție care admite primitive și verifică relațiile $\cos f(x)=1$, $\forall x\in\mathbb{R}$ și $|f(\pi)-\pi|\le\pi$. $f(100)$ este:

A 16π B 8π C 4π D 2π E 0

425 O primitivă a funcției $f:(0,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$, este:

A $\arccos\sqrt{x}$ B $\arcsin\sqrt{x}$ C $\arccos\frac{1}{x}$ D $\arcsin\frac{1}{\sqrt{x}}$ E $\operatorname{arctg}\sqrt{x}$

426

Mulțimea primitivelor funcției $f : \left(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x}{\cos^2 x}$, este:

A $x \operatorname{ctg} x + \ln\cos x + c$ B $-x \operatorname{ctg} x + \ln\cos x + c$ C $x \operatorname{tg} x + \ln\cos x + c$
D $-x \operatorname{tg} x - \ln(-\cos x) + c$ E $x \operatorname{tg} x + \ln(-\cos x) + c$

427

Mulțimea primitivelor funcției $f : \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\sin x}{1+\sin x}$, este:

A $x + \operatorname{tg}\frac{x}{2} + c$ B $\frac{1}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}} + c$ C $x + 2\operatorname{tg}\frac{x}{2} + c$ D $\frac{2}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}} + c$ E $x + \frac{2}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}} + c$

428

O primitivă a funcției $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x}{\sqrt{e^{2x}-1}}$ este:

A $\arcsin e^x$ B $\arccos e^x$ C $\operatorname{arctg} x$ D $\ln\left(e^x + \sqrt{e^{2x}-1}\right)$ E $2\sqrt{e^{2x}-1}$

429

Mulțimea primitivelor funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{e^x+1}}$ este:

A $\ln\frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1} + c$ B $\ln\frac{1}{\sqrt{e^x+1}+1} + c$ C $2\sqrt{e^x+1} + c$
D $-\ln\left(\sqrt{e^{-x}+1} + e^{-x/2}\right) + c$ E $\ln\left(\sqrt{e^x+1} - e^x\right) + c$

430

Mulțimea primitivelor funcției $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x(x^3+1)}$ este:

A $\ln x - \ln(x^3+1) + c$ B $\ln\frac{x^3}{x^3+1} + c$ C $\frac{1}{3}\ln\frac{x^3}{x^3+1} + c$
D $\ln x + \operatorname{arctg} x + c$ E $\ln x\ \ln(x+1) + c$

431

Mulțimea primitivelor funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x\left(x^2-2x+1\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$ este:

A $e^x \operatorname{arctg} x + c$ B $e^x\left(1+x^2\right)^{-1} + c$ C $\frac{xe^x}{x^2+1} + c$ D $\frac{x^2e^x}{x^2+1} + c$ E $\frac{(x+1)e^x}{x^2+1} + c$

432

Mulțimea primitivelor funcției $f : (-\infty,-1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ este:

A $\arccos\frac{1}{x} + c$ B $\arcsin\frac{1}{x} + c$ C $-\operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1} + c$ D $\ln\sqrt{x^2-1} + c$
E $\operatorname{arctg}\frac{1}{x} + c$

433

Mulțimea primitivelor funcției $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{e^x + \cos x}{e^x + \cos x + \sin x},$$

este:

A $\ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ B $x + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$
C $\frac{x}{2} + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ D $\frac{1}{2}[x + \ln(e^x + \cos x + \sin x)] + c$
E $\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$

434

$$\int_{-2}^{0} \frac{x}{\sqrt{e^x+(x+2)^2}}\,\mathrm{d}x \quad \text{este:}$$

A -1 B -2 C $-e$ D $2-e$ E alt răspuns

435

$$\int_{0}^{1} \frac{x^2+1}{x^4+1}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{5\pi}{6\sqrt{2}}$ B $\frac{7\pi}{6\sqrt{2}}$ C $\frac{3\pi}{4\sqrt{2}}$ D $\frac{4\pi}{3\sqrt{2}}$ E $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$;

436

Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{x}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$
are primitive dacă și numai dacă:

A $a=0$ B $a=1$ C $a=-1$ D $a>0$ E $a<0$

437

Fie $F\colon \mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$ astfel ca: $F'(x)=\frac{1}{x}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}^*$, $F(-1)=1$ și $F(1)=0$. Atunci $F(e)+F(-e)$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E nu există o astfel de funcție F

Fie F o primitivă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^{x^2}$.

438

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xF(x)}{e^{x^2}}$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D ∞ E e

439

$\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{xF(x)}{e^{x^2}}$ este:

A ∞ B 1 C $\frac{1}{2}$ D 0 E e

440

Funcția $F\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, este continuă în 0 și derivabilă pe $\mathbb{R}^*$ astfel ca

$$F'(x)=\left(\sin\frac{1}{x}\right)^2,\qquad x\in\mathbb{R}^*.$$

Derivata $F'(0)$ este:

A 0 B ∞ C 1 D nu există E alt răspuns

441

Integrala $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(x+3)\sqrt{x+3}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $-\frac{1}{16}-\ln\frac{15}{16}$ B $\ln 3-1$ C $\ln\frac{3}{4}-1$ D $-\frac{1}{4}+\operatorname{arctg}\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{4}$

442

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}\int_0^x \frac{\mathrm{d}y}{2+\cos y}$$

A 0 B nu există C $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E ∞

443

$$\int_{-5}^{5} (2x-1)\operatorname{sgn} x \ \mathrm{d}x$$

A 0 B -50 C 10 D 15 E 50

444

$$\int_0^2 \frac{2x^3-6x^2+9x-5}{(x^2-2x+5)^n}\,\mathrm{d}x$$

A 1 B -1 C 0 D $\frac{2}{n}$ E $\frac{n}{2}$

445

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x$$

A $\dfrac{\pi}{4}+1$ B $\pi+\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{3}{2}$ E $\pi+\dfrac{1}{4}$

446

$$\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{3-x}}\,\mathrm{d}x \text{ este:}$$

A $\frac{3}{2}$ B $\frac{2}{3}$ C $\frac{4}{3}$ D $\frac{3}{4}$ E $\frac{5}{3}$

447

$$\int_3^8 \frac{\mathrm{d}x}{x-1+\sqrt{x+1}}$$

A $\frac{2}{3}\ln\frac{25}{8}$ B $\ln 3$ C 5 D $\sqrt{11}$ E $3\operatorname{arctg}\sqrt{3}-2$

448

$$\int_{\sqrt{e}}^{e} \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x \text{ este:}$$

A $\frac{3}{8}$ B $\frac{3}{4}$ C $\frac{e}{2}$ D $\frac{2}{e}$ E $\frac{1}{8}$

449

Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$P(1)+\cdots+P(n)=n^5,\quad n=1,2,\ldots,$ atunci integrala $\displaystyle\int_0^1 P(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{4}$ D 1 E 0

450

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x}{\cos^3 x}\, \mathrm{d}x$$

A $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{2}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ D $\frac{\pi}{2} - 1$ E $\frac{\pi}{8} - 2$

451

Să se calculeze $\int_0^{2\pi} \sin(mx)\cos(nx)\,\mathrm{d}x$, unde m și n sunt două numere întregi.

A 0 B $m\pi$ C π D 1 E $(n+m)\pi$

452

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}}\,\mathrm{d}x$$

A $\operatorname{arctg} e$ B $\frac{\pi}{2}$ C $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$ D 0 E $\operatorname{arctg} e + \pi$

453

$$\int_{-1}^1 (1+2x^{2015})e^{-|x|}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{4014}{e}(e-1)$ B $\frac{4016}{e}(e-1)$ C ∞ D $\frac{2}{e}(e-1)$ E $2006 - \frac{2006}{e}$

454

$$\int_{-1}^2 \min\{1, x, x^2\}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{6}{5}$ B $\frac{5}{6}$ C $\frac{3}{4}$ D $\frac{4}{3}$ E 0

455

Integrala $\int_1^e \ln x\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

456

Integrala $\int_1^e \ln^2 x\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

457

Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^3 x\,\mathrm{d}x$.

A $\frac{1-\ln 2}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{2}\ln 2$ D $\ln 2$ E 1

458

Soluția ecuației $\int_0^x t\,e^t\,\mathrm{d}t = 1$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

459

$$\int_1^{2e} |\ln x - 1|\,\mathrm{d}x$$

A $2\ln 2$ B $2(e\ln 2 - 1)$ C $e\ln 2$ D 1 E $\ln 2 - 1$

460

$$\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x\,\mathrm{d}x$$

A π B $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ C $\frac{2\pi}{3}$ D $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ E $\frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3}$

461

$$\int_1^{e} \frac{1+\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{3}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C 1 D $\frac{5}{2}$ E 2

462

Să se calculeze $\displaystyle\int_0^{a} \frac{(a-x)^{n-1}}{(a+x)^{n+1}}\,\mathrm{d}x$, unde $a > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$.

A $\frac{1}{2na}$ B $\frac{n}{2a}$ C $\frac{a}{2n}$ D $2an$ E $\frac{2a}{n}$

463

$$\int_{-1}^{1} \sin x \,\ln(2+x^2)\,\mathrm{d}x$$

A 0 B $\ln 2$ C 1 D $\frac{\pi}{2}$ E $\ln 3$

464

$\int_0^1 x\ln(1+x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{2}\ln 2$ C $\ln 2$ D $\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{4}\ln 2$

465

$\lim\limits_{a\to 1} \displaystyle\int_0^{a} x\ln(1-x)\,\mathrm{d}x, \quad a \in (0,1)$:

A 0 B $-\frac{1}{4}$ C $-\frac{1}{2}$ D $-\frac{3}{4}$ E -1

466

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{d}x}{2\cos x + 3} \text{ este:}$$

A 0 B $\frac{2}{\sqrt{5}}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{5}}$ C $\operatorname{arctg}\sqrt{5}$ D $\operatorname{arctg}\frac{2}{\sqrt{5}}$ E $\frac{1}{\sqrt{5}}$

467

$\displaystyle\int_0^{4\pi} \frac{\mathrm{d}x}{5+4\cos x}$ este:

A $\frac{4\pi}{3}$ B 0 C $\frac{4}{5}\pi$ D $\frac{5}{4}\pi$ E π

468

Integrala $\displaystyle\int_{\frac{1}{n+2}}^{\frac{1}{n}} \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \mathrm{d}x$, $n \in \mathbb{N}^*$ este:

A $\frac{2n+3}{(n+1)(n+2)}$ B 0 C $3n$ D $\frac{4n}{5n+1}$ E $6n$

469

Valoarea lui $I_n = \displaystyle\int_1^n \frac{\mathrm{d}x}{x+\lfloor x \rfloor}$ este:

A $\ln \frac{2n-1}{2}$ B $\ln \frac{3\cdot 5\cdot\dots\cdot(2n-1)}{2\cdot 4\cdot\dots\cdot(2n-2)}$ C $\ln 2 - \ln(2n-1)$ D $\frac{1}{2}\ln x$ E $\frac{1}{2}\ln n$

470

Dacă $n \in \mathbb{N}^*$, atunci valoarea integralei $\int_0^{\frac{n\pi}{2}} \mathrm{e}^{-x} \cos 4x \, \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{17}(1-\mathrm{e}^{-\frac{n\pi}{2}})$ B $n\pi$ C $\frac{n\pi}{4}$ D 0 E $\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}}$

471

Valoarea expresiei $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \, \mathrm{d}x + \int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin \sqrt{x} \, \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{8}$ B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{\pi}{5}$ D $\frac{\pi}{7}$ E $\frac{\pi}{2}$

472

Valoarea integralei $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-\sin 2x}{1+\sin 2x} \mathrm{d}x$ este:

A $1-\frac{\pi}{4}$ B $\frac{\pi}{4}$ C 1 D 0 E $\frac{\pi}{2}$

473

$\lim\limits_{n\to\infty} \int_{\frac{1}{n}}^{n} \frac{1}{x^2+x+1} \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$ B 2π C $3\sqrt{3}$ D 0 E 3

474

Fie n un număr natural nenul. Să se calculeze $\displaystyle\int_0^1 \{nx\}^2 \, \mathrm{d}x$, unde $\{a\}$ reprezintă partea fracționară a numărului a.

A 1 B $\frac{1}{n}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{4}$

475 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\mathrm{tg}^{n+2} x + \mathrm{tg}^n x)\mathrm{d}x$, unde $n > 0$, este:

A $\frac{1}{n+1}$ B $\frac{1}{n}$ C $\pi/4$ D $n + \frac{\pi}{4}$ E 1

476 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\mathrm{tg}^9 x + 5\,\mathrm{tg}^7 x + 5\,\mathrm{tg}^5 x + \mathrm{tg}^3 x)\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{24}{25}$ B $\frac{\pi}{24}$ C $\frac{25}{24}$ D $\frac{\pi}{25}$ E 1

477 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x}\right) \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{4}$ B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{3}$ E 1

478 $\int_0^{2\pi} \cos^2(nx)\,\mathrm{d}x$, unde n este un număr natural nenul, este:

A 0 B π C $\frac{\pi}{2}$ D $\frac{\pi}{n}$ E $n\pi$

479 Dacă $a \in \mathbb{N}$ și $L(a) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [ne^{ax}]\,\mathrm{d}x$, atunci mulțimea soluțiilor inecuației $L(a) \leq e$ este:

A $\{0, 1\}$ B $\{1, 2\}$ C $\emptyset$ D $\{0\}$ E $\mathbb{N}^*$

480 Limita $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^{2n} \frac{k^2}{8} \arcsin \frac{k}{2n}$ este:

A 0 B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{\pi}{6} - \frac{2}{9}$ D $\frac{-\pi}{3}$ E 1

481 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B $\frac{\pi^2-4}{16}$ C $\frac{\pi^2}{4} - 1$ D $\frac{\pi}{2}$ E alt rezultat

Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definită prin $f(a)=\int_0^1 |x-a|\,\mathrm{d}x$.

482 Valoarea $f(2)$ este:

A $-\frac{5}{2}$ B 0 C $\frac{x^2}{2}-1$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

483 Valoarea $f'(2)$ este:

A 1 B 0 C x D $-\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

484 Valoarea minimă a funcției este:

A 0 B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{6}$ D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{4}$

485 $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\sin(2x)}{\sin^4 x+\cos^4 x}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{4}$ B 2 C 0 D π E 1

486 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x\,\mathrm{d}x$

A 1 B $\frac{1}{3}$ C 2 D $\frac{2}{3}$ E $\frac{4}{3}$

487 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x-\cos x|\,\mathrm{d}x$

A 1 B $2(\sqrt{2}-1)$ C $2\sqrt{2}$ D $2-\sqrt{2}$ E 3

488 $\displaystyle\int_0^{\pi} \arcsin(\sin x)\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B $8\pi^2$ C 1 D 2π E $\frac{\pi^2}{2}$

489 $\displaystyle\int_0^{\pi} \arcsin\left(\cos^3 x\right)\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B 0 C 1 D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{6}$

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\sin^{2n}x}{\cos^{2n}x+\sin^{2n}x}$, unde $n\in\mathbb{N}^*$ este fixat.

490 Funcția f este o funcție periodică având perioada principală egală cu:

A 2π B $\frac{\pi}{2}$ C π D $\frac{\pi}{4}$ E alt răspuns

491 Funcția $f+c$, $c\in\mathbb{R}$, are o primitivă periodică dacă și numai dacă c are valoarea:

A π B $\frac{-1}{2}$ C $\frac{-\pi}{4}$ D $-\pi$ E 2π

492

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^{\pi/3}\frac{\sin^n x}{\sin^n x+\cos^n x}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{\pi}{12}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{\pi}{6}$ D 0 E ∞

493

$$\int_0^{2\pi}\frac{x\,\sin^{100}x}{\sin^{100}x+\cos^{100}x}\,\mathrm{d}x$$

A 0 B $\frac{\pi^2}{4}$ C $\frac{\pi^2}{2}$ D 2π E π^2

494

Se consideră funcțiile: $f_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\dfrac{1}{x(x^n+1)}$, $n\in\mathbb{N}^*$ și fie $F_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ primitiva funcției f_n al cărei grafic trece prin punctul $A(1,0)$. Soluția inecuației $|\lim\limits_{n\to\infty}F_n(x)|\le 1$ este:

A $(0,e]$ B $[\frac{1}{\sqrt{e}},e]$ C $[\frac{1}{e},e]$ D $[\frac{1}{e},\infty)$ E $\emptyset$

495

$$\lim_{x\to\infty}\int_0^x t^2e^{-t}\,\mathrm{d}t$$

A 0 B $\ln 3$ C 2 D 1 E ∞

496

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int_1^n\frac{x-1}{x+1}\,\mathrm{d}x$$

A 0 B 1 C 2 D e E ∞

497

Integrala $\displaystyle\int_0^1\frac{1}{\sin(a+x)\sin(b+x)}\,\mathrm{d}x$, $\quad 0<a<b<2$, este:

A $\ln\frac{\sin(a+1)\sin b}{\sin a\sin(b+1)}$ B $\frac{1}{\sin(b-a)}\ln\frac{\sin b}{\sin a}$ C $\frac{\ln(ab)}{\sin(b-a)}$ D $\frac{\sin(a+1)}{\sin(b+1)}$ E alt răspuns

Fie $I_n = \int\limits_0^1 x^{2004} \cos(n\,x)\,\mathrm{d}x, \quad n \in \mathbb{N}$.

498 Limita șirului (I_n) este:

A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

499 Limita șirului $(n\,I_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

Să se calculeze:

500 $\displaystyle\int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x}\,\mathrm{d}x;$

A $-\frac{3}{4e^2}$ B $\frac{3}{4e^2}$ C $\frac{1}{e}$ D $\frac{1}{e^2}$ E $-\frac{1}{2e^2}$

Fie $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1+x+x^2+x^3}\mathrm{d}x$ și $J = \displaystyle\int_0^1 \frac{1+x+x^2}{1+x+x^2+x^3}\mathrm{d}x$. Atunci

501 I este:

A $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$ B $\frac{\pi}{8} + \frac{\ln 2}{4}$ C $\frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$ D $\frac{\pi}{4} - \frac{\ln 2}{2}$ E $\frac{\pi}{4} + \ln 2$

502 J este:

A $\frac{\pi}{8} + \frac{3\ln 2}{4}$ B $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$ C $\frac{\pi}{2} + \frac{3\ln 2}{2}$ D $\frac{\pi}{2} - \frac{3\ln 2}{2}$ E $\frac{\pi}{4} - \ln 2$

503

$\displaystyle\lim_{n\to\infty} n^3 \int_n^{n+3} \frac{x^3}{x^6+1}\,\mathrm{d}x$

A 0 B ∞ C 1 D $\frac{1}{2}$ E 3

504

Se consideră șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $a_0 = -1$, $a_{n+1} = 2 + \displaystyle\int_{a_n}^1 e^{-x^2}\,\mathrm{d}x, \quad n = 0, 1, \ldots.$

Care dintre afirmațiile de mai jos este adevărată?

A $(a_{n+1} - a_n)(a_n - a_{n-1}) \leq 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ B $a_n \geq 2, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ C $a_n \leq 2, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$
D șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este crescător E șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este descrescător

505

Fie $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F(x) = \int\limits_0^{x^2} e^{t^3}\mathrm{d}t$. Atunci $F'(2)$ este:

A $4e^{64}$ B e^8 C $12e^8$ D $3e^2$ E $12e^6$

Fie $f_n : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} t^n \cdot e^t \, \mathrm{d}t$, $n \in \mathbb{N}^*$.

506 $f_1(x)$ este:

A $e^{x^2}(x^2-1)+1$ B $e^{x^2}(x^2+1)+1$ C $e^{x^2}(x^2+1)-1$ D $e^{x^2}x^2+1$ E e^{x^2}

507 $f_n'(1)$ este:

A e B $2e$ C $2e-1$ D $e-1$ E $e+1$

508 $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(1)$ este:

A e B 1 C 0 D ∞ E e^2

509

$$\lim_{t\to 0} \frac{1}{t} \int_t^{2t} \frac{\ln(1+x)}{\sin x} \, \mathrm{d}x$$

A ∞ B 0 C 1 D 2 E $\frac{\ln 2}{\sin 1}$

510

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [nx] \, \mathrm{d}x$$

A 1 B ∞ C 0 D $\frac{1}{2}$ E 2

511

$$\lim_{n\to\infty} \int_n^{n+1} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^3+x+1}} \text{ este:}$$

A $\ln \pi$ B 0 C 1 D $\ln 2$ E $\ln 3$

512

Aria domeniului mărginit de axa Ox, curba $y = \ln x$ și de tangenta la această curbă care trece prin origine este:

A e B $\frac{e}{2}-1$ C $\frac{e}{2}$ D $e-1$ E $2e$

513

Aria cuprinsă între axa Ox, dreptele $x = 0$ și $x = \pi$ și graficul funcției $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x \sin x}{1 + \cos^2 x}$ este egală cu:

A $\frac{\pi^2}{2}$ B $\frac{\pi^2}{6}$ C $\frac{\pi^2}{4}$ D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{2\sqrt{2}}$

Se consideră integrala $I = \int_0^{\pi} x f(\sin x)\, \mathrm{d}x$, unde f este o funcție continuă pe un interval ce conține $[0,1]$.

514 Are loc egalitatea:

A $I = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\, \mathrm{d}x$ B $I = \pi \int_0^{\pi} f(\sin x)\, \mathrm{d}x$ C $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\, \mathrm{d}x$ D $I = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\, \mathrm{d}x$ E $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\, \mathrm{d}x$

515 $I_1 = \int_0^{\pi} \frac{x \sin x \, \mathrm{d}x}{1+\sin^2 x}$ este:

A $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln\left(3+2\sqrt{2}\right)$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3+2\sqrt{2}\right)$ C $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3-2\sqrt{2}\right)$ D $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln\left(3-2\sqrt{2}\right)$ E $\frac{\pi}{2} \ln\left(3+\sqrt{2}\right)$

516 Aria domeniului mărginit de graficul funcției $f : \left[0, \frac{3\pi}{4}\right] \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{\cos x}{1+\cos x},$$

axa Ox și dreptele $x = 0$ și $x = \frac{3\pi}{4}$, este:

A $\frac{\pi}{4}$ B $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}$ C 2π D $\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8} - 2$ E 0

Fie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ inversa funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^x$.

517 $g(1)$ este:

A -1 B 0 C 1 D ∞ E $\frac{1}{3}$

518 Limita $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{g(e^x)}$ este:

A 1 B $\frac{1}{2}$ C 2 D $\frac{3}{2}$ E 0

519 Integrala $\int_1^{1+e} g(t)\, \mathrm{d}t$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $e + \frac{1}{2}$ C $2e + \frac{3}{2}$ D $\frac{3}{2}$ E $e+1$

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $\quad f(x)=x-\mathrm{e}^{-x}\quad$ și fie g inversa lui f.

520 $f'(x)$ are expresia:

A $1+\mathrm{e}^{x}$ B $1+\mathrm{e}^{-x}$ C $x\mathrm{e}^{-x}$ D $1-\mathrm{e}^{-x-1}$ E e^{-x-1}

521 $g'(-1)$ este:

A 0 B -1 C 2 D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{\mathrm{e}}$

522 $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{\mathrm{e}}-\frac{1}{2}$ B $\frac{3}{2}-\frac{1}{\mathrm{e}}$ C $\frac{1}{2}-\frac{1}{\mathrm{e}}$ D $\frac{1}{\mathrm{e}}-\frac{3}{2}$ E $\frac{3}{2}+\frac{1}{\mathrm{e}}$

523 $\displaystyle\int_{-1}^{1-1/e} g(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A -1 B 0 C $\frac{3}{2}-\frac{2}{\mathrm{e}}$ D $\frac{3}{2}+\frac{1}{\mathrm{e}}$ E $\frac{1}{\mathrm{e}}-\frac{1}{2}$

524 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^1 \sqrt[n]{x^n+(1-x)^n}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C $\frac{3}{4}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{4}$

525 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int_0^1 \ln\left(1+e^{nx}\right)\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B e C $\frac{1}{2}$ D $\ln 2$ E $\frac{1}{3}$

526 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_1^n \frac{\ln x}{n\ln n+x\ln x}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C $\dfrac{1}{2}$ D ∞ E $\ln 2$

527 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Atunci, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\int_0^{\pi}\left\{-x\right\}^n\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

528 $\displaystyle\lim_{t\to 0}\int_{2^t}^{3^t}\frac{x}{\ln x}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B nu există C $\ln\frac{\ln 3}{\ln 2}$ D $\ln\frac{3}{2}$ E $\frac{\ln 3}{\ln 2}$

529

$\lim\limits_{n\to\infty} n \int\limits_{-1}^{0} (x+e^x)^n \,\mathrm{d}x$ este:

A e B 0 C ∞ D $1+e$ E $1/2$

530

$$\int\limits_{1}^{3} \frac{\ln x}{x^2+3}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{\pi \ln 3}{3\sqrt{3}}$ B $\frac{\pi \ln 3}{12\sqrt{3}}$ C $\frac{\pi \ln 6}{6\sqrt{3}}$ D $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ E alt răspuns

531

$$\int\limits_{0}^{2} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+2x+2}\,\mathrm{d}x$$

A π B 2π C $\frac{1}{2}\operatorname{arctg} 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ D 0 E 1

532

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^n \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+x+1}\,\mathrm{d}x$$

A $\dfrac{\pi^2}{6\sqrt{2}}$ B $\dfrac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$ C $\dfrac{\pi^2}{6}$ D 0 E ∞

533

Limita șirului $\displaystyle\int_0^1 \frac{\{nx\}}{1+x}\mathrm{d}x$, $n = 1, 2, \ldots$, unde $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a numărului real x, este:

A $\ln 2$ B $\ln 3$ C $\ln 4$ D $\ln 5$ E alt răspuns

534

Integrala $\displaystyle\int_0^1 \sin\left(x - \{nx\}\right)\,\mathrm{d}x$, unde $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a numărului real x și $n > 1$ un întreg, este:

A π B $\pi/2$ C $1-\cos n$ D $\sin(1-n)$ E alt răspuns

Următoarele enunțuri teoretice pot fi utile pentru rezolvarea unor probleme din culegere.

535

Fie $x_n > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$, astfel ca

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^n < 1.$$

Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$.

536

Fie $f : [0, b-a] \to (0,\infty)$ o funcție continuă și $a < b$. Atunci

$$\int_a^b \frac{f(x-a)}{f(x-a)+f(b-x)}\,\mathrm{d}x = \frac{b-a}{2}.$$

537

Fie $f : (-1,1] \to \mathbb{R}$ o funcție continuă. Atunci,

$$\lim_{n\to\infty} n\int_a^1 x^n f(x)\,\mathrm{d}x = f(1), \qquad -1 < a < 1.$$

538

Fie $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ continuă. Atunci,

$$\lim_{n\to\infty} n\int_0^1 x^n\, f(x^n)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t.$$

539

Dacă $f\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}$ este continuă și are perioada $T > 0$, atunci

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 f(nx)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{T}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x.$$

540

Fie a, $b > 0$. Dacă $f\colon [-b,b] \to \mathbb{R}$ este o funcție continuă pară, atunci

$$\int_{-b}^b \frac{f(x)}{a^x+1}\,\mathrm{d}x = \int_0^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

541

Fie $a, b \in \mathbb{R}$. Dacă $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este o funcție integrabilă cu perioada $T > 0$, atunci integrala

$$\int_a^{a+T} f(x+b)\,\mathrm{d}x,$$

nu depinde de a și b.

542

(Prima formula de medie pentru integrala Riemann) Dacă $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ este continuă și $g\colon [a,b] \to [0,\infty)$ este integrabilă, atunci există $c \in [a,b]$ astfel încât

$$\int_a^b f(x)g(x)\mathrm{d}x = f(c)\int_a^b g(x)\mathrm{d}x.$$

***

3

Geometrie analitică

543

Fie punctele $A(\lambda, 1)$, $B(2,3)$, $C(3,-1)$. Să se determine λ astfel încât punctul A să se afle pe dreapta determinată de punctele B și C.

A 2 B 3 C $\frac{5}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{2}{3}$

544

Dreptele $4x-y+2=0$, $x-4y-8=0$, $x+4y-8=0$ determină un triunghi. Centrul cercului înscris în triunghi este

A $\left(\frac{6}{5},0\right)$ B $\left(\frac{6}{5},1\right)$ C $\left(\frac{5}{6},0\right)$ D $\left(\frac{5}{6},1\right)$ E $\left(\frac{6}{5},\frac{5}{6}\right)$

545

Triunghiul ABC are latura $[AB]$ pe dreapta $4x+y-8=0$, latura $[AC]$ pe dreapta $4x+5y-24=0$, iar vârfurile B și C pe axa Ox. Ecuația medianei corespunzătoare vârfului A este:

A $2x+3y=0$ B $3x+2y=0$ C $5x+y=9$ D $4x+3y-16=0$
E $x+4y-17=0$

546

Se dau punctele $A(2,1)$ și $B(0,-1)$. Ecuația simetricei dreptei AB față de dreapta OA este:

A $x+2y-1=0$ B $3x-7y+1=0$ C $2x+y+5=0$ D $x+y+1=0$
E $x-7y+5=0$

547

Fie triunghiul ABC, unde $B(-4,-5)$. Ecuația înălțimii duse din A este $5x+3y-4=0$. Ecuația dreptei BC este:

A $5y-3x+13=0$ B $3x-5y+37=0$ C $y=-5$ D $x+y-2=0$ E $y-2x=3$

548

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(-3,-4)$ și $C(3,-4)$. Coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC sunt:

A $(1,1)$ B $(-1,0)$ C $(0,0)$ D $(0,1)$ E $(0,-1)$

549

Fie C simetricul punctului $A(-1,-3)$ față de punctul $B(2,1)$. Care sunt coordonatele punctului C?

A $(5,5)$ B $(4,5)$ C $(6,5)$ D $(5,6)$ E $(4,6)$

550

Fie punctele $A(0,2)$ și $B(3,3)$. Notăm cu P proiecția punctului $O(0,0)$ pe dreapta AB. Care sunt coordonatele punctului P? Care este aria triunghiului OAB?

A $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ B $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);6$ C $\left(\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ D $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);3$ E $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);6$

551

Fie $A(0,-1)$, $d_1 : x-y+1=0$ și $d_2 : 2x-y=0$. Coordonatele punctelor $B \in d_1$ și $C \in d_2$ pentru care dreptele d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC sunt:

A $(0,1)$, $(3,6)$ B $(0,1)$, $(0,1)$ C $(-1,0)$, $(1,1)$ D $(0,0)$, $(-1,1)$
E $(-1,-1)$, $(1,1)$

552

Fie dreptele

$$\begin{aligned} (AB): &\quad x+2y-1 &= 0\\ (BC): &\quad 2x-y+1 &= 0\\ (AC): &\quad 2x+y-1 &= 0 \end{aligned}$$

care determină triunghiul ABC. Bisectoarea unghiului B are ecuația:

A $x-3y+2=0$ B $x+y-1=0$ C $3x-y+2=0$ D $x-y+1=0$
E $x-y+5=0$

553

Pentru ce valori ale parametrului α ecuațiile $3\alpha x-8y+13=0$, $(\alpha+1)x-2\alpha y-5=0$ reprezintă două drepte paralele:

A $\alpha_1=-2,\ \alpha_2=\frac{1}{3}$ B $\alpha_1=-2,\ \alpha_2=-\frac{1}{3}$ C $\alpha_1=2,\ \alpha_2=\frac{2}{3}$
D $\alpha_1=2,\ \alpha_2=-\frac{2}{3}$ E $\alpha_1=\frac{1}{2},\ \alpha_2=3$

554

Se consideră în plan punctele $A(0,0)$, $B(2,0)$ și dreapta de ecuație $d: x-2y+10=0$. Valoarea minimă a sumei $S(M)=MA+MB$, când punctul M parcurge dreapta d este:

A 2 B 10 C $\sqrt{101}$ D $\sqrt{98}$ E $7\sqrt{2}$

555

Dreapta care trece prin $C(1,2)$, neparalelă cu AB față de care punctele $A(-1,1)$ și $B(5,-3)$ sunt egal depărtate, are ecuația:

A $3x+y-5=0$ B $2x+y-4=0$ C $3x+2y-6=0$ D $2x+3y-4=0$
E $2x+3y-6=0$

556 Fie punctele $A(1,1)$, $B(2,-3)$, $C(6,0)$. Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

A $(4,4)$ B $(5,4)$ C $(3,5)$ D $(3,3)$ E $(4,5)$

557 Raza cercului care trece prin punctele $A(-4,0)$, $B(4,4)$, $O(0,0)$ este:

A 6 B 7 C 8 D $2\sqrt{10}$ E $3\sqrt{5}$

558 Laturile AB, BC, CA ale triunghiului ABC au respectiv ecuațiile:

$$x+21y-22=0,\quad 5x-12y+7=0,\quad 4x-33y+146=0.$$

Distanța de la centrul de greutate al triunghiului ABC la latura BC este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

Se dau punctele $A(0,1), B(-1,0), C(6,2)$, și $D(1,1)$.

559 Simetricul punctului C față de dreapta AB este:

A $C'(-6,2)$ B $C'(6,-2)$ C $C'(-6,-2)$ D $C'(1,7)$ E $C'(1,4)$

560 Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM + MC$ este minimă sunt:

A $(1,-3)$ B $(1,2)$ C $(-1,2)$ D $(1,3)$ E $(2,3)$

561 Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM^2 + MC^2$ este minimă sunt:

A $(3,4)$ B $(\frac{7}{4},\frac{15}{4})$ C $(2,3)$ D $(\frac{7}{3},3)$ E $(3,5)$

Se consideră în planul xOy punctele $S(0,12), T(16,0)$ și $Q(x,y)$ un punct variabil situat pe segmentul $[ST]$. Punctele P și R aparțin axelor de coordonate astfel încât patrulaterul $OPQR$ să fie dreptunghi.

562 Ecuația dreptei ST este:

A $3x+4y-48=0$ B $-3x-4y+12=0$ C $3y-4x-36=0$ D $3x-y+12=0$ E $y-4x+64=0$

563 Aria dreptunghiului $OPQR$ este:

A $-3x^2+12x$ B $12x-\frac{3}{4}x^2$ C $3x^2+12x$ D $-4x^2+12x$ E $48x-\frac{3}{4}x^2$

564 Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $OPQR$ este:

A 32 B 48 C 64 D 96 E 84

Punctul $A(-4, 1)$ este un vârf al pătratului $ABCD$ parcurs în sens trigonometric, căruia îi cunoaștem o diagonală de ecuație $3x - y - 2 = 0$.

565 Aria pătratului $ABCD$ este:

A 45 B 15 C 90 D 30 E $\frac{45}{2}$

566 Punctul C are coordonatele:

A $(4, -1)$ B $(5, -2)$ C $(6, 1)$ D $(\frac{9}{2}, -\frac{7}{2})$ E $(\frac{11}{2}, -\frac{1}{2})$

Fie în planul xOy punctele $A(4, 0)$, $B(5, 1)$, $C(1, 5)$, $D(0, 4)$.

567 Patrulaterul $ABCD$ este:

A patrulater oarecare B trapez isoscel C romb D dreptunghi E trapez dreptunghic

568 Aria patrulaterului este

A 4 B 8 C 1 D 16 E 2

569 Simetricul punctului A față de dreapta BC este punctul de coordonate

A $(1, 5)$ B $(5, 1)$ C $(5, 2)$ D $(6, 2)$ E $(6, 4)$

570 În sistemul cartezian xOy, o dreaptă variabilă d care conține punctul $A(0, 5)$ intersectează dreptele $x - 2 = 0$ și $x - 3 = 0$ în punctele B, respectiv C. Să se determine panta m a dreptei d astfel încât segmentul BC să aibă lungime minimă.

A $m = 0$ B $m = -1$ C $m \in \mathbb{R}$ D $m = 2$ E nu există

571 Fie dreapta $\mathcal{D} : x + y = 0$ și punctele $A(4, 0)$, $B(0, 3)$. Valoarea minimă a sumei $MA^2 + MB^2$, pentru $M \in \mathcal{D}$ este:

A $\frac{99}{4}$ B 25 C $\frac{101}{4}$ D 26 E $\frac{105}{4}$

Se consideră expresia $E(x,y) = x^2 + y^2 - 6x - 10y$.

572 Distanța de la punctul (x,y) la punctul $(3,5)$ este:

A $\sqrt{E(x,y)+34}$ B $\sqrt{E(x,y)-34}$ C $\sqrt{E(x,y)}$ D $\sqrt{E(x,y)+1}$
E alt răspuns

573 Valoarea minimă a lui $E(x,y)$, pentru $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, este:

A 0 B -34 C 34 D -1 E 1

574 Se consideră mulțimea $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2y \le 0\}$. Valoarea maximă a lui $E(x,y)$, pentru $(x,y) \in D$, este:

A 8 B 0 C 4 D 6 E 2

Fie ABC un triunghi. Notăm cu G centrul său de greutate, cu O centrul cercului circumscris, cu H ortocentrul, cu I centrul cercului înscris și $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$.

575 Punctul M din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{\mathbf{0}}$ este:

A G B H C I D O E A

576 Punctul N din planul triunghiului ABC pentru care $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{\mathbf{0}}$ este:

A G B H C I D O E A

577 Punctul R din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{RC} = \overrightarrow{RH}$ este:

A G B H C I D O E A

***

4

Trigonometrie

578 Funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(4x) + \cos\left(\sqrt{2}x\right)$, are perioada:

A 2 B 2π C $\sqrt{2}\pi$ D $\sqrt{2}$ E nu este periodică

579 Valoarea lui $\arcsin(\sin 3)$ este:

A 3 B -3 C 0 D $\pi - 3$ E $-\cos 3$

580 Valoarea lui $\sin 15^\circ$ este:

A $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$ C $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{4}$ D $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ E $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{4}$

Fie numerele complexe $z_k = \cos\dfrac{2k\pi}{5} + i\sin\dfrac{2k\pi}{5}$, $k = 1, 2, 3, 4$.

581 Ecuația polinomială ale cărei rădăcini sunt numerele z_k $(k = 1, 2, 3, 4)$ este:

A $x^4 + 1 = 0$ B $x^5 - 1 = 0$ C $x^5 + 1 = 0$ D $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ E $x^4 + x^2 + 1 = 0$

582 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5} + \cos\frac{6\pi}{5} + \cos\frac{8\pi}{5}$ este:

A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 1 E 2

583 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5}$ este:

A $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ B $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ D $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ E 1

584 $\cos x \cos \dfrac{5\pi}{4} - \sin x \sin \dfrac{5\pi}{4} = 1$ dacă și numai dacă:

A $x \in \left\{2k\pi - \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $x \in \left\{k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $x \in \left\{k\pi - \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $x \in \left\{2k\pi - \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $x \in \left\{2k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

Se consideră funcția $f(x) = \cos^{2n} x + \sin^{2n} x,\ \ n \in \mathbb{N},\ \ n \geq 2,\ \ x \in \mathbb{R}$.

585 Mulțimea soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

A $\{2k\pi\}_{k\in\mathbb{Z}}$ B $\left\{2k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ C $\left\{k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ D $\left\{k\frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ E $\emptyset$

586 Mulțimea valorilor funcției f este

A $[0,1]$ B $[-1,1]$ C $[0,\frac{1}{n}]$ D $[\frac{1}{2^{n-1}},1]$ E Alt răspuns

Se consideră ecuația: $(\sin x + \cos x)^n - a\ \sin x \cos x + 1 = 0,\quad n \in \mathbb{N},\quad a \in \mathbb{R}$.

587 Pentru $n = 2$ ecuația are soluție dacă și numai dacă

A $a \in [2,6]$ B $a \in (-\infty,-2] \cup [6,\infty)$ C $a \in (-2,6)$ D $a \in (-1,1]$ E alt răspuns

588 Pentru $n = 1$ și $a = 3$ mulțimea soluțiilor ecuației este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\emptyset$ C $\{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{2k\pi - \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ E $\{2k\pi + \frac{\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$

589 Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \frac{7}{25}$, atunci $\sin x$ este:

A $-\frac{24}{25}$ B $-\frac{7}{8}$ C $-\frac{23}{25}$ D $\frac{7}{8}$ E $\frac{24}{25}$

590 $\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{12}$ are valoarea:

A $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ B $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ C $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E alt răspuns

Fie x_1 și x_2 rădăcinile ecuației $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$.

591 $\operatorname{arctg} x_1 + \operatorname{arctg} x_2$ este:

A $\frac{\pi}{2}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{3\pi}{8}$ D $\frac{3\pi}{4}$ E $\frac{\pi}{4}$

592 $\operatorname{arctg} x_1 \cdot \operatorname{arctg} x_2$ este:

A $\frac{\pi^2}{8}$ B $\frac{3\pi^2}{16}$ C $\frac{3\pi^2}{64}$ D $\frac{3\pi^2}{32}$ E $\frac{\pi^2}{16}$

593

Fie $x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$ cu proprietatea că $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$. Atunci perechea $(\sin x, \cos x)$ este:

A $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ B $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ C $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{-2}{\sqrt{5}}\right)$ D $\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{-1}{\sqrt{5}}\right)$ E $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

594

Pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ expresia $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$ este egală cu:

A $2\sin^2(a+b)$ B $2\cos^2(a+b)$ C $4\sin^2\frac{a-b}{2}$ D $4\cos^2\frac{a-b}{2}$ E 2

595

Oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, suma $\sin^6 x + \cos^6 x$ este egală cu:

A $3 - \sin^2 x \cos^2 x$ B $1 - 3\sin^2 2x$ C 1 D $\frac{2}{3}$ E $1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$

596

Dacă $E = \cos^2(a+b) + \cos^2(a-b) - \cos 2a \cdot \cos 2b$ atunci, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ are loc egalitatea:

A $2E = 1$ B $E = 1$ C $2E + 1 = 0$ D $E = 0$ E $E = -1$

597

Dacă numerele reale α și β satisfac egalitatea

$$(\cos\alpha + \cos\beta)^2 + (\sin\alpha + \sin\beta)^2 = 2\cos^2\frac{\alpha-\beta}{2},$$

atunci:

A $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$ B $\alpha - \beta \in \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}.\}$ C $\alpha - \beta \in \{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}.\}$
D $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{2} + 4k\pi | k \in \mathbb{Z}.\right\}$ E $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{6} + 10k\pi | k \in \mathbb{Z}.\right\}$

598

Numărul $\operatorname{arctg}\frac{1}{3} + \operatorname{arctg}\frac{1}{5} + \operatorname{arctg}\frac{1}{7} + \operatorname{arctg}\frac{1}{8}$ este egal cu:

A $\frac{\pi}{12}$ B $\frac{\pi}{6}$ C $\frac{\pi}{4}$ D $\frac{5\pi}{12}$ E $\frac{\pi}{2}$

599

Inversa funcției $f : \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \to [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$, este funcția $f^{-1} : [-1, 1] \to \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ definită prin:

A $f^{-1}(x) = \pi + \arcsin x$ B $f^{-1}(x) = \pi - \arcsin x$ C $f^{-1}(x) = \arcsin x$
D $f^{-1}(x) = 2\pi - \arcsin x$ E $f^{-1}(x) = -\pi + \arcsin x$

600

Egalitatea $\arcsin(\sin x) = x$ are loc pentru:

A orice $x \in \mathbb{R}$ B orice $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sin x \in (-1, 1)$
C orice $x \in [0, 2\pi)$ D $\emptyset$ E orice $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

601 Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care expresia

$$E(x) = \sqrt{\cos^4 x + m\sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + m\cos^2 x}$$

este constantă pe $\mathbb{R}$ este:

A $\{0\}$ B $\{0,4\}$ C $\{1,4\}$ D $\{-1,0\}$ E $\emptyset$

602 Valorile minimă m și maximă M ale expresiei $E(x) = \cos^2 x - 4\sin x$, unde $x \in \mathbb{R}$, sunt:

A $m=-1,\ M=1$ B $m=-5,\ M=5$ C $m=-4,\ M=3$ D $m=-4,\ M=4$ E $m=-3,\ M=3$

603 Mulțimea soluțiilor ecuației $2\cos^2 x - 11\cos x + 5 = 0$ este:

A $\emptyset$ B $\left\{-\frac{\pi}{3}+2k\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\pm\frac{\pi}{4}+2k\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{-\frac{\pi}{3}+2k\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{4}+k\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$

604 Ecuația $4\sin^2 x - 4\sin x + 1 = 0$ are următoarea mulțime de soluții:

A $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{4}+k\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{3}+k\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{6}+k\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{(-1)^{k+1}\frac{\pi}{3}+2k\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{(-1)^{k+1}\frac{\pi}{4}+2k\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$

605 Dacă $x \in \mathbb{R}$ și $\sin(\pi\cos x) = \cos(\pi\sin x)$, atunci $\cos 4x$ este:

A $-\frac{1}{8}$ B $\frac{1}{8}$ C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E 0

Fie S_n, $n \in \mathbb{N}^*$, mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x\,\sin 2x\,\ldots\,\sin nx = 1$.

606 S_1 este:

A $\{\frac{\pi}{2}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$ B $\{(-1)^k\frac{\pi}{2}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$ C $\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$ D $\{\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{2}\}$ E $\emptyset$

607 S_{100} este:

A $\{\frac{\pi}{101}+k\pi/k\in\mathbb{Z}\}$ B $\{\frac{\pi}{101}+2k\pi/k\in\mathbb{Z}\}$ C $\emptyset$ D $\bigsqcup_{n=1}^{100}\{\frac{\pi}{5n}+\frac{k\pi}{n+1}/k\in\mathbb{Z}\}$ E $\{\frac{\pi}{6}+k\,\pi/k\in\mathbb{Z}\}$

608 Mulțimea soluțiilor ecuației $\cos 2x = \cos x$ este:

A $\left\{\frac{2k\pi}{3}\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{2k\pi}{7}\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{2k\pi}{3}\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{2k\pi}{7}\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\{2k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$ E $\{\pi+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$

609

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x = \cos 3x$ este:

A $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ D $\left\{-\frac{4k\pm1}{8}\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

610

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin 5x = \sin x$ este:

A $\left\{\frac{k\pi}{5-(-1)^k} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{k\pi}{5} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{k\pi}{10} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{(-1)^k \arcsin \frac{1}{5} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

611

Ecuația $2\,\mathrm{tg}\, x + \mathrm{ctg}\, x = 3$ are următoarele soluții în intervalul $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$:

A $\frac{\pi}{4}$ și $\frac{\pi}{6}$ B $\frac{\pi}{4}$ și $\mathrm{arctg}(-5)$ C $\frac{\pi}{12}$ D $\frac{\pi}{4}$ și $\mathrm{arctg}\, \frac{1}{2}$ E $\frac{\pi}{4}$ și $\mathrm{arctg}\, 2$

612

Dacă $\sqrt{3} \sin x + \cos x - 2 = 0$, atunci:

A $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z};$ B $x = \frac{\pi}{6} + (-1)^k \frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z};$
C $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z};$ D $x = k\pi - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z};$ E $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

613

Ecuația $\sin x + p \cos x = 2p,\ p \in \mathbb{R}$, are soluții pentru:

A $|p| > 5$ B $p \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$ C $|p| > \frac{2}{3}$ D $|p| = 3$ E $3p^2 > 1$

614

Soluțiile ecuației $-2\sin^2 x + \cos^2 x + 4 \sin x \cos x - 2 = 0$ sunt:

A $\mathrm{arctg}\, \frac{1}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ B $\mathrm{arctg}\, \frac{1}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ C $\mathrm{arctg}\, \frac{1}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ D $\mathrm{arctg}\, \frac{1}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ E $\mathrm{arctg}\, 1 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

615

Valoarea lui $\cos x$ care verifică ecuația $2\sin^2 2x - 2 \sin x \sin 3x = 4 \cos x + \cos 2x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E 0

616

Următoarea mulțime reprezintă soluția ecuației $\sin^2 x + \mathrm{tg}^2 x = \frac{3}{2}$:

A $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right\}$
C $\left\{\pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{\pm\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

617

Mulțimea tuturor valorilor $x \in \mathbb{R}$ care verifică egalitatea

$$3(\cos^4 x + \sin^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1$$

este:

A $\emptyset$ B $\mathbb{R}$ C $\left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ E $\{2k\pi | k \in \mathbb{N}\}$

618

Mulțimea soluțiilor ecuației

$$\left(\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}-\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}\right)\left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}-\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}\right)=-4$$

este:

A $\{k\pi | k\in\mathbb{Z}\}$ B $\bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}}(\pi+2k\pi, 2\pi+2k\pi)$ C $\bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}}\left((2k-1)\frac{\pi}{2}, k\pi\right)$
D $\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ E $\{2k\pi | k\in\mathbb{Z}\}$

619

Fie $x\in\mathbb{R}$. Valoarea expresiei

$$\left(\sin x-2\sqrt[3]{\sin x\cos^2 x}\right)^2+\left(\cos x-2\sqrt[3]{\sin^2 x\cos x}\right)^2$$

este:

A 1 B 2 C $\sin x+\cos x$ D $\sin^3 x+\cos^3 x$ E $\sqrt[3]{\sin x}+\sqrt[3]{\cos x}$

620

Ecuația $\cos^4 x-\sin^4 x=1+\sin 2x$ are următoarea mulțime de soluții:

A $\emptyset$ B $\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{3\pi}{4}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\{k\pi | k\in\mathbb{Z}\}\cup\left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$
E $\{2k\pi | k\in\mathbb{Z}\}$

621

Egalitatea $\max(\sin x, \cos x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ este adevărată dacă și numai dacă:

A $x\in\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $x\in\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $x\in\left\{-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right\}$
D $x\in\left\{\frac{11\pi}{6}+2k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$
E $x\in\left\{\pm\frac{\pi}{6}+2k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{2\pi}{3}+2k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$

622

Mulțimea soluțiilor ecuației $4\sin x\cos^3 x-4\sin^3 x\cos x=1$ este:

A $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{2}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{8} | k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2} | k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4} | k\in\mathbb{Z}\right\}$

623

Soluția ecuației $2\arcsin x=\arccos 2x$ este:

A $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{6}$ D $\sqrt{2}-1$ E $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

624

Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația
$(\sin x-m)^2+(2m\sin x-1)^2=0$ are soluții este:

A $[-1,1]$ B $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ C $\{-1,0,1\}$ D $\left[-\frac{1}{2},0\right)\cup\left(0,\frac{1}{2}\right]$ E $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

625

Dacă S este mulțimea soluțiilor ecuației $(1-\cos x)^4+2\sin^2 x^2=0$, atunci:

A $S=\emptyset$ B $S\cap\mathbb{Q}=\emptyset$ C $S=\{\pi\}$ D $S=\{0\}$ E $S=\{0,2\pi\}$

626 Ecuația $\sin x + \cos 2x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

A $m \in \left[0, \frac{9}{8}\right]$ B $m = 1$ C $m = -3$ D $m < -2$ E $m \in \left[-2, \frac{9}{8}\right]$

627 Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația $\cos^2 x + (m+1)\sin x = 2m - 1$ are soluții este:

A $[1, 2]$ B $\emptyset$ C $\{0\}$ D $[0, 2]$ E $[3, \infty)$

628 Ecuația $\sin^6 x + \cos^6 x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

A $m \leq 2$ B $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$ C $m = 1$ D $0 \leq m \leq 2$ E $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$

629 Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x + \sin 2x = 2$ este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\left\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{\arcsin \frac{1}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\emptyset$

Se consideră funcția $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R},\ \ f(x) = 3\cos^2 x - 4\sin x$.

630 Soluția ecuației $f(x) = \dfrac{1}{4}$ este:

A $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right\}$ D $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ E $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

631 Valoarea maximă a funcției f este:

A -1 B $\frac{13}{3}$ C 3 D $\frac{11}{3}$ E $\frac{14}{3}$

632 Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are soluție este:

A $\left[-4, \frac{13}{3}\right]$ B $\left[-3, \frac{11}{3}\right]$ C $\left[-4, \frac{14}{3}\right]$ D $\left[-3, \frac{13}{3}\right]$ E $\left[-4, \frac{11}{3}\right]$

633 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 5$ este:

A 2 B 1 C 0 D 3 E 4

634 Să se arate că dacă $a = 41,\ b = 28$ și $c = 15$, atunci triunghiul ABC este:

A dreptunghic B ascuțitunghic C obtuzunghic D isoscel E echilateral

635 Să se determine unghiurile A și C ale triunghiului ABC dacă $a = \sqrt{2},\ b = 2,\ B = \frac{\pi}{4}$.

A $A = \frac{\pi}{4},\ C = \frac{\pi}{2}$ B $A = \frac{\pi}{6},\ C = \frac{7\pi}{12}$ C $A = \frac{\pi}{3},\ C = \frac{5\pi}{12}$
D $A = \frac{7\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{6}$ E $A = \frac{5\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{3}$

636 În triunghiul ABC avem $BC = 4$, $m(\widehat{A}) = 60°$, $m(\widehat{B}) = 45°$. Atunci AC are lungimea:

A $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ C $\sqrt{6}$ D $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ E $\frac{5\sqrt{6}}{3}$

Fie $z = \left(1 + \frac{2i}{1-i}\right)^{2005}$.

637 Valoarea lui z este:

A 1 B $2i$ C $-i$ D i E $-2i+1$

638 Modulul lui $z + i$ este:

A $\sqrt{2}$ B 2 C 1 D $\sqrt{3}$ E $\sqrt{5}$

639 Valoarea expresiei $\overline{2z + \bar{z}}$ este

A $-i$ B $-2i$ C $2i+3$ D 3 E i

Fie $x = \frac{1}{4}(\sqrt{3} + i)$. Atunci:

640 x^{2004} este

A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2005}}$ B $-\frac{1}{2^{2004}}$ C 0 D $\frac{1}{2^{2004}}$ E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2005}}$

641 x^{2008} este

A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2009}}$ B $-\frac{1}{2^{2008}}$ C 0 D $\frac{1}{2^{2008}}$ E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2009}}$

642 Dacă $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ și $S = \{z \in \mathbb{C} \mid (z+i)^n = (z-i)^n\}$, atunci:

A S are n elemente, $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;
B $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{tg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n;\ k \in \mathbb{N};\ k \neq \frac{n}{2}\}$
C $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
D $S = \{\operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
E $S \cap \mathbb{R}$ are cel mult două elemente, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$

643 Fie triunghiul ABC pentru care $\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{a}{b+c}$. Atunci triunghiul este:

A echilateral B dreptunghic cu $A = \frac{\pi}{2}$ C dreptunghic cu $B = \frac{\pi}{2}$ sau $C = \frac{\pi}{2}$
D ascuțitunghic E obtuzunghic

644

Fie $z = \dfrac{(\sqrt{3}+i)^n}{(\sqrt{3}-i)^m}$, $m, n \in \mathbb{N}$. Să se determine relația dintre m și n astfel încât z să fie real.

A $n - m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$ **B** $n + m = 3k,\ k \in \mathbb{N}$ **C** $n - m = 3k,\ k \in \mathbb{Z}$ **D** $n - m = 0$
E $n + m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$

645

Numărul $E = (\cos\alpha - i\sin\alpha)(\cos 5\alpha + i\sin 5\alpha)$ este real pentru

A $\alpha = \frac{k\pi}{4},\ k \in \mathbb{Z};$ **B** $\alpha = \frac{k\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z};$ **C** $\alpha = k\pi,\ k \in \mathbb{Z};$
D $\alpha = \frac{k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z};$ **E** $\alpha = \frac{2k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$

Fie numărul complex $u = 2 + 2i$.

646

Forma trigonometrică a numărului complex u este:

A $u = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$ **B** $u = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$ **C** $u = 2\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} - i\sin\frac{3\pi}{4})$
D $u = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$ **E** $u = 2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4})$

647

u^{100} este:

A 2^{100} **B** $2^{100}i$ **C** $-2^{150}i$ **D** -2^{150} **E** -2^{200}

648

Fie mulțimea $A = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| \le |z-i| \text{ și } |z-u| \le 1\}$. Modulul lui $z \in A$ pentru care argumentul lui z este minim este:

A 3 **B** $\sqrt{8}$ **C** $\sqrt{7}$ **D** 1 **E** $\sqrt{6}$

Se consideră numerele complexe
$z_1 = \sin a - \cos a + i(\sin a + \cos a)$, $\quad z_2 = \sin a + \cos a + i(\sin a - \cos a)$.

649

Mulțimea valorilor lui a pentru care numărul complex $w = z_1^n + z_2^n$ are modulul maxim este:

A $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{\frac{k\pi}{n} + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\frac{2k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\{\frac{k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** alt răspuns

650

Mulțimea valorilor lui a pentru care $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$ este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\emptyset$ **E** $\{2k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$

651

Valorile lui n pentru care $z_1^n z_2^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, este real și pozitiv sunt:

A $n = 5$ **B** $n = 4k,\ k \in \mathbb{N}^*$ **C** $n = 8k+1,\ k \in \mathbb{N}^*$ **D** $n = 0$ **E** $n = 8k+2,\ k \in \mathbb{Z}$

Pentru n și k numere naturale nenule cu n fixat, notăm $a_k = \cos \dfrac{2k\pi}{n} - 2 + i \sin \dfrac{2k\pi}{n}$.

652 Valoarea $\overline{a_n}$ este:

A 1 B i C -1 D 0 E $-i$

653 Valoarea sumei $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, $n > 1$, este:

A $-2n$ B $2n$ C $1 - 2^n$ D $ni - 2n$ E $i + 2n$

654 Valoarea produsului $a_1 a_2 \dots a_n$ este:

A $2^n - 1$ B $(-1)^{n-1}(2^{n+1} - 1)$ C $(2n-1)(-1)^n$ D $(-1)^n(2^n - 1)$ E 0

655 Să se calculeze expresia $E = (\sqrt{3} - i)^8(-1 + i\sqrt{3})^{11}$:

A $E = 2^{11}$; B $E = 2^{19}$; C $E = 2^{15}$; D $E = 2^5$; E 2^7

656 Dacă $z + \frac{1}{z} = 2\cos\alpha$, atunci expresia $E = z^n + z^{-n}$ are, pentru orice $n \in \mathbb{Z}$ și pentru orice $\alpha \in \mathbb{R}$, valoarea:

A $zi \sin n\alpha$ B $\cos n\alpha + i \sin n\alpha$ C $\operatorname{tg} n\alpha$ D $2\cos n\alpha$ E $\sin n\alpha + \operatorname{tg} n\alpha$

657 Câte rădăcini complexe are ecuația $z^3 = \overline{z}$?

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

658 Câte rădăcini complexe are ecuația $z^{n-1} = i\,\overline{z},\ n > 2,\ n \in \mathbb{N}$?

A $n-2$ B $n-1$ C n D $n+1$ E $n+2$

659 Fie numărul complex $z = \left(\dfrac{\sqrt{3} - i}{1 + i}\right)^{12}$. Este adevărată afirmația

A $z = 2^6$ B $\arg z = \pi$ C $|z| = 2^{12}$ D $z = 64i$ E $\arg z = 2\pi$

5

Simulare admitere 12 mai 2018

660 $\int_{-1}^{1} \ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right) \mathrm{d}x$ este:

A $-\mathrm{e}$ B $\ln 2$ C $-\ln 2$ D 0 E $2\ln 2$

661 $\int_{0}^{1} \frac{\mathrm{d}x}{2x^2-2x+1}$ este:

A π B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{2}$ D $\ln 2$ E $\frac{\pi}{2}\ln 2$

662 $\int_{0}^{1} \sqrt{\frac{x}{1+x^3}} \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{3}{2}\ln 3$ B $\frac{2}{3}\ln\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$ C $\frac{2}{3}\ln 2$ D $\frac{2}{3}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$ E $\frac{3}{2}\ln 2$

663 $\int_{-1}^{1} \frac{x}{e^x+x+1} \mathrm{d}x$ este:

A 0 B $\ln\frac{\mathrm{e}}{1+\mathrm{e}}$ C $\ln\frac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}-1}$ D $\frac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}-1}$ E $\ln\frac{\mathrm{e}}{2+\mathrm{e}}$

664 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x+1}{x+1}$ este:

A 0 B 2 C 1 D ∞ E e

665 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\ln\left(e^x + 2^x\right) - \sqrt{x^2 - 4x + 1}\right)$ este:

A ∞ B 0 C 2 D $\ln 2$ E 4

666 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^{x^a} - x^{x^b}}{\ln^2 x}$, $a, b \in \mathbb{R}$, este:

A $\dfrac{a-b}{2}$ B $b-a$ C $e^a - e^b$ D $ab(a-b)$ E $a-b$

Se consideră funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{2x}(x^2 + x + m)$, unde m este un parametru real.

667 $f(0)$ este:

A 0 B $m+3$ C $e^2(m+3)$ D m E $-m$

668 f este monotonă pe $\mathbb{R}$ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $[\frac{1}{4}, 1]$ B $[0,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $\mathbb{R}$ E $[\frac{1}{2},\infty)$

669 f are două puncte de extrem dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(-\infty, \frac{1}{2})$ B $[0,\infty)$ C $(-2,2)$ D $\mathbb{R}$ E $(-1,1)$

670 Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = |x-a| \sin x$, unde a este un parametru real. Numărul valorilor lui a pentru care f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A 2 B 0 C 1 D infinit E 4

671 Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin formula de recurență $x_{n+1} = x_n^2 - 2x_n + 2$, $x_0 = a \in \mathbb{R}$. Șirul este convergent dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $[1,2]$ B $[-1,1]$ C $[0,2]$ D $[0,1]$ E $[-1,0]$

672 Dacă $a = \log_6 2$, atunci $\log_3 12$ este:

A 4 B $\dfrac{2+a}{2-a}$ C $\dfrac{a+4}{a+3}$ D $\dfrac{1+a}{1-a}$ E $\dfrac{1}{4}$

Ecuația $x^2 - 2mx + 2m^2 - 2m = 0$, unde m este un parametru real, are rădăcinile reale x_1 și x_2.

673 Suma $x_1 + x_2$ este:

A $2m$ B 2 C $2m^2 - 2m$ D m E $-m$

674 Mulțimea valorilor produsului $x_1 x_2$ este:

A $[0, 4]$ B $\left[-\frac{1}{2}, 4\right]$ C $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ D $[-1, 2]$ E $\mathbb{R}$

Se consideră ecuația $x^5 + a^2x^4 + 1 = 0$, $a \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_i, $i = 1, \ldots, 5$.

675 Valoarea sumei $\sum\limits_{i=1}^{5} x_i$ este:

A $-5a$ B a^4 C $-a^2$ D 0 E $-a^4$

676 Valoarea sumei $\sum\limits_{i=1}^{5} \frac{1}{x_i^4}$ este:

A 0 B a^4 C $-5a^4$ D $-4a^2$ E a^3

677 Mulțimea valorilor lui a pentru care două dintre rădăcinile ecuației au partea imaginară negativă este:

A $[-1, 1]$ B $\emptyset$ C $(-\infty, 0]$ D $(-\infty, 0)$ E $\mathbb{R}$

678 Numărul valorilor parametrului real a pentru care sistemul $\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \end{cases}$ are cel puțin o soluție este:

A 0 B 2 C 1 D 3 E infinit

679 Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $\lambda \in \mathbb{R}$ astfel ca $A^2 - \lambda A + \lambda^2 I_2 = O_2$. Matricea A^{2018} este:

A $\lambda^{2018} I_2$ B A C $\lambda^{2016} A^2$ D $\lambda^2 A^2$ E O_2

Se consideră grupul $(G, \star)$, unde $G = (-1, 1)$ și $x \star y = \dfrac{x+y}{1+xy}$.

680 $\dfrac{2}{3} \star \dfrac{3}{4}$ este:

A $\dfrac{9}{12}$ B 0 C 1 D $\dfrac{14}{15}$ E $\dfrac{17}{18}$

681 Elementul neutru al grupului $(G, \star)$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B 0 C $-\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

682 Dacă $\big((0, \infty), \cdot\big)$ este grupul multiplicativ al numerelor reale pozitive, atunci funcția crescătoare $f\colon G \to (0, \infty)$, $f(x) = \dfrac{a+x}{b-x}$, este un izomorfism de grupuri pentru:

A $a = b = 2$ B $a = -b = 1$ C $a = -b = -1$ D $a = b = -1$ E $a = b = 1$

683 $\dfrac{1}{2} \star \dfrac{1}{4} \star \cdots \star \dfrac{1}{10}$ este:

A $\dfrac{5}{6}$ B $\dfrac{10}{13}$ C $\dfrac{11}{15}$ D $\dfrac{7}{9}$ E $\dfrac{8}{9}$

684

Numărul valorilor parametrului real m pentru care ecuația
$\sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} = m$ are soluții este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

Fie $f\colon [0, 3\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos(4x)$.

685 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ este:

A 2 B 1 C 0 D $\sqrt{2}$ E $2\sqrt{2}$

686 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 2$ este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 6

687

Ecuațiile dreptelor care sunt la distanță 2 de punctul $A(2, 1)$ și trec prin originea $O(0, 0)$ sunt:

A alt răspuns B $3x + 4y = 0$ C $y = \pm x$ D $2x \pm y = 0$ E $x \pm 2y = 0$

Se consideră punctele $A(6,0)$, $B(0,3)$ și $O(0,0)$ în plan.

688 Ecuația înălțimii din O a triunghiului AOB este:

A $x = 2y$ B $2y = 3x$ C $y = 2x$ D $x = y$ E $3x = y$

689 Coordonatele centrului de greutate al triunghiului AOB sunt:

A $(2,1)$ B $(1,1)$ C $(1,2)$ D $(2,2)$ E $(3,2)$

***

6

Admitere 16 iulie 2018

Calculați:

690 $\displaystyle\int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{x+3}$

A $\ln 2$ B $\ln 3$ C $\ln 4$ D $\ln 5$ E $\ln 8$

691 $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}$

A $\operatorname{arctg} \dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}+1}$ B $\operatorname{arctg} \mathrm{e} - \dfrac{\pi}{4}$ C $\operatorname{arctg} \dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}^2+1}$ D $\ln \dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}+1}$ E $\ln(2\mathrm{e})$

692 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(4x)}{\cos^4 x + \sin^4 x}\mathrm{d}x$

A $\ln 2$ B $\pi \ln 4$ C $\pi \ln 8$ D $\ln\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ E $\ln(\pi \mathrm{e})$

693 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Atunci $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n \int_0^{\pi} \{x\}^n \,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\pi}{2}$ B 4 C 2 D π E 3

694 $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{2\cdot 9^x + 5^x + 4}{9^{x+1} - 5^x + 2^x}$ este:

A $\dfrac{2}{9}$ B 2 C 1 D $\dfrac{1}{9}$ E $+\infty$

Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + ax$, unde a este un parametru real.

695 $f'(0)$ este:

A $1+a$ B a C $1-a$ D 1 E 0

696 Graficul lui f este tangent axei Ox dacă:

A $a=2$ B $a=-1$ C $a=1$ D $a=0$ E $a=3$

697 Pentru $a=-3$, numărul punctelor de extrem local ale funcției $g(x) = |f(x)|$, $x \in \mathbb{R}$, este:

A 4 B 1 C 2 D 3 E 5

698 Pentru $a=1$, $(f^{-1})'(2)$ este:

A $1/2$ B $1/4$ C $1/3$ D 0 E $+\infty$

Se consideră în plan punctul $A(0,-1)$, dreptele d_1: $x-y+1=0$, d_2: $2x-y=0$ și punctele $B \in d_1$, $C \in d_2$, astfel încât d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC.

699 Intersecția dreptelor d_1 și d_2 are coordonatele:

A $(-1,2)$ B $(2,3)$ C $(1,2)$ D $(-1,0)$ E $\left(-\frac{1}{2},-1\right)$

700 Punctul B are coordonatele:

A $(3,6)$ B $(0,1)$ C $(1,2)$ D $(-1,0)$ E $(-2,-1)$

701 Se consideră punctele $A(2,3)$ și $B(4,5)$. Mediatoarea segmentului $[AB]$ are ecuația:

A $2x-y=2$ B $2x+y=10$ C $x+2y=11$ D $-x+y=1$ E $x+y=7$

Se consideră polinomul $P(X) = X^{20} + X^{10} + X^5 + 2$, având rădăcinile $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{20}$. Notăm cu $R(X)$ restul împărțirii polinomului $P(X)$ prin $X^3 + X$.

702 $P(i)$ este:

A $2+i$ B $1+i$ C 2 D i E 0

703 $R(X)$ este:

A $2+X+X^2$ B $2+X$ C $2+X-X^2$ D X E 1

704 $\displaystyle\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{x_k - x_k^2}$ este:

A $\dfrac{15}{2}$ B 5 C 6 D 8 E 7

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și fie $A^n = \begin{pmatrix} x_n & -y_n \\ y_n & x_n \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Notăm $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

705 $2A - A^2$ este:

A $A + I_2$ B I_2 C $2I_2$ D O_2 E $A - I_2$

706 A^{48} este:

A O_2 B $2^{12}I_2$ C $2^{48}I_2$ D $2^{48}A$ E $2^{24}I_2$

707 $\dfrac{x_{10}^2 + y_{10}^2}{x_8^2 + y_8^2}$ este:

A 16 B 2 C 8 D 4 E 1

708 Perechea $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, pentru care $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1} + \sqrt{x^2+2x+2} - ax - b\right) = 0$, este:

A $\left(2, \dfrac{3}{2}\right)$ B $(-2,-1)$ C $(-2,-2)$ D $(2,-2)$ E $\left(-2, -\dfrac{3}{2}\right)$

709 $\lim\limits_{x\to 0} \mathrm{e}^{\frac{1}{x}} \cdot \sin x$ este:

A nu există B 0 C ∞ D $-\infty$ E 1

710 Se consideră șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n\geq 0}$, $a_0 = 1$, $a_1 = a$, $a_{n+1}^3 = a_n^2 a_{n-1}$, $n \geq 1$. Valoarea lui a, pentru care $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 8$, este:

A 2 B 16 C 8 D 32 E 4

Se consideră ecuația: $\cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cdot \cos x = m$, $m \in \mathbb{R}$.

711 Ecuația admite soluția $x = \dfrac{\pi}{2}$ pentru:

A $m = \dfrac{1}{4}$ B $m = 1$ C $m = 0$ D $m = -1$ E $m = -\dfrac{1}{4}$

712 Ecuația are soluție dacă și numai dacă m aparține intervalului:

A $[-1, 1]$ B $[-4, 4]$ C $\left[-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right]$ D $\left[-\dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{4}\right]$ E $[-2, 2]$

713 Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \dfrac{3}{5}$, atunci $\sin x$ este:

A $\dfrac{3}{4}$ B $\dfrac{4}{5}$ C $-\dfrac{4}{5}$ D 1 E $-\dfrac{3}{4}$

714 Dacă $\lg 5 = a$ și $\lg 6 = b$, atunci $\log_3 2$ este:

A $\dfrac{1+a}{a+b+1}$ B $\dfrac{1+a}{a-b+1}$ C $\dfrac{1-a}{a+b+1}$ D $\dfrac{1-a}{a+b-1}$ E $\dfrac{1-a}{b-1}$

715 Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ verifică relația $2\lg(x-2y) = \lg x + \lg y$, atunci mulțimea valorilor expresiei $\dfrac{x}{y}$ este:

A $\{4\}$ B $\{1\}$ C $\{1, 4\}$ D $\{1, 2, 4\}$ E $\emptyset$

716 Dacă $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $\alpha^3 = 1$, atunci $(1+\alpha)(1+\alpha^2)(1+\alpha^3)(1+\alpha^4)(1+\alpha^5)(1+\alpha^6)$ este:

A 64 B 0 C 16 D 4 E $8i$

Pe intervalul $(-1,1)$ se definește legea de compoziție $*$ prin
$x * y = \dfrac{2xy + 3(x+y) + 2}{3xy + 2(x+y) + 3}, \quad x, y \in (-1,1).$

717 Elementul neutru al legii $*$ este:

A 0 B $\dfrac{2}{3}$ C $-\dfrac{2}{3}$ D $\dfrac{1}{3}$ E $-\dfrac{1}{3}$

718 Dacă funcția $f : (-1,1) \to (0,\infty)$, $f(x) = a\dfrac{1-x}{1+x}$ verifică relația $f(x*y) = f(x)f(y)$, $\forall x, y \in (-1,1)$, atunci a este:

A $-\dfrac{2}{3}$ B $\dfrac{2}{3}$ C $-\dfrac{1}{3}$ D $\dfrac{1}{5}$ E $-\dfrac{1}{5}$

719 Numărul soluțiilor ecuației $\underbrace{x * x * \cdots * x}_{x \text{ de } 10 \text{ ori}} = \dfrac{1}{10}$ este:

A 2 B 0 C 1 D 10 E 5

***

7

Simulare admitere 18 mai 2019

720 Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A îl conțin pe 3 și îl au pe 7 ca fiind cel mai mare element?

A 2^5 B 2^7 C $2^7 - 1$ D C_7^3 E 2^6

Se consideră sistemul $(S): \begin{cases} x - 2y - 3z = b \\ 2x + y + az = 2 \\ 3x + y - 2z = 4 \end{cases}$ $a, b \in \mathbb{R}$.

721 Sistemul (S) este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \neq 1$ B $a \neq -1$ C $a = 1, b = 2$ D $a = 3, b \neq 2$ E $a \neq -2$

722 Sistemul (S) este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:

A $a = 1,\ b = -5$ B $a = -1,\ b = 4$ C $a = -1,\ b = 6$ D $a = -1,\ b = -6$ E $a = 1,\ b = 5$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (2m + 1)x^2 - 2(m + 2)x + m + 2$, unde m este un parametru real, $m \neq -\dfrac{1}{2}$.

723 Ecuația $f(x) = 0$ are o unică soluție dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $\{-1, 2\}$ B $\{-1, 1\}$ C $\{-2, 2\}$ D $\{-2, 1\}$ E $\{0, 1\}$

724 Funcția f admite un minim global negativ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $\left(-\dfrac{1}{2}, 1\right)$ B $[-1, 2)$ C $\left(-\dfrac{1}{2}, 1\right]$ D $\left(-\infty, -\dfrac{1}{2}\right) \cup (1, \infty)$ E $\left(-\infty, -\dfrac{1}{2}\right] \cup (1, \infty)$

725 Soluțiile reale x_1, x_2 ale ecuației $f(x) = 0$ verifică $x_1 < 2$ și $x_2 > 2$ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $\left[0, \dfrac{2}{5}\right)$ B $\left[-\dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{5}\right)$ C $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{2}{5}\right]$ D $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{2}{5}\right)$ E $\mathbb{R}$

Pe mulțimea $(0,\infty)$ se definește legea de compozitie "$\star$" prin $x \star y = x^{\frac{\lg y}{\lg a}}$, unde $a \in (0,\infty)\setminus\{1\}$ este fixat.

726 Elementul neutru este:

A 1 B $-\lg a$ C $\lg a$ D a^{-1} E a

727 Simetricul unui element $x \in (0,\infty)\setminus\{1\}$ în raport cu legea "$\star$" este:

A $e^{\frac{\lg^2 a}{\lg x}}$ B $10^{\frac{\lg^2 a}{\lg x}}$ C $10^{\frac{\lg x}{\lg^2 a}}$ D $e^{\frac{\lg x}{\lg^2 a}}$ E x^{-1}

728 $\underbrace{x \star x \star \cdots \star x}_{x \text{ apare de } n \text{ ori}}$ este:

A $10^{\frac{\lg^n x}{\lg^{n-1} a}}$ B $e^{\frac{\lg^n x}{\lg^n a}}$ C $10^{n\frac{\lg x}{\lg a}}$ D $e^{\frac{\lg x}{n\lg^2 a}}$ E $10^{\frac{\lg x}{n\lg a}}$

729

Fie $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ și $\operatorname{tr}(A) = a + d$. Atunci $\det(A + I_2) - 1 - \det A$ este:

A $2\operatorname{tr}(A) + 1$ B $\operatorname{tr}(A) + 1$ C $2\operatorname{tr}(A)$ D $\operatorname{tr}(A) - 1$ E $\operatorname{tr}(A)$

Fie ε rădăcina pozitivă a ecuației $x^2 - x - 1 = 0$
și matricea $A = \begin{pmatrix} -\varepsilon + 1 & \frac{1}{\varepsilon} \\ 1 & \varepsilon - 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

730 ε^3 este egal cu:

A $\varepsilon - 2$ B $2\varepsilon - 1$ C $2\varepsilon + 1$ D $-\varepsilon + 2$ E ε

731 $\det\left(A^{2019}\right)$ este:

A 1 B 0 C 2019 D -1 E ε

732 Matricea A^{2019} este:

A εI_2 B $-A$ C I_2 D $-\varepsilon I_2$ E A

733

Fie polinomul $P(x) = x^3 + 3x + 2$, cu rădăcinile $x_1,\ x_2,\ x_3$.
Polinomul cu rădăcinile $1 + x_1,\ 1 + x_2,\ 1 + x_3$ este:

A $x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ B $x^3 - 3x^2 - 5x - 1$ C $x^3 - 3x^2 - x + 2$ D $x^3 - 3x^2 + x - 1$ E $x^3 - 3x^2 - x - 5$

734

$\lim\limits_{n\to\infty} n \int_0^1 \frac{x^n}{1 + x + x^n}\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B $\ln 2$ C $\ln\frac{3}{2}$ D 2 E $2\ln 2$

735

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(n - \sum\limits_{k=1}^{n} \cos\frac{2k}{n\sqrt{n}}\right)$ este:

A 2 B $\frac{1}{2}$ C 1 D $\frac{2}{3}$ E $+\infty$

Se consideră funcția $f : [-2, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \mathrm{e}^{-x}(x^2 + x - 1)$.

736 Numărul asimptotelor lui f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

737 Numărul punctelor de extrem local ale lui f este:

A 4 B 2 C 0 D 1 E 3

738 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n}{\sqrt{n^2 + 2n}}$ este:

A 0 B $\dfrac{2}{3}$ C 1 D $\sqrt{2}$ E 2

739 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}$ este:

A 0 B 1 C $\sqrt{2}$ D $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ E nu există

740 Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \left|2x^2 - 3x + 1\right| \cdot \cos(a\,x)$, unde $a \in [0, 2\pi]$ este un parametru real. Numărul valorilor lui a pentru care funcția f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

741 $\displaystyle\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{1+x}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B $2\sqrt{3}$ C $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ D 2 E $\dfrac{7}{12}$

Fie $a \in \mathbb{R}$ și fie funcțiile $f, g : (-1, \infty) \to \mathbb{R}$ definite prin
$f(x) = ax^2 + x$, $g(x) = \ln(1 + x)$.

742 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ este:

A 0 B $2a + 1$ C 1 D ∞ E $a + 1$

743 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficele funcțiilor f și g au tangentă comună într-un punct comun este:

A $\mathbb{R}\setminus\left\{1 - \dfrac{1}{\mathrm{e}}\right\}$ B $(-\infty, 0]$ C $[0, \infty)$ D $\left[-\dfrac{1}{2}, \infty\right)$ E $\mathbb{R}$

Fie șirul de numere reale $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n\sqrt{1-x_n^2}$, unde $x_0 = a \in (0,1)$.

744 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A 1 B 0 C a D $\sqrt{1-a^2}$ E nu există

745 $\lim\limits_{n\to\infty} n\,x_n^{\,2}$ este:

A 0 B 1 C a^2 D $1-a^2$ E $+\infty$

Fie $ABCD$ paralelogram, cu $A(-1,4)$, $B(1,6)$ și $C(3,-8)$.

746 Punctul de intersecție a diagonalelor are coordonatele:

A $(2,-1)$ B $(0,5)$ C $(1,-2)$ D $(2,-4)$ E $(1,-10)$

747 Simetricul lui D față de dreapta AB are coordonatele:

A $(-14,5)$ B $(6,-15)$ C $(-13,4)$ D $(-15,6)$ E $(-5,14)$

748 Aria paralelogramului $ABCD$ este:

A 32 B 16 C 8 D 48 E 24

749 Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x + \sin(3x) = \dfrac{8}{3\sqrt{3}}$ este:

A $\left\{(-1)^k \arcsin\dfrac{1}{\sqrt{3}} + k\pi \;:\; k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\dfrac{k\pi}{6} \;:\; k\in\mathbb{Z}\right\}$

C $\left\{(-1)^k \arcsin\dfrac{3\sqrt{3}}{8} + k\pi \;:\; k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\emptyset$ E $\left\{\dfrac{k\pi}{8} \;:\; k\in\mathbb{Z}\right\}$

8

Admitere 24 iulie 2019

750

Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Care este numărul submulțimilor lui A care îl conțin pe 5 și au cel puțin un element mai mare decât 5?

A 224 B 217 C 64 D 192 E 240

Pentru orice $m \in \mathbb{R}^*$ se definește funcția

$$f_m\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_m(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m + 2.$$

751 Numărul punctelor din plan comune tuturor graficelor funcțiilor f_m este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

752 Mulțimea valorilor m pentru care funcția f_m are ambele rădăcini reale și strict negative este:

A $(-\infty, -1) \cup (0, \infty)$ B $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$ C $\emptyset$ D $(0, \infty)$ E $(-\infty, -2) \cup (0, \infty)$

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ se definește legea de compoziție "$*$" prin $x * y = x + y + axy$, unde $a \in \mathbb{Z}$ este fixat.

753 Numărul valorilor lui a pentru care legea de compoziție are element neutru este:

A 1 B 2 C 4 D 5 E infinit

754 Dacă $a = -2$, atunci numărul elementelor simetrizabile este:

A 1 B 2 C 4 D 5 E infinit

755 Dacă $a = -2$, atunci $\underbrace{1 * 1 * \cdots * 1}_{\text{1 apare de 2019 ori}}$ este:

A -1 B 1 C $\dfrac{3^{2019} - 1}{2}$ D $\dfrac{3^{2019} + 1}{2}$ E 0

756 Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ inversabilă astfel încât $A + A^{-1} = I_2$.
Atunci matricea $I_2 + A + A^2 + \cdots + A^{2019}$ este:

A $2A - I_2$ B $2A + I_2$ C $-2A + I_2$ D $-2A - I_2$ E $A + I_2$

757 Fie $z = \cos\dfrac{2\pi}{3} + i\sin\dfrac{2\pi}{3}$. Atunci $(1 - z)(1 - z^2)(1 - z^4)(1 - z^5)$ este:

A 9 B 0 C i D 1 E z

Se consideră sistemul $\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = b \\ x + y + az = 1 \end{cases}$ cu $a, b \in \mathbb{R}$.

758 Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \neq \dfrac{2}{3}$ B $a = \dfrac{2}{3}$ C $a \neq \dfrac{3}{2}$ D $a = \dfrac{3}{2}$ E $a \neq 2$

759 Sistemul este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:

A $a = \dfrac{2}{3}, b = 2$ B $a = \dfrac{2}{3}, b \neq 2$ C $a = \dfrac{3}{2}, b = 2$ D $a = \dfrac{2}{3}, b = 3$ E $a \neq \dfrac{2}{3}, b = 2$

Se consideră polinomul $P(X) = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4.

760 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

A 2 B 0 C 1 D -1 E -2

761 $x_1^{2019} + x_2^{2019} + x_3^{2019} + x_4^{2019}$ este:

A -4 B 4 C 1 D -1 E 0

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n - x_n^2, \quad x_0 \in \mathbb{R}$.

762 Dacă $x_{100} = 1$, atunci valoarea lui x_0 este:

A -2 B 1 C -1 D 2 E nu există

763 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $[-1, 1]$ B $(-\infty, 0]$ C $[0, 1]$ D $[1, \infty)$ E $(-1, 1)$

764 Dacă $x_0 = \frac{1}{2}$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{x_n}$ este:

A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D nu există E $+\infty$

765 Numărul punctelor de extrem ale funcției $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2-1)^2(x^2-9)^3$, este:

A 2 B 3 C 4 D 5 E 6

Fie $f\colon (-1,1) \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \mathrm{e}^x(x^2 + x + m), \quad m \in \mathbb{R}$.

766 $f(0)$ este:

A 0 B $m-1$ C m D $m+1$ E $m+2$

767 Funcția f are un singur punct de extrem local dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(-5, 1)$ B $\{-5, 1\}$ C $[-5, 1)$ D $(-5, 2)$ E $\left\{\frac{5}{4}\right\}$

Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^{2x} + 1}$.

768 Numărul asimptotelor la graficul funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

769 Imaginea funcției f este:

A $\left(-1, \frac{\sqrt{2}-1}{2}\right]$ B $[-1, 0)$ C $(-1, 0)$ D $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ E $[-1, \sqrt{2}]$

770 $\displaystyle\int_0^2 \frac{1}{x^2+4}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\ln 1$ B $\ln 2$ C $\frac{\pi}{8}$ D $\ln 3$ E $\frac{\pi}{2}$

771 $\displaystyle\int_1^9 \frac{1}{x+\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\ln 1$ B $\ln 2$ C π D $\ln 4$ E $-\ln 2$

772 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^n \frac{x-x^2}{(x^2+1)(x^3+1)}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C $\log\frac{3}{2}$ D $\log\frac{2}{3}$ E -1

773 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_{\frac{1}{n}}^n \frac{1}{(x^2+1)(x^7+1)}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{3}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{2}$ D $\frac{\pi}{8}$ E alt răspuns

În planul xOy se consideră punctele $A(8,0)$ și $B(0,6)$, iar M este un punct variabil pe segmentul $[AB]$. Fie P și N proiecțiile lui M pe axele Ox, respectiv Oy.

774 Ecuația dreptei AB este:

A $3x+4y=24$ B $3x+2y=24$ C $x+y=10$ D $2x+y=22$ E $x-y=1$

775 Lungimea minimă a lui $[OM]$ este:

A 4 B 6 C 5 D $\frac{24}{5}$ E $\frac{16}{3}$

776 Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $MNOP$ este:

A 10 B 12 C 13 D 14 E 15

Se dă ecuația $\cos^2 x - 2\sin x\cos x = a + \sin^2 x, \quad a \in \mathbb{R}$.

777 Ecuația are soluția $\frac{\pi}{4}$ dacă a este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

778 Ecuația admite soluții dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$ B $[-2, 2]$ C $[-1, 1]$ D $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ E $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

779 Dacă $\sin x + \cos x = 1, \quad x \in \mathbb{R}$, atunci valoarea minimă pe care o poate lua expresia $\sin^{2019} x + \cos^{2019} x$ este:

A -1 B 0 C $\frac{1}{2^{2019}}$ D 1 E $\frac{1}{4}$

***

9

Simulare admitere 8 mai 2021

Câte numere naturale de 3 cifre distincte (în baza 10) au cifrele scrise în ordine ...

780 crescătoare?

A 168 B 120 C 126 D 504 E 84

781 descrescătoare?

A 84 B 720 C 126 D 168 E 120

Fie $(G, *)$ un grup astfel încât funcția

$$f : (\mathbb{R}, +) \to (G, *), \qquad f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad (x \in \mathbb{R})$$

să fie un izomorfism de grupuri.

782 Mulțimea G este:

A $(-1, 1)$ B $[0, \infty)$ C $[-1, 1]$ D $\mathbb{R}$ E $[0, 1)$

783 Inversa $f^{-1}(y)$ are expresia:

A $\dfrac{y}{\sqrt{1+y^2}}$ B $\dfrac{|y|}{\sqrt{1+y^2}}$ C $\dfrac{y}{\sqrt{y^2-1}}$ D $\dfrac{|y|}{\sqrt{1-y^2}}$ E $\dfrac{y}{\sqrt{1-y^2}}$

784 Valoarea expresiei $(f \circ f \circ \ldots \circ f)(1)$, unde f apare de 2021 de ori, este:

A $\dfrac{1}{2021}$ B $\dfrac{1}{\sqrt{2022}}$ C $\dfrac{1}{\sqrt{2021}}$ D $\sqrt{\dfrac{2020}{2021}}$ E $\dfrac{1}{\sqrt{2020 \cdot 2021}}$

785 $\dfrac{\sqrt{2}}{2} * \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ este:

A $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ B $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ C $\sqrt{2}$ D 1 E $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

786 Elementul neutru în $(G, *)$ este:

A 0 B 1 C $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ D $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E $\ln 2$

787 Valoarea expresiei $\dfrac{1}{\sqrt{2021}} * \dfrac{1}{\sqrt{2021}} * \cdots * \dfrac{1}{\sqrt{2021}}$, unde $\dfrac{1}{\sqrt{2021}}$ apare de 2020 de ori, este:

A $\dfrac{1}{2021}$ B $\dfrac{1}{\sqrt{2022}}$ C $\dfrac{1}{\sqrt{2021}}$ D $\sqrt{\dfrac{2020}{2021}}$ E $\dfrac{1}{\sqrt{2020 \cdot 2021}}$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

788 Determinantul matricei A este:

A 1 B 0 C -1 D -7 E 3

789 $(A - I_3)^2$ este:

A O_3 B I_3 C A D $A - I_3$ E $-I_3$

790 A^{2021} este:

A $2021A - 2020I_3$ B $A - I_3$ C $A + 2020I_3$ D $2020A - 2021I_3$ E $2021A + 2020I_3$

791 $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin x}{x^2 - \pi^2}$ este:

A $-\dfrac{1}{2\pi}$ B $\dfrac{1}{\pi^2}$ C $\dfrac{1}{2\pi}$ D 0 E $\dfrac{1}{\pi}$

792 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \sqrt{1+x^2}\cos x}{x^4}$ este:

A $\dfrac{1}{4}$ B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{1}{3}$ D $\dfrac{1}{6}$ E $\dfrac{1}{12}$

793 $\displaystyle\int_0^1 x^3 \operatorname{arctg} x \, dx$ este:

A $\dfrac{\pi}{2}$ B $\dfrac{1}{3}$ C $\dfrac{\pi}{4}$ D $\dfrac{1}{5}$ E $\dfrac{1}{6}$

794 $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} \, dx$ este:

A $\dfrac{\pi}{6}$ B $\dfrac{\pi}{2}$ C $\dfrac{\pi}{3}$ D $\dfrac{\pi}{4}$ E $\dfrac{\pi}{12}$

795 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\int_0^x e^{-t^2} \, dt$ este:

A 1 B 0 C e D $\dfrac{1}{e}$ E $\dfrac{2}{e}$

796 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Limita șirului

$$\int_0^n \frac{\{x\}^n}{1+\{x\}}\,\mathrm{d}x, \quad n = 1, 2, \dots \quad \text{este:}$$

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C 1 D $\ln 2$ E ∞

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin relația de recurență

$$x_{n+1} = x_n + 2^{-x_n} \quad \text{pentru orice } n \geq 0, \qquad x_0 = 0.$$

797 x_1 este:

A 1 B 2 C $\frac{3}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E 0

798 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A 2 B e C ∞ D e^2 E nu există

799 $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{\ln n}$ este:

A $\log_2 \mathrm{e}$ B $\ln 2$ C 1 D 2 E $\frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}}$

Fie $a \in \mathbb{R}$ și fie funcția $f : (-2, \infty) \to \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \ln(2 + x) + ax^2 + 4x$.

800 Dacă tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă -1 este perpendiculară pe dreapta de ecuație $x + y + 1 = 0$, atunci valoarea lui a este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E -1

801 Dacă $f''(0) = 0$, atunci valoarea lui a este:

A $\frac{1}{8}$ B $\frac{1}{2}$ C 2 D $-\frac{1}{4}$ E 0

802 Funcția f este concavă dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $(-\infty, 0]$ B $(-\infty, 0)$ C $(0, \infty)$ D $[0, \infty)$ E $\mathbb{R}^*$

În planul xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(-1,-2)$ și $C(1,0)$.

803 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $(0,0)$ B $(1,0)$ C $(0,-1)$ D $\left(0,\frac{4}{3}\right)$ E $\left(\frac{2}{3},0\right)$

804 Dacă D este un punct din plan cu proprietatea că $ABCD$ este paralelogram, atunci OD este:

A 4 B $2\sqrt{5}$ C 5 D $3\sqrt{3}$ E $3\sqrt{2}$

805 Dacă M este un punct din plan cu proprietatea că $MA^2+MB^2+MC^2=37$, atunci OM este:

A 2 B $2\sqrt{2}$ C 3 D $2\sqrt{3}$ E 4

806 Numărul complex $(1+i)(1+2i)(1+3i)$ este:

A -10 B $10i$ C $1-3i$ D $3-i$ E $9+i$

807 Valoarea expresiei $\operatorname{arctg} 1+\operatorname{arctg} 2+\operatorname{arctg} 3$ este:

A $\frac{5\pi}{6}$ B π C $\frac{3\pi}{2}$ D $\frac{3\pi}{4}$ E $\frac{5\pi}{4}$

Fie funcția $f:[0,4\pi]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin^5 x+\cos^5 x$.

808 $f(\pi)$ este:

A -1 B 0 C 1 D 2 E -2

809 Numărul soluțiilor ecuației $f(x)=1$ este:

A 4 B 5 C 7 D 9 E 10

***

10

Admitere 22 iulie 2021

810 Numărul complex $1 - i + i^2 - i^3 + \cdots - i^{2021}$ este:

A $1-i$ B $1+i$ C $-i$ D 1 E 0

811 Dacă $a = \lg 5$, atunci $\log_3 5 \cdot \log_{20} 9$ este:

A $\dfrac{2a}{2-a}$ B $\dfrac{2-a}{2a}$ C $\dfrac{1-a}{2a}$ D $\dfrac{a}{2-a}$ E $\dfrac{2-a}{a}$

812 Câte numere naturale de patru cifre (în baza 10) se pot scrie, dacă se pot folosi doar cifrele 1, 2, 3, 4 iar cifra 1 se folosește obligatoriu?

A 256 B 252 C 110 D 192 E 175

Pe $\mathbb{C}$ se definește legea de compoziție $z_1 * z_2 = z_1 z_2 - i(z_1 + z_2) - 1 + i$, $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$.

813 $i * i$ este:

A 1 B 0 C i D $-i$ E 2

814 Elementul neutru al legii "$*$" este:

A $-i$ B $-1+i$ C $-1-i$ D $1+i$ E $1-i$

815 Mulțimea elementelor inversabile în monoidul $(\mathbb{C}, *)$ este:

A $\mathbb{C} \setminus \{i\}$ B $\{-1+i, 1+i\}$ C $\{1-i, -1-i\}$ D $\{i\}$ E $\mathbb{C} \setminus \{i, -i\}$

816 Dacă $\varepsilon = \dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}$, atunci valoarea expresiei $(\varepsilon+i) * (\varepsilon+i) * \cdots * (\varepsilon+i)$, unde $\varepsilon + i$ apare de 2022 ori, este:

A $1+i$ B $-1+i$ C $1-i$ D i E $-i$

Fie $a, b \in \mathbb{R}$ și fie sistemul (S) în necunoscutele x, y, z:

$$(S):\begin{cases} x-2y-3z=b \\ 2x+y-z=2 \\ 3x+y+az=4 \end{cases}.$$

817 Sistemul (S) este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \neq -2$ B $a=-2$ C $a \neq 2$ D $a \neq -1$ E $a=2$

818 Sistemul (S) este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă perechea (a, b) este:

A $(-2, 6)$ B $(-2, -6)$ C $(-2, 5)$ D $(2, 5)$ E $(2, -6)$

Fie matricea $A=\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

819 A^{2022} este:

A $4^{2021}A$ B $4^{2022}A$ C $4A$ D $4^{2022}I_2$ E O_2

820 Numărul matricelor $X \in M_2(\mathbb{R})$ care verifică ecuația $X^{2022}=A$ este:

A 2 B 0 C 2022 D 4 E 1

Fie funcția $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - \dfrac{1}{x}$ pentru orice $x > 0$.

821 Numărul soluțiilor ecuației $f(x^2) = f(x)$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

822 Mulțimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are soluție este:

A $\mathbb{R}$ B $(0,\infty)$ C $(-1,1)$ D $(-1,\infty)$ E $\mathbb{R}^*$

823 Numărul asimptotelor la graficul funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

824 $f'(x)$ este:

A $1+\dfrac{1}{x^2}$ B $1-\ln x$ C $\dfrac{x^2}{2}-\ln x$ D $1-\dfrac{1}{x^2}$ E $x^2+\dfrac{1}{x^2}$

825 Ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de intersecție a graficului cu axa Ox este:

A $x+2y=1$ B $x-y=1$ C $2x-y=2$ D $2x+y=2$ E $y=0$

826 $\displaystyle\int_1^{\sqrt{e}} f(x)\,dx$ este:

A $\dfrac{e}{2}-1$ B $\dfrac{e}{2}$ C $1-\dfrac{1}{e}$ D $e-\dfrac{1}{2}$ E $1+\dfrac{1}{e}$

827 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_{\frac{1}{n}}^{n} e^{-|f(x)|}\,dx$ este:

A 0 B 1 C $\dfrac{1}{e}$ D e E $e-\dfrac{1}{e}$

828 $\displaystyle\int_0^1 2^{-x}\,dx$ este:

A $\dfrac{1}{2\ln 2}$ B $\dfrac{\ln 2}{2}$ C $-\dfrac{1}{2\ln 2}$ D $-\dfrac{\ln 2}{2}$ E $2^{\ln 2}-1$

829 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\cos x}\,dx$ este:

A 2 B $2\sqrt{2}-2$ C $2\sqrt{2}$ D $2+\sqrt{2}$ E $2-\sqrt{2}$

Fie funcția continuă $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ cu $f(x)=\dfrac{x-\mathrm{e}}{\ln x\,-1}$ pentru orice $x\in(0,\infty)\setminus\{\mathrm{e}\}$.

830 $f(\mathrm{e})$ este:

A 0 B e C 1 D $\dfrac{1}{2}$ E 2

831 $f'(\mathrm{e})$ este:

A 0 B e C 1 D $\dfrac{1}{2}$ E $\dfrac{\mathrm{e}}{2}$

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1}=x_n^2+2x_n$ pentru orice $n\in\mathbb{N}$, unde $x_0\in\mathbb{R}$.

832 Dacă $x_0\in(0,1)$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A ∞ B nu există C 0 D $1+\sqrt{5}$ E e^2

833 Șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $[-2,0]$ B $[-1,0]$ C $[-1,1)$ D $\{-1,0\}$ E $(-\infty,1)$

834 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(2^x-1)\cdot\ln(1+\sin^2 x)}{\left(\sqrt{1+x^2}-1\right)\cdot \operatorname{tg} x}$ este:

A $2\ln 2$ B $\ln 2$ C 0 D $\dfrac{\ln 2}{2}$ E 1

În planul xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-2,-3)$ și $C(3,-3)$.

835 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $(1,-1)$ B $(0,0)$ C $(0,-1)$ D $\left(\dfrac{3}{2},-\dfrac{3}{2}\right)$ E $\left(\dfrac{7}{3},3\right)$

836 Dacă D este un punct din plan cu proprietatea că $COAD$ este paralelogram, atunci CD este:

A 5 B $\sqrt{13}$ C $3\sqrt{2}$ D $2\sqrt{3}$ E $\sqrt{19}$

837 Dacă M este un punct oarecare din plan, atunci valoarea minimă a expresiei $MA^2+MB^2+MC^2$ este:

A 35 B 44 C 38 D 41 E 53

Fie $a \in \mathbb{R}$ și fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x + \cos(ax)$.

838 $f(0)$ este:

A 2 B 0 C 1 D π E -2

839 Ecuația $f(x) = 2$ are soluție unică dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ B $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ C $\{-\pi, \pi\}$ D $\mathbb{R}^*$ E $(-1, 1)$

***

11

Simulare admitere 7 mai 2022

Se consideră mulțimea $M = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Care este numărul submulțimilor lui M ce conțin ...

840 cel puțin un element mai mic decât 5?

A 496 B 480 C 448 D 248 E 240

841 cel puțin un element mai mic decât 5 și cel puțin un element mai mare decât 5?

A 434 B 448 C 217 D 224 E 248

Pe $\mathbb{Z}$ se definește legea de compoziție $x * y = x + (-1)^x y$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$. Care este ...

842 elementul neutru în raport cu legea "$*$"?

A 0 B 1 C -1 D 2 E nu există element neutru

843 simetricul lui 2022 în raport cu legea "$*$"?

A -2023 B 2022 C 2022 nu are element simetric D 2021 E -2022

844 numărul soluțiilor ecuației $x * x = 2022$ $(x \in \mathbb{Z})$?

A 0 B 1 C 2 D 2022 E 2023

845 Numărul soluțiilor complexe ale ecuației $z^2 = -2\overline{z}$ este:

A 4 B 0 C 1 D 2 E 3

Pentru orice $m \in \mathbb{R}^*$ se definește funcția

$$f_m : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_m(x) = mx^2 - (2m+1)x + m + 1, \quad \text{pentru orice } x \in \mathbb{R}.$$

846 Valoarea lui m pentru care $x = 2$ este soluție a ecuației $f_m(x) = 0$ este:

A -2 B -1 C 1 D 2 E 3

847 Vârfurile parabolelor reprezentate de graficele funcțiilor f_m se află pe dreapta de ecuație:

A $x + 2y = 1$ B $2x + y = 1$ C $x - 2y = 1$ D $2x - y = 1$ E $x - 2y = 2$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

848 A^2 este:

A $-A$ B A C I_2 D $-4I_2$ E O_2

849 Numărul soluțiilor $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^2 = A$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E infinit

850 Dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ verifică ecuația $X^2 = A$, atunci X^{2022} este:

A A B $2022 \cdot I_2$ C $-A$ D $i \cdot I_2$ E $i \cdot A$

851 Valoarea expresiei $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} x \,\mathrm{d}x + \int_0^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} x \,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\pi}{\sqrt{3}}$ B 1 C $\dfrac{2\pi}{3} - \ln 2$ D $\dfrac{\sqrt{3}\pi}{2}$ E $\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{1}{2}\ln 2.$

Fie funcția continuă $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, cu $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$ pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$.

852 $f(0)$ este:

A 0 B 1 C 2 D $\dfrac{1}{2}$ E $\sqrt{2}$

853 Mulțimea soluțiilor ecuației $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}+1}$ este:

A $\{1\}$ B $\{0,1\}$ C $\emptyset$ D $\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ E $\{0\}$.

854 $f'(0)$ este:

A 0 B 1 C 2 D $\dfrac{1}{2}$ E $\sqrt{2}$

855 Mulțimea valorilor funcției f este:

A $(-1,1)$ B $\mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$ C $\mathbb{R}$ D $[-2,2]$ E $\left[1-\sqrt{2}, \sqrt{2}-1\right]$.

856 Numărul soluțiilor ecuației $f(\operatorname{tg} x) = \operatorname{tg} \dfrac{x}{2}$ din intervalul $[0, 4\pi]$ este:

A 1 B 2 C 4 D 6 E infinit

857 $\displaystyle\int_0^{2\sqrt{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $1+\sqrt{2}$ B $\sqrt{2}-\dfrac{1}{2}\ln 2$ C 0 D $1-\ln\dfrac{3}{2}$ E $2-\ln 2$

858 $\displaystyle\int_1^{e} \frac{\ln x}{x}\,dx$ este:

A $\frac{1}{2}$ B 1 C 2 D e E $\frac{e^2}{2}$.

859 $\displaystyle\int_0^{2} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{2-x}}\cdot \sin\frac{\pi x}{2}\,dx$ este:

A $\frac{2}{\pi}$ B $\frac{\pi}{2}$ C $2\sqrt{2}$ D $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ E $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$.

860 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)}\,dx$ este:

A $2\ln 3$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ C $2\sqrt{3}$ D $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ E $\frac{\pi\ln 3}{2}$.

861 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x\cdot\cos 2x\cdot\cos 3x}{x^2}$ este:

A 7 B 6 C 3 D $\frac{11}{2}$ E $\frac{15}{2}$

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1}=x_n^2+x_n$, pentru orice $n\in\mathbb{N}$, unde $x_0\in\mathbb{R}$.

862 $x_3=0$ dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\{-1,0\}$ B $\{0\}$ C $\{1\}$ D $\{-1,0,1\}$ E $[-1,1]$

863 Dacă șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ este convergent, atunci limita sa este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

864 Dacă $x_0=-\frac{1}{2}$, atunci $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n x_n$ este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

În planul xOy se consideră pătratul $ABCD$, astfel încât vârfurile lui sunt ordonate în sens trigonometric, $A(2,7)$ iar $M(-2,1)$ este punctul de intersecție a diagonalelor.

865 Panta dreptei BD este:

A $-\dfrac{2}{3}$ B $\dfrac{3}{2}$ C $-\dfrac{3}{5}$ D $\dfrac{5}{3}$ E $-\dfrac{1}{2}$

866 Aria pătratului $ABCD$ este:

A 104 B 61 C 85 D 101 E 122

867 Punctul B are coordonatele:

A $(-8,5)$ B $(-9,5)$ C $(-8,6)$ D $(-9,6)$ E $(-7,5)$

868 Numărul soluțiilor ecuației $\sin x \cdot \sin 2x = 1$ din intervalul $[0,4\pi]$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

869 Dacă $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$, atunci $\sin^6 x + \cos^6 x$ este:

A $\dfrac{1}{4}$ B 1 C $\dfrac{1}{8}$ D $\dfrac{1}{2}$ E $\dfrac{3}{2}$

***

12

Admitere 15 iulie 2022

Se consideră mulțimea $M = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Care este numărul submulțimilor lui M ce conțin ...

870 cel puțin un număr impar?

A 496 B 480 C 448 D 248 E 240

871 cel puțin un număr par mai mic decât 5 și cel puțin un număr par mai mare decât 5?

A 434 B 336 C 217 D 352 E 416

Fie numărul complex $z = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(1 - i)$.

872 z^2 este:

A $-i$ B $\dfrac{i}{2}$ C $\dfrac{z}{2}$ D i E $2z$

873 Valoarea expresiei $1 + z + z^2 + \cdots + z^{2022}$ este:

A $-\overline{z}$ B $-z$ C z D 1 E i

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

874 Valoarea lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care $A^2 = x \cdot A$ este:

A 5 B 1 C 2 D 6 E 3

875 A^{2022} este:

A $5^{2021}A$ B $5A$ C $5^{2021}I_2$ D $6^{2021}A$ E 0_2

876 $\det\left(A + A^2 + \cdots + A^{2022}\right)$ este:

A 0 B 2022 C 5^{4044} D $\dfrac{5^{2023}-1}{4}$ E 6^{2023}

Pe $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ se definește legea de compoziție $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

877 Elementul neutru în raport cu legea „$*$" este:

A 1 B 0 C -1 D $\sqrt{2}$ E -2

878 Simetricul lui -2022 în raport cu legea „$*$" este:

A $\dfrac{1}{2022}$ B 2022 C $-\dfrac{1}{2022}$ D -2022 E Numărul -2022 nu este simetrizabil

879 Numărul soluțiilor ecuației $x * x = 1$ este:

A 4 B 1 C 2 D 0 E infinit

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_n = \sum_{k=0}^{n} \dfrac{k-1}{k!}$, pentru orice $n \geq 0$.

880 x_1 este:

A -2 B -1 C 0 D 1 E 2

881 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A e B -1 C 0 D 1 E $\mathrm{e}-1$

882 $\lim\limits_{n\to\infty} n\sqrt[n]{|x_n|}$ este:

A e B $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ C 0 D 1 E $\mathrm{e}-1$

883 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{e^x-1}-\dfrac{1}{\ln(1+x)}\right)$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B 1 C 2 D $-\dfrac{1}{2}$ E -1

884 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\dfrac{x^\pi-(\sin x)^\pi}{x^{\pi+2}}$ este:

A $\dfrac{\pi}{2}$ B $\dfrac{\pi}{3}$ C $\dfrac{\pi}{4}$ D $\dfrac{\pi}{6}$ E limita nu există

885 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\displaystyle\int_0^n \dfrac{x^2}{\sqrt{x^4+1}}\,dx$ este:

A 1 B $\dfrac{\pi}{2}$ C ∞ D $\dfrac{1}{2}$ E $\ln 2$

Fie funcția $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$, cu $f(x)=\dfrac{2-x}{1+2x}$, pentru orice $x\geq 0$.

886 Numărul soluțiilor ecuației $f(f(x))=x$ este:

A infinit B 0 C 1 D 2 E 4

887 $f'(x)$ este:

A $-\dfrac{2x}{(1+2x)^2}$ B $\dfrac{4}{(1+2x)^2}$ C $\dfrac{3-4x}{(1+2x)^2}$ D $-\dfrac{5}{(1+2x)^2}$ E $\dfrac{2}{1+2x}$

888 Mulțimea valorilor funcției f este:

A $\left(-\dfrac{1}{2},2\right]$ B $\left(-\dfrac{1}{2},\infty\right)$ C $(-2,2]$ D $(-\infty,2]$ E $\mathbb{R}$

889 Mulțimea valorilor $a\in\mathbb{R}$ pentru care expresia $\operatorname{arctg}(x+a)+\operatorname{arctg}(f(x)+a)$ nu depinde de x este:

A $\{0,1\}$ B $\{0\}$ C $\{-1,0\}$ D $\emptyset$ E $\{-1,0,1\}$

890 $\displaystyle\int_0^2 \operatorname{arctg} f(x)\,dx$ este:

A $\dfrac{\ln 5}{2}$ B $\operatorname{arctg} 2$ C $\dfrac{\pi\ln 5}{2}$ D $2\cdot\ln 5\cdot\operatorname{arctg} 2$ E $2\cdot\operatorname{arctg} 2$

Fie $a > 0$ și fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, cu $f(x) = a^x - 2x - 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

891 $f(0)$ este:

A 0 B 1 D $a - 1$ E -1 E $a + 1$

892 Mulțimea valorilor lui a pentru care $f(x) \geq 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$ este:

A $(0,1) \cup \{e^2\}$ B $(1, e^2] \setminus \{e\}$ C $\left(\frac{1}{e}, e^2\right)$ D $\{e^2\}$ E $\{2e, e^2\}$

893 Dacă $a = e$, atunci $\int_0^1 f(x)\,dx$ este:

A $e - 3$ B 1 C 0 D $e - 2$ E $e + 2$

894 Valoarea expresiei $\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{x \cos^2 x}{1 + \sin x}\,dx$ este:

A $\frac{\pi}{2} - 1$ B $\frac{\pi}{2} + 1$ C $\frac{3\pi}{2} + 1$ D $\frac{\pi - 1}{2}$ E $\frac{\pi + 1}{2}$

În planul xOy se consideră un triunghi ABC, în care $A(0,4)$, mediana din B are ecuația $x - 4y + 6 = 0$, iar mediana din C are ecuația $x + 6y - 14 = 0$.

895 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $(2,2)$ B $(2,1)$ C $(1,2)$ D $(1,3)$ E $(2,3)$

896 Mijlocul laturii $[BC]$ are coordonatele:

A $(3,1)$ B $(2,1)$ C $(2,0)$ D $(3,0)$ E $(4,0)$

Fie funcția $f\colon [0,2\pi] \to \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = 2\cos^2 x + \sin 2x$, pentru orice $x \in [0,2\pi]$.

897 $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ este:

A $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$ B $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$ C $1+\sqrt{2}$ D $1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ E $1+\sqrt{6}$

898 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 2$ este:

A 5 B 4 C 3 D 2 E 1

899 Maximul funcției f este:

A $1+\sqrt{2}$ B 2 C $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$ D $1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ E $1+\sqrt{3}$

***

13

Simulare admitere 6 mai 2023

900 Numărul polinoamelor $P \in \mathbb{C}[X]$ de grad 3 ce au toate rădăcinile în mulțimea $\{0, 1, 2, \ldots, 8\}$ și verifică $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{P(x)}{x^3} = 1$ este:

A 165 B 129 C 84 D 120 E 240

Pentru orice $m \in \mathbb{R}$ se definește funcția

$$f_m \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_m(x) = mx^2 - 2(m+1)x + m - 1, \quad \text{pentru orice } x \in \mathbb{R}.$$

901 Mulțimea valorilor lui m pentru care ecuația $f_m(x) = 0$ are soluții reale este:

A $[0, \infty)$ B $[-1, \infty)$ C $\left[-\dfrac{1}{3}, \infty\right)$ D $[1, \infty)$ E $\mathbb{R}^*$

902 Vârfurile parabolelor reprezentate de graficele funcțiilor f_m $(m \neq 0)$ se află pe dreapta de ecuație:

A $x + y = -2$ B $x - y = 6$ C $2x + y = -1$ D $y = -2x$ E $y = -x$

903 Mulțimea punctelor comune tuturor graficelor funcțiilor f_m $(m \in \mathbb{R})$ este inclusă în dreapta:

A $x = 0$ B $y = 3$ C $y = x$ D $y = -2x + 1$ E $y = -3x$

904 Restul împărțirii polinomului $X^{2023} - 2X^{22} + 3X^{10} - 2$ la $X^3 + X^2 + X + 1$ este:

A $-X - 3$ B $2X^2 - X - 1$ C $X^2 - X$ D $2X + 1$ E 0

Pe mulțimea $(0,\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = \dfrac{xy}{x+y}$ pentru orice $x, y \in (0,\infty)$.

905 Elementul neutru în raport cu legea ,,$*$" este:

A 0 B 1 C $\sqrt{2}$ D 2 E nu există element neutru.

906 Numărul perechilor (x,y) (cu $x, y > 0$) care verifică relația $\dfrac{1}{x*y} = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}$ este:

A infinit B 1 C 2 D 4 E 6

907 $\lim\limits_{n\to\infty} 1 * 2 * 3 * \cdots * n$ este:

A 0 B $\ln 2$ C ∞ D limita nu există E $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$

Fie $a \in \mathbb{C}$ și fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -a & 1 \end{pmatrix}$.

908 Mulțimea valorilor lui a pentru care $A^2 - 2A + I_2 = O_2$ este:

A $\{1, -1\}$ B $\{i, -i\}$ C $\{0\}$ D $\{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ E $\emptyset$

909 Dacă $a = i$, atunci numărul soluțiilor $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ ale ecuației $AX = I_2$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E infinit

910 Dacă $a = i$, atunci A^{100} este:

A $2^{99}A$ B $2^{100}iA$ C $-2^{99}A$ D $-2^{99}iA$ E O_2

911 Fie numărul complex $z = \sin\dfrac{5\pi}{6} + i\cos\dfrac{5\pi}{6}$. Atunci z^6 este:

A 1 B -1 C i D $-i$ E $\dfrac{\sqrt{3}-i}{2}$

912 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x - \sin x \cdot \cos x}{x^3}$ este:

A $\dfrac{2}{3}$ B $\dfrac{1}{6}$ C $\dfrac{1}{3}$ D $-\dfrac{1}{3}$ E $\dfrac{4}{3}$

913 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{\operatorname{arctg}^2 x} - \dfrac{1}{\operatorname{tg}^2 x} \right)$ este:

A $\dfrac{4}{3}$ B $\dfrac{1}{6}$ C $\dfrac{1}{3}$ D 2 E $\dfrac{2}{3}$

914 $\displaystyle\int_0^2 \sqrt{|x-1|}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{4}{3}$ B $\dfrac{2}{3}$ C $\dfrac{1}{2}$ D 0 E 2

915 $\displaystyle\int_0^\pi x \cdot \cos x\,\mathrm{d}x$ este:

A -2 B $\pi - 2$ C $2 - \pi$ D $\pi + 2$ E 0

916 $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin \pi x}{9^x + 3}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{1}{3\pi}$ B $\dfrac{2}{3\pi}$ C $\dfrac{2}{9\pi}$ D $\dfrac{1}{\pi}$ E $\dfrac{2}{\pi}$

917 Limita șirului $\displaystyle\frac{1}{n\pi}\int_0^{n\pi} \frac{1}{2+\sin^2 x}\,\mathrm{d}x, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$ este:

A 1 B $\sqrt{6}$ C $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$ D $\dfrac{\pi}{\sqrt{6}}$ E $\dfrac{2}{\pi\sqrt{6}}$

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = 2x_n^2 - 1$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde $x_0 \in \mathbb{R}$.

918 Numărul valorilor lui x_0 pentru care șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ e constant este:

A 2 B 0 C 1 D 3 E infinit

919 Dacă $x_0 = \sqrt{2}$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A 0 B $-\infty$ C ∞ D 4 E limita nu există

920 Dacă $x_0 = \sqrt{2}$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n \cdot x_0 x_1 \cdots x_n}{x_{n+1}}$ este:

A 0 B 1 C $\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E 2

Fie $a \in \mathbb{R}$ fixat și fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, cu $f(x) = ax + \sin x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

921 Mulțimea valorilor lui a pentru care funcția f este inversabilă este:

A $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ B $\left[\dfrac{1}{\pi}, \infty\right)$ C $[1, \infty)$ D $\left(-\infty, -\dfrac{1}{\pi}\right] \cup \left[\dfrac{1}{\pi}, \infty\right)$ E $(0, \infty)$

922 Dacă $a = 2$, iar g este inversa funcției f, atunci $g'(0)$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B 1 C 2 D $\dfrac{1}{3}$ E 3

923 Numărul valorilor lui a pentru care dreapta de ecuație $y = x$ este tangentă la graficul funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

În planul xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(0,3)$ și M un punct variabil pe segmentul (AB). Fie P proiecția lui M pe Ox și N proiecția lui M pe Oy.

924 Ecuația dreptei AB este:

A $3x+4y=12$ B $4x+3y=12$ C $4x-3y=12$ D $3x-4y=12$ E $4x+3y=7$

925 Panta bisectoarei unghiului $\widehat{OAB}$ este:

A $-\frac{1}{3}$ B $-\frac{1}{2}$ C $-\frac{3}{8}$ D $-\frac{1}{4}$ E 1

926 Aria maximă a dreptunghiului $MNOP$ este:

A 3 B 4 C 2 D $2\sqrt{2}$ E $2\sqrt{3}$

Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, definită prin $f(x)=\cos x\cdot\cos 2x\cdot\cos 3x\cdot\cos 4x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

927 $f(\pi)$ este:

A 1 B -1 C 0 D $\frac{1}{4}$ E 2

928 Perioada principală a funcției f este:

A π B 2π C $\frac{\pi}{2}$ D $\frac{\pi}{4}$ E 8π

929 Numărul soluțiilor ecuației $f(x)=1$ din intervalul $[0,4\pi]$ este:

A 5 B 11 C 3 D 0 E 4

***

14

Admitere 17 iulie 2023

930 Numărul submulțimilor lui $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ cu cel puțin două elemente numere prime este:

A 176 B 240 C 192 D 208 E 128

Pentru orice $m \in \mathbb{R}$ se definește funcția $f_m : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f_m(x) = mx^2 - (4m + 3)x + 4m + 6, \quad \text{pentru orice } x \in \mathbb{R}.$$

931 Mulțimea valorilor lui m pentru care ecuația $f_m(x) = 0$ are soluții reale este:

A $[-1, \infty)$ B $(-\infty, 1)$ C $\mathbb{R}$ D $[0, \infty)$ E $\mathbb{R}^*$

932 Numărul punctelor comune tuturor graficelor funcțiilor f_m ($m \in \mathbb{R}$) este:

A 1 B 0 C 2 D 3 E infinit

933 Numărul perechilor (m, n), cu $0 < m < n$, pentru care graficele funcțiilor f_m și f_n au tangentă comună într-un punct comun este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

Fie polinoamele $P(X) = X^{2024} + (X + 1)^{2023}$ și $Q(X) = X^2 + X + 1$, iar $x_1, x_2 \in \mathbb{C}$ rădăcinile lui $Q(X)$.

934 Restul împărțirii lui $P(X)$ la $Q(X)$ este:

A $-2X - 1$ B $2X + 1$ C $X + 2$ D 0 E $X - 1$

935 $P\left(\dfrac{x_1}{x_2}\right) + P\left(\dfrac{x_2}{x_1}\right)$ este:

A $1 + 2^{2023}$ B -2 C 2 D $2i$ E 0

Pe mulțimea $(0,\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = \dfrac{x^{\lg y} + y^{\lg x}}{2}$, pentru orice $x, y > 0$.

936 $1 * 2$ este:

A 10 B 1 C $\dfrac{3}{2}$ D $\dfrac{1+\lg 2}{2}$ E $1+\dfrac{\lg 2}{2}$

937 Elementul neutru în raport cu legea „$*$” este:

A 10 B 1 C 2 D $\dfrac{1}{10}$ E $\lg 2$

938 Numărul elementelor $x \in (0,\infty)$ care **nu** sunt simetrizabile în raport cu legea „$*$” este:

A 0 B 2 C infinit D 10 E 1

939 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{10} * \sqrt[3]{10} * \cdots * \sqrt[n]{10}$ este:

A 0 B 1 C 10 D $10^{\frac{1}{e}}$ E ∞

Pentru $a \in \mathbb{R}$ se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ -2x + az = -2 \\ -x + 3y - z = -1 \end{cases}$ în necunoscutele x, y, z, iar prin A se notează matricea sistemului.

940 Mulțimea valorilor lui a pentru care $\operatorname{rang} A = 3$ este:

A $\mathbb{R}\setminus\{-3,-2\}$ B $\emptyset$ C $\{-3,-2\}$ D $\{2,3\}$ E $\mathbb{R}\setminus\{2,3\}$

941 Numărul valorilor lui a pentru care sistemul admite o infinitate de soluții este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

942 Numărul valorilor lui a pentru care sistemul admite soluție, cu x, y, z în progresie aritmetică în această ordine, este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E infinit

943 Mulțimea soluțiilor $z \in \mathbb{C}$ ale ecuației $|z| + \overline{z} = 3 + i\sqrt{3}$ este:

A $\{1-i\sqrt{3}\}$ B $\{1-i\sqrt{3}, 1+i\sqrt{3}\}$ C $\{1-i\sqrt{3}, 2-i\sqrt{3}\}$ D $\{2-i\sqrt{3}\}$ E $\{2-i\sqrt{3}, 2+i\sqrt{3}\}$

944 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \dfrac{\ln \frac{2x}{x+1}}{\ln x}$ este:

A 1 B 0 C $\ln 2$ D $1+\ln 2$ E 2

945 $\lim\limits_{x\to\pi} \left(\dfrac{1}{1+\cos x} - \dfrac{2}{\sin^2 x}\right)$ este:

A -1 B $-\dfrac{1}{2}$ C 1 D 0 E $\dfrac{1}{2}$

946 $\displaystyle\int_3^7 \frac{x}{x^2-4}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\ln 3$ B $\dfrac{1}{2}\left(\operatorname{arctg}\dfrac{7}{2} - \operatorname{arctg}\dfrac{3}{2}\right)$ C $\ln 7$ D $\ln\dfrac{5}{3}$ E $\dfrac{\pi}{4}$

947 $\lim\limits_{n\to\infty} n\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x+x^{n+1}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\ln 2$ B $\dfrac{3}{2}$ C $\dfrac{1}{2}$ D $\ln\dfrac{3}{2}$ E $\operatorname{arctg} 2 - \dfrac{\pi}{4}$

948 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n+1}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n}\right)$ este:

A 1 B 2 C $\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E 0

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = \dfrac{x_n}{2} + \dfrac{1}{x_n}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde $x_0 > 0$.

949 Valoarea minimă pe care o poate lua x_1 este:

A $\sqrt{2}$ B 1 C nu există o valoare minimă D $\dfrac{3}{2}$ E $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

950 Dacă $x_0 = 1$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A $\sqrt{2}$ B ∞ C 0 D 1 E $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

951 $f''(0)$ este:

A 1 B -2 C 0 D -1 E 2

952 Numărul punctelor de extrem ale funcției f este:

A 2 B 1 C 3 D 4 E 0

Fie $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}$ o funcție derivabilă, cu derivata continuă pe $[0, \pi]$. Pentru orice $n \in \mathbb{N}$, se definește $I_n = \displaystyle\int_0^{\pi} f(x) \cos^2(nx)\, \mathrm{d}x$.

953 Dacă $f(x) = 1$, pentru orice $x \in [0, \pi]$, atunci I_1 este:

A π B $\dfrac{\pi}{2}$ C 2π D 1 E 0

954 Dacă $\displaystyle\int_0^{\pi} f(x)\, \mathrm{d}x = 1$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} I_n$ este:

A 1 B $\dfrac{\pi}{2}$ C 0 D $\dfrac{1}{2}$ E π.

În planul xOy se consideră punctele $A(\sqrt{3}, 0)$, $B(0, 1)$ și C simetricul lui O față de dreapta AB.

955 Panta dreptei OC este:

A $\sqrt{3}$ B 1 C $-\sqrt{3}$ D $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ E $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

956 Lungimea segmentului $[OC]$ este:

A $\sqrt{3}$ B 2 C 3 D $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ E $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

957 Dacă M este un punct oarecare în interiorul patrulaterului $OACB$, atunci valoarea minimă pe care o poate lua suma $MO + MA + MB + MC$ este:

A $2 + \sqrt{3}$ B $3 + \sqrt{3}$ C $2 + 2\sqrt{3}$ D $3 + 2\sqrt{3}$ E $1 + 2\sqrt{3}$

Fie funcția $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos x$, pentru orice $x \in [0, 2\pi]$.

958 $f(\pi)$ este:

A 1 B -1 C 0 D $\sqrt{2}$ E $\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$

959 Dacă $f(x) = \sqrt{2}$, atunci $\sin 2x$ este:

A 1 B $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ C $-\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ E -1

***

15

Simulare admitere 27 aprilie 2024

O mulțime o numim *impară* dacă este submulțime nevidă a mulțimii $\{0, 1, 2, \ldots, 8\}$ și suma elementelor sale este un număr natural impar.

960 Numărul submulțimilor *impare* este:

A 256 B 312 C 192 D 511 E 127

961 Numărul submulțimilor *impare* cu 5 elemente este:

A 44 B 60 C 84 D 32 E 64

962 Dacă $z \in \mathbb{C}$ verifică relația $|z+i|^2 + |z-i|^2 = 4$, atunci $|z|$ este:

A 1 B 0 C 2 D $\sqrt{2}$ E $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

963 Dacă $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ sunt rădăcinile polinomului $X^3 - 2X^2 + 2X + 2024$, atunci determinantul $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$ este:

A 4 B 0 C 24 D 2024 E -2024

Pe mulțimea $[1, \infty)$ se definește legea de compoziție „$*$" prin
$x * y = \sqrt{1 + (x^2 - 1)(y^2 - 1)}$, pentru orice $x, y \geq 1$.

964 Elementul neutru în raport cu legea „$*$" este:

A $\sqrt{2}$ B 1 C 2 D $2\sqrt{2}$ E $1 + \sqrt{2}$

965 Simetricul lui 3 în raport cu legea „$*$" este:

A $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ B $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ C $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ D $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ E $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

966 Numărul valorilor $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$, care verifică relația $\sqrt{2} * \sqrt{3} * \cdots * \sqrt{n} = n$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

Pentru $a \in \mathbb{R}$ se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} ax + 2y + 2z = 10 \\ x + 2ay + z = 8 \\ 2x - 4y - z = -2 \end{cases}$ cu necunoscutele x, y, z, iar prin A se notează matricea sistemului.

967 Mulțimea valorilor lui a pentru care $\operatorname{rang} A = 3$ este:

A $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ B $\emptyset$ C $\{-1\}$ D $\{-1, 2\}$ E $\mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$

968 Numărul valorilor lui a pentru care sistemul nu admite soluție este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

969 Numărul valorilor întregi ale lui a pentru care sistemul admite soluție, cu x, y, z numere întregi, este:

A 0 B 2 C 3 D 5 E infinit

970 $\lim\limits_{x \to 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - x}$ este:

A 4 B 3 C ∞ D 0 E 2

971 $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} (2^x - 1)^{\frac{1}{\ln x}}$ este:

A e B 2 C $\sqrt{e}$ D $e \ln 2$ E $\ln 2$

Fie $\{t\}$ partea fracționară a numărului real t. Pentru orice $n \in \mathbb{N}$, se definește

$$x_n = \int_0^1 x\{nx\}\,\mathrm{d}x.$$

972 x_1 este:

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{2}$ C $\frac{3}{4}$ D 0 E 2

973 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A $\frac{1}{4}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{6}$ D $\frac{5}{12}$ E $\frac{1}{2}$

974 $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\ln 2 - \frac{1}{2}$ B $\ln 2 + \frac{1}{2}$ C $\frac{1-\ln 2}{2}$ D $\frac{1+\ln 2}{2}$ E $1 - \frac{\ln 2}{2}$

975 $\int_0^\pi \frac{1}{3^{\cos x}+1}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{2}$ B $\frac{\pi}{3}$ C π D $\frac{\pi \ln 3}{2}$ E 2

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = \sqrt{2+x_n}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde $x_0 \geq 0$.

976 Dacă $x_0 = 2$, atunci x_3 este:

A 2 B $\sqrt{2+\sqrt{2}}$ C $\sqrt{2}$ D 4 E 3

977 Mulțimea valorilor lui x_0 pentru care șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ este monoton este:

A $[0,\infty)$ B $\mathbb{N}$ C $[0,4]$ D $[0,2]$ E $[2,\infty)$.

978 Dacă $x_0 = 4$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A 2 B 4 C ∞ D 1 E 3

979 Dacă $x_0 = 4$ și $L = \lim\limits_{n\to\infty} x_n$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} 4^n(x_n - L)$ este:

A $\ln^2(2+\sqrt{3})$ B $\ln 4$ C $\left(\frac{\ln 3}{2}\right)^2$ D $\ln(2-\sqrt{3})$ E $\frac{\ln(\sqrt{3}-1)}{2}$

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = |x^3 - x|$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

980 Numărul punctelor de intersecție ale graficului funcției f cu axa Ox este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

981 Numărul valorilor lui x în care funcția f nu este derivabilă este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

982 Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

983 Numărul valorilor $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = m$ are exact 4 soluții este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

În planul xOy se consideră punctele $A(1,8)$, $B(b,-4)$, $C(c,-4)$, unde $b, c \in \mathbb{R}$, $b \neq c$.

984 Dacă O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC, atunci $|b| + |c|$ este:

A 14 B 8 C 9 D 12 E 18

985 Dacă O este centrul de greutate al triunghiului ABC, atunci $b + c$ este:

A -1 B 0 C 1 D -2 E 3

986 Dacă aria triunghiului ABC este 36, atunci $|b - c|$ este:

A 6 B 8 C 4 D 3 E 12

987 Numărul soluțiilor $x \in [0, \pi]$ ale ecuației $\sin^2 x + \sin^2 2x = 2$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

988 Numărul soluțiilor $x \in [0, \pi]$ ale ecuației $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x$ este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

989 $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \pi)$ este:

A 0 B 1 C π D $\frac{\pi}{2}$ E $-\pi$

16

Admitere 22 iulie 2024

Câte numere naturale, scrise în baza 10 cu trei cifre distincte, au cea mai mare cifră pe poziția:

990 sutelor?

A 240 B 204 C 168 D 213 E 196

991 zecilor?

A 240 B 204 C 168 D 213 E 196

992

Partea reală a numărului complex $i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 2024i^{2024}$ este:

A 1012 B -1012 C 0 D 2024 E -2024

Fie $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ rădăcinile polinomului $X^3 - 2X^2 + aX + 1$, unde $a \in \mathbb{R}$.

993 Valoarea lui a pentru care $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2$ este:

A 0 B 1 C -1 D 2 E -2

994 Dacă $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2$, atunci $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$ este:

A 1 B -1 C 2 D -2 E 3

Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție „$*$” prin $x * y = 2xy + 2x + 2y + 1$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

995 Elementul neutru în raport cu legea „$*$” este:

A $\frac{3}{2}$ B $-\frac{3}{2}$ C -1 D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{2}$

996 Simetricul lui 0 în raport cu legea „$*$” este:

A $-\frac{3}{4}$ B $\frac{3}{4}$ C $-\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{4}$ E 0

997 Valoarea expresiei $(-2024) * (-2023) * \cdots * (-2) * (-1) * 0$ este:

A -1 B 2024^2 C $-2024 \cdot 2^{2025}$ D 1 E $2024 \cdot 2^{2024}$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 4 & -a \end{pmatrix}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

998 Mulțimea valorilor lui a pentru care matricea A este inversabilă este:

A $\mathbb{R}$ B $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ C $\mathbb{R}^*$ D $\mathbb{R} \setminus \{-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$ E $\{-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$

999 Mulțimea valorilor lui a pentru care matricea A este inversabilă și $A^{-1} = \frac{1}{9}A$ este:

A $\{-1, 1\}$ B $\{-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$ C $\{1\}$ D $\{2\sqrt{2}\}$ E $\emptyset$

1000 Dacă $a = 2\sqrt{2}$, atunci matricea A^{2024} este egală cu:

A $4^{2024} I_2$ B $2^{2024} I_2$ C O_2 D $4^{2023} A$ E $16^{2023} A$

1001 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x^3}$ este:

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{2}$ D ∞ E $\frac{1}{12}$

1002 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 2x - 2x^2}{x^4}$ este:

A 3 B $\frac{10}{3}$ C $\frac{8}{3}$ D $\frac{4}{3}$ E $\frac{5}{3}$

Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funcția definită prin $f(x) = \mathrm{e}^{x^2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$ și fie $F\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o primitivă a sa astfel încât $F(1) = 0$.

1003 $F'(1)$ este:

A 0 B 1 C e D $2\mathrm{e}$ E $\dfrac{\mathrm{e}}{2}$

1004 $\displaystyle\int_0^1 F(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\mathrm{e}}{2}$ B $\dfrac{1-\mathrm{e}}{2}$ C $\dfrac{1+\mathrm{e}}{2}$ D $\dfrac{1-\mathrm{e}^2}{2}$ E $\dfrac{1+\mathrm{e}^2}{2}$

1005 $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{1-x^2}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\pi-2$ B π C $\pi+2$ D 2 E 0

1006 $\displaystyle\int_0^1 \ln\left(1+\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B $\dfrac{1+\ln 2}{2}$ C $\dfrac{1-\ln 2}{2}$ D 1 E $\dfrac{\ln 2}{2}$

Fie $(x_n)_{n\geq 1}$ șirul definit prin $x_{n+1} = x_n + \dfrac{1}{\sqrt{n}\cdot x_n}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, unde $x_1 > 0$.

1007 Dacă $x_2 = 2$, atunci x_1 este:

A 1 B 2 C $\sqrt{2}$ D $\dfrac{1}{2}$ E $\sqrt{2}-1$

1008 Dacă $x_1 = \sqrt{2}$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A 0 B e^2 C $\mathrm{e}^{\sqrt{2}}$ D $2\sqrt{2}$ E ∞

1009 Dacă $x_1 = \sqrt{2}$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n^2}{\sqrt{n}}$ este:

A 0 B 1 C 2 D $2\sqrt{2}$ E 4

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcție continuă astfel încât $f(x) = \dfrac{x}{1-\mathrm{e}^{-x}}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

1010 $f(0)$ este:

A 0 B 1 C -1 D e E $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$

1011 $f'(0)$ este:

A nu există B $2\mathrm{e}$ C $\dfrac{\mathrm{e}}{2}$ D $\dfrac{1}{2}$ E $-\dfrac{1}{2}$

1012 Numărul soluțiilor $x \in \mathbb{R}$ ale ecuației $f(x) - f(-x) = x^{2024}$ este:

A 1 B 2 C 3 D 2023 E 2024

1013 $\displaystyle\int_{-1}^{1} x f(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{1}{3}$ B $\dfrac{2}{3}$ C $\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{3}{2}$ E 0

În planul xOy se consideră dreapta AB de ecuație $3x - 4y + 10 = 0$, unde punctul A se află pe axa Ox, iar punctul B se află pe axa Oy. Fie M simetricul lui O față de dreapta AB.

1014 Panta dreptei OM este:

A $-\dfrac{4}{3}$ B $\dfrac{4}{3}$ C $-\dfrac{3}{4}$ D $\dfrac{3}{4}$ E $-\dfrac{5}{4}$

1015 Aria triunghiului MAB este:

A $\dfrac{25}{6}$ B 5 C $\dfrac{25}{4}$ D $\dfrac{25}{3}$ E 4

1016 Lungimea segmentului OM este:

A 4 B 5 C $\dfrac{24}{5}$ D $\dfrac{18}{5}$ E $\dfrac{25}{6}$

1017 Numărul soluțiilor $x \in [0, 2\pi]$ ale ecuației $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 3$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

1018 Numărul soluțiilor $x \in [0, 2\pi]$ ale ecuației $\sin x + \cos x = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 5

1019 $\arcsin\left(\operatorname{tg}\dfrac{3\pi}{4}\right)$ este:

A 1 B $-\pi$ C $\dfrac{\pi}{4}$ D $\dfrac{\pi}{2}$ E $-\dfrac{\pi}{2}$

***

17

Autori/Propunători

1 - Maria Câmpian
2 - Daria Dumitraș
3 - Vicuța Neagoș
4 - Maria Câmpian
5 - Eugenia Duca
6 - Liana Timboș
7 - Liana Timboș
8 - Liana Timboș
9 - Dalia Cîmpean
10 - Dalia Cîmpean
11 - Dalia Cîmpean
12 - Maria Câmpian
13 - Maria Câmpian
14 - Maria Câmpian
15 - Alexandra Ciupa
16 - Alexandra Ciupa
17 - Viorica Muresan
18 - Viorica Muresan
19 - Dalia Cîmpean
20 - Radu Peter
21 - Mircea Ivan
22 - Daria Dumitraș
23 - Daniela Inoan
24 - Nicolaie Lung
25 - Daria Dumitraș
26 - Daniela Roșca
27 - Daniela Roșca
28 - Adela Novac
29 - Adela Novac
30 - Floare Tomuța
31 - Mircea Dan Rus
32 - Mircea Dan Rus
33 - Mircea Dan Rus
34 - Floare Tomuța
35 - Iuliu Crivei
36 - Viorica Mureșan
37 - Neculae Vornicescu
38 - Neculae Vornicescu
39 - Alexandra Ciupa
40 - Vasile Pop
41 - Vasile Câmpian
42 - Ioan Gavrea
43 - Ioan Gavrea
44 - Ioan Gavrea
45 - Daniela Roșca
46 - Eugenia Duca
47 - Alexandru Mitrea
48 - Alexandru Mitrea
49 - Alexandru Mitrea
50 - Alexandru Mitrea
51 - Alexandru Mitrea
52 - Eugenia Duca
53 - Tania Lazar
54 - Gheorghe Toader
55 - Daniela Marian
56 - Ioan Rașa
57 - Ioan Rașa
58 - Ioan Rașa
59 - Ioan Rașa
60 - Alexandru Mitrea
61 - Ioan Rașa
62 - Daniela Roșca
63 - Daniela Roșca
64 - Floare Tomuța
65 - Daniela Roșca
66 - Daniela Roșca
67 - Daniela Roșca
68 - Alexandru Mitrea
69 - Alexandru Mitrea
70 - Gheorghe Toader
71 - Eugenia Duca
72 - Silvia Toader
73 - Silvia Toader
74 - Silvia Toader
75 - Ioan Gavrea
76 - Ioan Gavrea
77 - Bogdan Gavrea
78 - Bogdan Gavrea
79 - Alexandra Ciupa
80 - Mihaela Berchesan
81 - Mihaela Berchesan
82 - Mihaela Berchesan
83 - Eugenia Duca
84 - Mircea Ivan
85 - Alexandra Ciupa
86 - Alexandru Mitrea
87 - Ioan Rașa
88 - Ioan Rașa
89 - Ioan Rașa
90 - Ioan Rașa
91 - Mircea Ivan
92 - Mircea Ivan
93 - Daria Dumitraș
94 - Daria Dumitraș
95 - Vasile Pop
96 - Silvia Toader
97 - Nicolaie Lung
98 - Nicolaie Lung
99 - Daniela Roșca
100 - Dorian Popa
101 - Neculae Vornicescu
102 - Neculae Vornicescu
103 - Vasile Mihesan
104 - Daria Dumitraș
105 - Vasile Mihesan
106 - Daniela Roșca
107 - Daniela Roșca
108 - Daniela Roșca
109 - Vasile Pop
110 - Vasile Pop
111 - Silvia Toader
112 - Silvia Toader
113 - Gheorghe Toader
114 - Rozica Moga
115 - Rozica Moga
116 - Viorica Mureșan
117 - Dorian Popa
118 - Mircea Ivan
119 - Iuliu Crivei
120 - Iuliu Crivei
121 - Daniela Roșca
122 - Ioan Gavrea
123 - Ioan Gavrea

124 - Vasile Pop
125 - Alexandru Mitrea
126 - Viorica Mureșan
127 - Ovidiu Furdui
128 - Ovidiu Furdui
129 - Alina Sîntămărian
130 - Vasile Pop
131 - Mircea Ivan
132 - Mircea Ivan
133 - Eugenia Duca
134 - Neculae Vornicescu
135 - Iuliu Crivei
136 - Gheorghe Toader
137 - Alexandra Ciupa
138 - Silvia Toader
139 - Vasile Câmpian
140 - Daniela Inoan
141 - Dorian Popa
142 - Neculae Vornicescu
143 - Mircea Ivan
144 - Vasile Pop
145 - Mircea Ivan
146 - Daniela Inoan
147 - Dorian Popa
148 - Gheorghe Toader
149 - Viorica Mureșan
150 - Vasile Pop
151 - Floare Tomuța
152 - Ioan Gavrea
153 - Ioan Gavrea
154 - Radu Peter
155 - Ioan Rașa
156 - Vasile Pop
157 - Vasile Pop
158 - Neculae Vornicescu
159 - Alexandru Mitrea
160 - Alexandru Mitrea
161 - Floare Tomuța
162 - Daniela Roșca
163 - Mircea Ivan
164 - Mircea Dan Rus
165 - Mircea Dan Rus
166 - Alexandra Ciupa
167 - Vasile Miheșan
168 - Floare Tomuța
169 - Alexandru Mitrea
170 - Alexandru Mitrea
171 - Alexandru Mitrea
172 - Alexandru Mitrea
173 - Alexandru Mitrea
174 - Alexandru Mitrea
175 - Alexandru Mitrea
176 - Dorian Popa
177 - Dorian Popa
178 - Dorian Popa
179 - Dorian Popa
180 - Dorian Popa
181 - Vasile Pop
182 - Gheorghe Toader
183 - Viorica Mureșan
184 - Viorica Mureșan
185 - Daniela Roșca
186 - Nicolaie Lung
187 - Iuliu Crivei
188 - Iuliu Crivei
189 - Daniela Roșca
190 - Vasile Pop
191 - Vasile Pop
192 - Vasile Pop
193 - Vasile Pop
194 - Silvia Toader
195 - Silvia Toader
196 - Silvia Toader
197 - Ioan Rașa
198 - Ioan Rașa
199 - Ioan Rașa
200 - Mircia Gurzău
201 - Vasile Pop
202 - Vasile Pop
203 - Alexandru Mitrea
204 - Gheorghe Toader
205 - Dorian Popa
206 - Dorian Popa
207 - Dorian Popa
208 - Iuliu Crivei
209 - Iuliu Crivei
210 - Daniela Inoan
211 - Dorian Popa
212 - Ioan Rașa
213 - Adela Novac
214 - Adela Novac
215 - Dorian Popa
216 - Dorian Popa
217 - Dorian Popa
218 - Mircea Ivan
219 - Nicolaie Lung
220 - Nicolaie Lung
221 - Nicolaie Lung
222 - Constantin Todea
223 - Vasile Pop
224 - Ioan Gavrea
225 - Vasile Pop
226 - Vasile Pop
227 - Vasile Pop
228 - Mircea Rus
229 - Mircea Rus
230 - Mircea Rus
231 - Mircea Rus
232 - Mircea Rus
233 - Mircea Rus
234 - Mircea Rus
235 - Mircea Rus
236 - Mircea Rus
237 - Mircea Rus
238 - Mircea Rus
239 - Mircea Rus
240 - Silvia Toader
241 - Silvia Toader
242 - Daniela Roșca
243 - Vicuța Neagoș
244 - Alexandru Mitrea
245 - Ioan Gavrea
246 - Dorian Popa
247 - Dorian Popa
248 - Daniela Roșca
249 - Ioan Rașa
250 - Maria Câmpian
251 - Maria Câmpian
252 - Maria Câmpian
253 - Adela Novac
254 - Viorica Mureșan
255 - Daniela Roșca
256 - Alexandra Ciupa
257 - Ioan Rașa
258 - Nicolaie Lung
259 - Alexandra Ciupa
260 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
261 - Ioan Rașa
262 - Daria Dumitraș
263 - Adela Capătă
264 - Ioan Gavrea
265 - Ioan Gavrea
266 - Mircea Ivan
267 - Alina Sîntămărian
268 - Mircea Ivan
269 - Neculae Vornicescu
270 - Silvia Toader
271 - Marius Birou
272 - Alexandra Ciupa
273 - Adrian Holhos
274 - Adrian Holhos
275 - Ioan Rașa
276 - Eugenia Duca
277 - Mircea Ivan
278 - Adela Capătă
279 - Adela Capătă
280 - Viorica Mureșan
281 - Dorian Popa
282 - Dorian Popa
283 - Dorian Popa
284 - Dorian Popa
285 - Dorian Popa
286 - Dorian Popa
287 - Dorian Popa
288 - Dorian Popa
289 - Dorian Popa
290 - Mircea Ivan
291 - Mircea Ivan
292 - Mircea Ivan
293 - Mircea Ivan
294 - Vasile Pop
295 - Adela Novac
296 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
297 - Mircea Ivan
298 - Vasile Pop
299 - Mircea Ivan
300 - Radu Peter
301 - Adrian Holhoș

302 - Floare Tomuța
303 - Floare Tomuța
304 - Dorian Popa
305 - Alexandra Ciupa
306 - Vasile Pop
307 - Radu Peter
308 - Radu Peter
309 - Alexandru Mitrea
310 - Ovidiu Furdui
311 - Mircea Ivan
312 - Mircea Ivan
313 - Mircea Ivan
314 - Mircea Ivan
315 - Daniela Roșca
316 - Daniela Roșca
317 - Lucia Blaga
318 - Lucia Blaga
319 - Alexandra Ciupa
320 - Alexandra Ciupa
321 - Alexandra Ciupa
322 - Vasile Pop
323 - Maria Câmpian
324 - Neculae Vornicescu
325 - Daniela Inoan
326 - Vicuța Neagoș
327 - Tania Lazar
328 - Tania Lazar
329 - Daniela Inoan
330 - Dorian Popa
331 - Vasile Pop
332 - Maria Câmpian
333 - Radu Peter
334 - Iuliu Crivei
335 - Alexandra Ciupa
336 - Vasile Câmpian
337 - Adrian Holhoș
338 - Alina-Ramona Baias
339 - Adrian Holhoș
340 - Neculae Vornicescu
341 - Mircea Ivan
342 - Mircea Ivan
343 - Mircea Ivan
344 - Mircea Dan Rus
345 - Mircea Dan Rus
346 - Mircea Dan Rus
347 - Neculae Vornicescu
348 - Neculae Vornicescu
349 - Daniela Roșca
350 - Vasile Pop
351 - Alexandru Mitrea
352 - Dorian Popa
353 - Tania Lazar
354 - Adela Novac
355 - Adela Novac
356 - Mircea Ivan
357 - Daniela Roșca
358 - Ioan Rașa
359 - Alexandru Mitrea
360 - Alexandru Mitrea
361 - Daniela Marian
362 - Vasile Pop
363 - Mircea Ivan
364 - Mircea Ivan
365 - Ioan Gavrea
366 - Neculae Vornicescu
367 - Mircea Ivan
368 - Mircea Ivan
369 - Mircea Ivan
370 - Daniela Marian
371 - Daniela Marian
372 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
373 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
374 - Mircea Ivan
375 - Alexandra Ciupa
376 - Alexandru Mitrea
377 - Daniela Roșca
378 - Daniela Roșca
379 - Mircea Dan Rus
380 - Mircea Dan Rus
381 - Mircea Dan Rus
382 - Dorian Popa
383 - Ioan Gavrea
384 - Alexandru Mitrea
385 - Mircea Ivan
386 - Dorian Popa
387 - Vasile Ile
388 - Alexandru Mitrea
389 - Lucia Blaga
390 - Mircea Ivan
391 - Daniela Roșca
392 - Alexandru Mitrea
393 - Gheorghe Toader
394 - Gheorghe Toader
395 - Mircea Dan Rus
396 - Mircea Dan Rus
397 - Mircea Dan Rus
398 - Dorian Popa
399 - Dorian Popa
400 - Dorian Popa
401 - Ioan Gavrea
402 - Ioan Gavrea
403 - Alexandru Mitrea
404 - Dalia Cîmpean
405 - Dorian Popa
406 - Vasile Pop
407 - Vasile Pop
408 - Vasile Pop
409 - Neculae Vornicescu
410 - Iuliu Crivei
411 - Mircea Ivan
412 - Alexandru Mitrea
413 - Ioan Rașa
414 - Vasile Pop
415 - Vasile Pop
416 - Mircia Gurzău
417 - Neculae Vornicescu
418 - Daniela Marian
419 - Daniela Marian
420 - Neculae Vornicescu
421 - Mihaela Berchešan
422 - Mihaela Berchešan
423 - Mihaela Berchešan
424 - Alexandru Mitrea
425 - Adela Novac
426 - Daniela Roșca
427 - Silvia Toader
428 - Gheorghe Toader
429 - Silvia Toader
430 - Gheorghe Toader
431 - Mircia Gurzău
432 - Mircia Gurzău
433 - Vasile Miheșan
434 - Mircea Ivan
435 - Vasile Câmpian
436 - Dorian Popa
437 - Mircea Ivan
438 - Mircea Ivan
439 - Mircea Ivan
440 - Mircea Ivan
441 - Daniela Inoan
442 - Mircea Ivan
443 - Teodor Potra
444 - Alexandru Mitrea
445 - Viorica Mureșan
446 - Daniela Marian
447 - Gheorghe Toader
448 - Ioan Rașa
449 - Rozica Moga
450 - Alexandra Ciupa
451 - Ovidiu Furdui
452 - Maria Câmpian
453 - Alexandru Mitrea
454 - Mircea Ivan
455 - Rozica Moga
456 - Rozica Moga
457 - Alina Sîntămărian
458 - Rozica Moga
459 - Nicolaie Lung
460 - Maria Câmpian
461 - Maria Câmpian
462 - Neculae Vornicescu
463 - Vasile Miheșan
464 - Viorica Mureșan
465 - Ovidiu Furdui
466 - Viorica Mureșan
467 - Mircea Ivan
468 - Luminita Cotirla
469 - Daniela Roșca
470 - Luminita Cotirla
471 - Luminita Cotirla
472 - Luminita Cotirla
473 - Luminita Cotirla
474 - Ovidiu Furdui
475 - Alina-Ramona Baias
476 - Alina-Ramona Baias
477 - Alina-Ramona Baias
478 - Ovidiu Furdui
479 - Alexandru Mitrea

480 - Alexandru Mitrea
481 - Floare Tomuța
482 - Daniela Inoan
483 - Daniela Inoan
484 - Daniela Inoan
485 - Floare Tomuța
486 - Maria Câmpian
487 - Iuliu Crivei
488 - Dorian Popa
489 - Mircea Ivan
490 - Ioan Gavrea
491 - Ioan Gavrea
492 - Mircea Ivan
493 - Alexandru Mitrea
494 - Alexandru Mitrea
495 - Vasile Miheșan
496 - Vasile Miheșan
497 - Adela Novac
498 - Dorian Popa
499 - Dorian Popa
500 - Alina Sîntămărian
501 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
502 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
503 - Vasile Pop
504 - Ioan Gavrea
505 - Alexandra Ciupa
506 - Liana Timboș
507 - Liana Timboș
508 - Liana Timboș
509 - Vasile Pop
510 - Daniela Roșca
511 - Alexandra Ciupa
512 - Alexandra Ciupa
513 - Mircia Gurzău
514 - Daniela Marian
515 - Daniela Marian
516 - Nicolaie Lung
517 - Alexandru Mitrea
518 - Alexandru Mitrea
519 - Alexandru Mitrea
520 - Mircea Dan Rus
521 - Mircea Dan Rus
522 - Mircea Dan Rus
523 - Mircea Dan Rus
524 - Ovidiu Furdui
525 - Ovidiu Furdui
526 - Mircea Ivan
527 - Mircea Ivan
528 - Mircea Ivan
529 - Mircea Ivan
530 - Mircea Ivan
531 - Mircea Ivan
532 - Mircea Ivan
533 - Mircea Ivan
534 - Mircea Ivan
535 - Mircea Ivan
536 - Vasile Miheșan
537 - Mircea Ivan
538 - Mircea Ivan
539 - Mircea Ivan
540 - Mircea Ivan
541 - Mircea Ivan
542 - Mircea Ivan
543 - Vasile Câmpian
544 - Ioan Rașa
545 - Maria Câmpian
546 - Maria Câmpian
547 - Alexandra Ciupa
548 - Vasile Miheșan
549 - Viorica Mureșan
550 - Viorica Mureșan
551 - Teodor Potra
552 - Silvia Toader
553 - Daria Dumitraș
554 - Vasile Pop
555 - Vasile Pop
556 - Dorian Popa
557 - Dorian Popa
558 - Mircia Gurzău
559 - Mihaela Bercheșan
560 - Mihaela Bercheșan
561 - Mihaela Bercheșan
562 - Alina-Ramona Baias
563 - Alina-Ramona Baias
564 - Alina-Ramona Baias
565 - Liana Timboș
566 - Liana Timboș
567 - Floare Tomuța
568 - Floare Tomuța
569 - Floare Tomuța
570 - Daniela Inoan
571 - Vasile Pop
572 - Vasile Pop
573 - Vasile Pop
574 - Vasile Pop
575 - Vasile Pop
576 - Vasile Pop
577 - Vasile Pop
578 - Rozica Moga
579 - Mircea Ivan
580 - Mircia Gurzău
581 - Mircea Dan Rus
582 - Mircea Dan Rus
583 - Mircea Dan Rus
584 - Viorica Mureșan
585 - Bogdan Gavrea
586 - Bogdan Gavrea
587 - Ioan Gavrea
588 - Ioan Gavrea
589 - Vasile Miheșan
590 - Adrian Holhoș
591 - Alina Sîntămărian
592 - Alina Sîntămărian
593 - Marius Birou
594 - Maria Câmpian
595 - Floare Tomuța
596 - Vasile Miheșan
597 - Eugenia Duca
598 - Vasile Câmpian
599 - Daniela Roșca
600 - Daniela Roșca
601 - Dorian Popa
602 - Vasile Pop
603 - Vasile Miheșan
604 - Maria Câmpian
605 - Alexandru Mitrea
606 - Alexandru Mitrea
607 - Alexandru Mitrea
608 - Vasile Miheșan
609 - Gheorghe Toader
610 - Mircea Ivan
611 - Alexandru Mitrea
612 - Daria Dumitraș
613 - Radu Peter
614 - Luminita Cotirla
615 - Mircea Ivan
616 - Vasile Miheșan
617 - Dorian Popa
618 - Silvia Toader
619 - Alina Sîntămărian
620 - Alexandru Mitrea
621 - Silvia Toader
622 - Viorica Mureșan
623 - Mircea Ivan
624 - Maria Câmpian
625 - Alexandru Mitrea
626 - Dorian Popa
627 - Alexandru Mitrea
628 - Dorian Popa
629 - Dorian Popa
630 - Daniela Inoan
631 - Daniela Inoan
632 - Daniela Inoan
633 - Daniela Inoan
634 - Vasile Miheșan
635 - Vasile Miheșan
636 - Ioan Rașa
637 - Dalia Cîmpean
638 - Dalia Cîmpean
639 - Dalia Cîmpean
640 - Marius Birou
641 - Marius Birou
642 - Alexandru Mitrea
643 - Vasile Miheșan
644 - Alexandra Ciupa
645 - Daria Dumitraș
646 - Alina-Ramona Baias
647 - Alina-Ramona Baias
648 - Alina-Ramona Baias
649 - Ioan Gavrea
650 - Ioan Gavrea
651 - Ioan Gavrea
652 - Daniela Inoan
653 - Daniela Inoan
654 - Daniela Inoan
655 - Daria Dumitraș
656 - Dorian Popa
657 - Vasile Pop
658 - Vasile Miheșan
659 - Eugenia Duca

18

Răspunsuri

1: C	31: C	61: B	91: E	121: E	151: E
2: C	32: D	62: C	92: B	122: E	152: A
3: C	33: B	63: D	93: E	123: C	153: A
4: C	34: C	64: D	94: E	124: C	154: A
5: D	35: D	65: A	95: D	125: B	155: C
6: A	36: C	66: A	96: B	126: B	156: C
7: B	37: B	67: C	97: D	127: A	157: C
8: C	38: C	68: B	98: A	128: B	158: C
9: B	39: B	69: C	99: B	129: B	159: B
10: C	40: D	70: B	100: B	130: B	160: D
11: D	41: C	71: C	101: A	131: D	161: D
12: B	42: C	72: A	102: D	132: B	162: D
13: C	43: D	73: B	103: C	133: A	163: C
14: C	44: C	74: C	104: D	134: C	164: C
15: B	45: C	75: D	105: A	135: C	165: D
16: D	46: E	76: C	106: C	136: A	166: B
17: A	47: A	77: C	107: B	137: A	167: D
18: B	48: D	78: E	108: D	138: B	168: B
19: B	49: D	79: C	109: B	139: C	169: B
20: E	50: C	80: A	110: C	140: D	170: A
21: B	51: D	81: B	111: E	141: D	171: B
22: A	52: D	82: D	112: B	142: C	172: D
23: E	53: C	83: E	113: A	143: C	173: B
24: B	54: D	84: E	114: A	144: D	174: A
25: C	55: A	85: D	115: B	145: B	175: E
26: B	56: D	86: C	116: C	146: A	176: C
27: C	57: B	87: A	117: C	147: D	177: A
28: D	58: A	88: B	118: E	148: C	178: B
29: A	59: E	89: A	119: B	149: E	179: C
30: C	60: B	90: D	120: B	150: C	180: D

181: C	225: E	269: B	313: E	357: E	401: D
182: C	226: D	270: D	314: A	358: E	402: C
183: C	227: B	271: C	315: E	359: E	403: E
184: C	228: A	272: C	316: D	360: D	404: D
185: A	229: E	273: A	317: B	361: A	405: B
186: C	230: C	274: C	318: A	362: E	406: C
187: C	231: A	275: E	319: B	363: C	407: A
188: B	232: B	276: E	320: C	364: B	408: A
189: E	233: D	277: D	321: D	365: C	409: B
190: D	234: A	278: B	322: E	366: E	410: A
191: E	235: C	279: E	323: D	367: D	411: D
192: C	236: D	280: E	324: D	368: B	412: B
193: C	237: A	281: B	325: A	369: A	413: B
194: B	238: B	282: E	326: E	370: A	414: D
195: D	239: C	283: A	327: D	371: A	415: D
196: A	240: A	284: C	328: B	372: A	416: B
197: B	241: C	285: A	329: B	373: A	417: C
198: B	242: A	286: A	330: A	374: C	418: A
199: B	243: B	287: A	331: E	375: C	419: A
200: C	244: D	288: B	332: C	376: A	420: C
201: C	245: B	289: A	333: B	377: B	421: C
202: D	246: D	290: E	334: D	378: D	422: E
203: B	247: B	291: A	335: A	379: B	423: E
204: C	248: D	292: A	336: B	380: A	424: D
205: D	249: C	293: A	337: A	381: C	425: B
206: D	250: C	294: D	338: A	382: C	426: E
207: B	251: D	295: B	339: A	383: D	427: E
208: B	252: B	296: A	340: E	384: B	428: D
209: A	253: E	297: C	341: E	385: E	429: A
210: B	254: D	298: C	342: D	386: E	430: C
211: D	255: A	299: E	343: B	387: A	431: B
212: A	256: D	300: E	344: C	388: B	432: B
213: A	257: D	301: C	345: E	389: D	433: D
214: B	258: B	302: A	346: B	390: E	434: E
215: B	259: A	303: B	347: B	391: C	435: E
216: B	260: A	304: E	348: B	392: E	436: B
217: E	261: B	305: E	349: C	393: C	437: D
218: A	262: C	306: D	350: A	394: A	438: A
219: B	263: A	307: A	351: E	395: D	439: C
220: A	264: B	308: C	352: A	396: E	440: E
221: B	265: A	309: E	353: B	397: B	441: B
222: E	266: A	310: B	354: C	398: C	442: C
223: A	267: B	311: B	355: D	399: B	443: E
224: B	268: B	312: E	356: B	400: B	444: C

445: C	489: B	533: E	577: D	621: E	665: C
446: A	490: C	534: E	578: E	622: C	666: E
447: A	491: B	535:	579: D	623: E	667: D
448: A	492: A	536:	580: D	624: B	668: E
449: B	493: E	537:	581: D	625: D	669: A
450: C	494: D	538:	582: A	626: E	670: D
451: A	495: C	539:	583: C	627: D	671: C
452: C	496: B	540:	584: D	628: B	672: D
453: D	497: E	541:	585: D	629: E	673: A
454: B	498: A	542:	586: D	630: A	674: B
455: A	499: E	543: C	587: B	631: B	675: C
456: E	500: A	544: A	588: C	632: A	676: D
457: A	501: A	545: D	589: A	633: C	677: E
458: A	502: A	546: E	590: B	634: C	678: B
459: B	503: E	547: A	591: A	635: B	679: C
460: D	504: A	548: C	592: C	636: D	680: E
461: A	505: A	549: A	593: C	637: D	681: B
462: A	506: A	550: D	594: D	638: B	682: E
463: A	507: B	551: A	595: E	639: A	683: A
464: D	508: C	552: A	596: B	640: D	684: B
465: D	509: C	553: D	597: C	641: A	685: A
466: B	510: D	554: B	598: C	642: D	686: B
467: A	511: B	555: A	599: B	643: C	687: A
468: A	512: B	556: B	600: E	644: E	688: C
469: B	513: C	557: D	601: B	645: A	689: A
470: A	514: A	558: C	602: D	646: B	690: A
471: A	515: B	559: D	603: D	647: D	691: B
472: A	516: D	560: B	604: C	648: C	692: A
473: A	517: B	561: C	605: A	649: B	693: E
474: C	518: C	562: A	606: A	650: A	694: A
475: A	519: D	563: B	607: C	651: B	695: B
476: C	520: B	564: B	608: B	652: C	696: D
477: D	521: D	565: A	609: E	653: A	697: E
478: B	522: A	566: B	610: A	654: D	698: B
479: A	523: C	567: D	611: D	655: B	699: C
480: C	524: C	568: B	612: C	656: D	700: B
481: B	525: C	569: D	613: B	657: E	701: E
482: E	526: E	570: A	614: A	658: D	702: A
483: A	527: E	571: A	615: A	659: B	703: B
484: B	528: C	572: A	616: E	660: D	704: E
485: C	529: E	573: B	617: B	661: C	705: C
486: D	530: B	574: E	618: C	662: D	706: E
487: B	531: C	575: A	619: A	663: E	707: D
488: A	532: B	576: C	620: D	664: B	708: E

709: A	753: E	797: A	841: A	885: A	929: A
710: B	754: B	798: C	842: A	886: A	930: A
711: C	755: B	799: A	843: E	887: D	931: C
712: D	756: A	800: B	844: A	888: A	932: A
713: C	757: A	801: A	845: A	889: A	933: E
714: D	758: A	802: A	846: C	890: A	934: D
715: A	759: A	803: A	847: A	891: A	935: E
716: D	760: D	804: B	848: C	892: D	936: B
717: C	761: D	805: C	849: A	893: A	937: A
718: D	762: E	806: A	850: A	894: A	938: E
719: C	763: C	807: B	851: A	895: A	939: B
720: E	764: A	808: A	852: A	896: A	940: A
721: B	765: D	809: B	853: A	897: A	941: C
722: C	766: C	810: A	854: D	898: A	942: B
723: D	767: A	811: A	855: A	899: A	943: A
724: A	768: C	812: E	856: E	900: A	944: A
725: D	769: A	813: C	857: E	901: C	945: B
726: E	770: C	814: D	858: A	902: A	946: A
727: B	771: D	815: A	859: A	903: E	947: A
728: A	772: A	816: A	860: A	904: A	948: A
729: E	773: B	817: A	861: A	905: E	949: A
730: C	774: A	818: A	862: A	906: A	950: A
731: D	775: D	819: A	863: A	907: A	951: B
732: E	776: B	820: A	864: C	908: C	952: A
733: A	777: C	821: B	865: A	909: A	953: B
734: C	778: E	822: A	866: A	910: A	954: D
735: D	779: D	823: C	867: A	911: A	955: A
736: B	780: E	824: A	868: A	912: A	956: A
737: E	781: E	825: C	869: A	913: A	957: A
738: E	782: A	826: A	870: B	914: A	958: B
739: E	783: E	827: B	871: B	915: A	959: A
740: A	784: B	828: A	872: A	916: A	960: A
741: D	785: A	829: B	873: A	917: C	961: B
742: C	786: A	830: B	874: A	918: A	962: A
743: E	787: D	831: D	875: A	919: C	963: A
744: B	788: A	832: A	876: A	920: C	964: A
745: B	789: A	833: A	877: A	921: A	965: A
746: C	790: A	834: A	878: D	922: D	966: B
747: D	791: A	835: A	879: E	923: E	967: A
748: A	792: C	836: B	880: B	924: A	968: A
749: A	793: E	837: C	881: C	925: A	969: D
750: A	794: E	838: A	882: A	926: A	970: A
751: B	795: A	839: A	883: E	927: A	971: A
752: E	796: A	840: A	884: D	928: A	972: A

973: A	981: D	989: A	997: A	1005: A	1013: A
974: A	982: E	990: A	998: A	1006: A	1014: A
975: A	983: B	991: B	999: A	1007: A	1015: A
976: A	984: A	992: A	1000: A	1008: E	1016: A
977: A	985: A	993: B	1001: A	1009: E	1017: D
978: A	986: A	994: B	1002: B	1010: B	1018: A
979: A	987: A	995: E	1003: C	1011: D	1019: E
980: D	988: E	996: A	1004: B	1012: B	

19

Indicații

$\boxed{2}$ $\lg 2^x = \lg(2^x + x - 1)$.

$\boxed{6}$ $f(1) = 0 \Rightarrow a + b = -2, f'(1) = 0 \Rightarrow 99a + b = -100 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

$\boxed{7}$ $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ este rădăcina polinomului $X^2 + X + 1$ și $\omega^3 = 1$. Din $f(\omega) = 0 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

$\boxed{8}$ $f = (X-1)^2(X+1) \cdot q + X^2 + X + 1$. Avem că $f(1) = 3, f(-1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$ iar din $f'(1) = 3 \Rightarrow 99a + b = -97$, deci $a = -1; b = 2$.

$\boxed{16}$ Coordonatele vârfului unei parabole sunt $x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{1-m}{m}$, $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{m-1}{m}$. Se observă relația $y_V = -x_V$.

$\boxed{24}$ Ecuație echivalentă cu $9^{x-1} + 7 = 4(3^{x-1} + 1)$, $\Longrightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$.

$\boxed{25}$ $1+x > 0$, $x \neq 0$, $2x^3+2x^2-3x+1 > 0$. Ecuația se mai scrie $2x^3+2x^2-3x+1 = (1+x)^3$.

$\boxed{27}$ Din $(a+b+c)^2 \geq 0$ rezultă $ab + bc + ac \geq -\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$. Minimul se atinge pentru $a + b + c = 0$, de exemplu, $a = 1/\sqrt{2}$, $b = -1/\sqrt{2}$, $c = 0$.

$\boxed{38}$ Ambele polinoame se divid cu $x^2 + x + 1$, iar primul nu se divide cu $x - 1$.

$\boxed{49}$ $\det(A) = V(1, -i, -1, i)$ și $A^4 = 16I_4$.

$\boxed{55}$ Se calculează mai întâi AA^t iar apoi determinantul acestei matrici,
$x_1 + x_2 + x_3 = 0$, $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2m$, $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3n$, $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 2m^2$.

$\boxed{64}$ Se obține ecuația $2(x^3 + 1) = 0$.

$\boxed{80}$ Se verifică ușor faptul ca $A \in P_1$ și $B \in P_1$. Pe de altă parte, $A \in P_2$ și $B \in P_2$ este echivalent cu

$$\begin{cases} 5 \cdot m + 2 \cdot n = 8 \\ m = -2. \end{cases}$$

Prin urmare, $m = -2$ și $n = 9$ este soluția.

81 Se observă că $C \in P_1$. Punem condiția ca $C \in P_2$ și obținem relația $10m + 3n = 19$. Pentru că parabolele nu sunt tangente, ecuația

$$(m-1)x^2 + (4m+n-5)x + 5m + 2n - 4 = x^2 + 5x + 4$$

este de gradul I și atunci $m = 2$. Din relația $10m + 3n = 19$, rezultă $n = -\frac{1}{3}$. Prin urmare, soluția este $m = 2$ și $n = -\frac{1}{3}$.

82 Din faptul că $T \in P_2$ rezultă că $m = -2$. Dacă parabolele sunt tangente, ecuația $-4x^2 + (n-17)x + 2n - 18 = 0$ are rădăcină dublă și din condiția $\Delta = 0$ obținem $n = 1$. Soluția este $m = -2$ și $n = 1$.

91 Nu există un astfel de polinom.

99 Notăm $y = 2^x + 2^{-x}$. Ecuația devine $8y^2 - 54y + 85 = 0$, cu soluțiile $y_1 = \dfrac{17}{4}$, $y_2 = \dfrac{5}{2}$. Soluțiile ecuației date sunt $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -2$.

104 Pentru ca $f(x)$ să fie surjectivă trebuie ca $m > 0$ și $2m - 1 \le 1 + m \;\Rightarrow\; m \in (0, 2]$.

105 Se obține ecuația $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = a + \frac{1}{2}$.

161 Suma coeficienților unui polinom este valoarea sa pentru $x = 1$.

175 Fie a, b, c, d elementele matricei X. Se consideră situațiile:
$a + d = Tr(X) \neq 2$ si $a + d = 2$.

176 $\operatorname{rang}(A \cdot B) \le \min(\operatorname{rang}(A), \operatorname{rang}(B))$.

210 Se scriu toți logaritmii în baza x.

222 Avem: $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $\alpha^3 = 1$, $\alpha^2 = -\alpha - 1$, $\alpha^2 = \frac{1}{\alpha}$.
Deducem: $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2) = \det(I_2 + \alpha A - \alpha A^2 - A^2)$
$= \det\big((I_2 - A)(I_2 + A) + \alpha A(I_2 - A)\big) = \det\big((I_2 - A)(I_2 + (\alpha + 1)A)\big)$
$= \det(I_2 - A) \cdot \det(I_2 - \alpha^2 A) = \det(I_2 - A) \cdot \det\left(\frac{\alpha I_2 - A}{\alpha}\right) = 1.$
(Un exemplu de astfel de matrice $A \neq O_2$ este $A = (1 + \alpha)I_2$.)

223 Avem $A^2 - (a + d)A + I_2 \det(A) = O_2$. Deducem: $A^n = O_2 \Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow A^n = (a + d)^{n-1} A \Rightarrow a + d = 0 \Rightarrow A^2 = O_2$.

227 $f : (-1, 1) \to (0, \infty)$, $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ izomorfism de la $((-1, 1), *)$ la $((0, \infty), \cdot)$, $f^{-1}(y) = \frac{1-y}{1+y}$. $\prod_{k=2}^{n} f(1/k) = \frac{2}{n+n^2}$; $f^{-1}\left(\frac{2}{n+n^2}\right) = \frac{-2+n+n^2}{2+n+n^2}$.

230 Este suficient ca dintre cele două submulțimi să se precizeze doar aceea care îl conține pe 8 (cealaltă submulțime va fi complementară). Această submulțime se poate obține reunind cu $\{8\}$ oricare submulțime a mulțimii $A' = \{1, 2, \ldots, 7\}$ însă exceptând-o pe A' (în acest caz, ar rezulta că submulțimea obținută este chiar A, deci cea de a doua submulțime ar fi vidă). Sunt $2^7 - 1$ submulțimi ale mulțimii A', excluzînd-o pe ea însăși.

231 Și în acest caz, este suficient să precizăm doar una dintre submulțimi (spre exemplu, pe aceea care îl conține pe 8). Pentru a completa submulțimea, mai rămân de ales oricare 3 elemente din $A' = \{1, 2, \ldots, 7\}$.

233 Este suficient să se elimine din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin niciun număr impar (în număr de 2^4).

234 Similar cu problema anterioară, se elimină din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin numere pare (2^4 submulțimi) și pe cele care nu conțin numere impare (tot 2^4). Deoarece mulțimea vidă (este singura submulțime care) se elimină de două ori, răspunsul trebuie ajustat adunând înapoi 1. Rezultă răspunsul $2^8 - 2^4 - 2^4 + 1$.

235 Orice distribuție a bilelor în cutii este o funcție de la mulțimea bilelor la mulțimea cutiilor.

236 Similar cu punctul anterior, cu deosebirea că se mai introduce o cutie pentru bilele care ar putea rămâne nedistribuite.

247 $x_{n+1} - x_n = \frac{1}{x_n} > 0$, deci șirul este crescător. Rezultă că șirul are o limită L, finită sau infinită. Dacă presupunem că L este finită, avem $L = L + 2/L$, deci $2/L = 0$, fals. Prin urmare $L = \infty$. Conform Lemei Stolz-Cesaro avem $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n^2}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} x_{n+1}^2 - x_n^2 = \lim\limits_{n\to\infty} 4 + 4/x_n^2 = 4$. Rezultă $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{\sqrt{n}} = 2$.

255 $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$.

256 $\frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+2^k} - \frac{1}{1+2^{k+1}}\right)$.

260 Se observă că $k! \cdot (k^2+1) = (k+2)! - 3(k+1)! + 2k!$.

263 Se scade $2n\pi$ la argumentul funcției cosinus.

265 Se pot folosi, de exemplu, inegalitățile $n \le a_n \le n+1$, $n \in \mathbb{N}^*$.

266 Se aplică Problema 535.

272 $p_n = \frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}$.

280
$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln\left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \cdots + a^{\frac{n}{n}}\right)$$
$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n} \ln a + \lim_{n\to\infty} \frac{\ln(1 + a^{-\frac{n}{2}} + \cdots + a^{-n+1})}{n} = \ln a.$$

282 $f(x_n) := x_{n+1} - x_n = e^{x_n} - x_n - 1 \ge 0$, $\forall n \ge 0$, deci șirul este crescător.

283 Cum șirul este crescător rezultă că există $\lim\limits_{n\to\infty} x_n \in \overline{\mathbb{R}}$. Dacă presupunem că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$, $x \in \mathbb{R}$, din recurență obținem $x = e^x - 1$, de unde $x = 0$ contradicție cu $x_0 > 0$ și monotonia lui $(x_n)_{n\ge 0}$. Deci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$.

284 Pentru $x_0 \le 0$, șirul este crescător și mărginit superior de 0.

285 $\lim\limits_{n\to\infty} nx_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{\frac{1}{x_n}}$ și se aplică Stolz-Cesaro.

286 $x_{100} = 1 \Rightarrow x_{99} \in \{0,1\}$. $x_{99} = 0$ nu convine deoarece implică $x_{98}^2 - x_{98} + 1 = 0$, etc.

287 $x_{n+1} - x_n = (x_n - 1)^2$, $n \ge 1$ deci șirul este nedescrescător. Dacă presupunem că există $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = l$, $l \in \mathbb{R}$, obținem $l = l^2 - l + 1$, deci $l = 1$. Dacă $x_1 < 0$ sau $x_1 > 1$ obținem $x_n > 1$, $\forall n \ge 1$. Dacă $x_1 \in [0,1]$, obținem $x_n \in [0,1]$, $\forall n \ge 1$. Deci șirul este convergent pentru $x_1 \in [0,1]$ și are limita $l = 1$.

$\boxed{288}$ $x_{n+1}-1=x_n(x_n-1)$. $\prod_{k=1}^{n} x_k=\frac{x_{n+1}-1}{x_1-1}$

$\boxed{289}$ $x_{n+1}-1=x_n(x_n-1)$. $\frac{1}{x_n}=\frac{1}{x_n-1}-\frac{1}{x_{n+1}-1}$; $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{x_k}=\frac{1}{x_1-1}-\frac{1}{x_{n+1}-1}$

$\boxed{290}$ Mai general, fie $f\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ o funcție strict crescătoare și strict convexă astfel încât există $a<b$ pentru care $f(a)=a$, $f(b)=b$. Atunci șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1}=f(x_n)$ converge spre a dacă și numai dacă $x_0\in(-\infty,b)$.

$\boxed{293}$ Vezi problema 535.

$\boxed{296}$ Termenul general al șirului se poate scrie sub forma $n\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}-\ln n\right)}\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}}-2\right)$.

$\boxed{301}$ $x_n=[n\lg_3 2+\lg_3 2008]$.

$\boxed{307}$ $x_{2n}=y_n+\frac{1}{4}x_n$.

$\boxed{312}$ Se scrie:

$$x-\overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}=(x-\sin x)+\left(\frac{\sin x-\overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{(\sin x)^3}\right)\cdot(\sin x)^3.$$

$L_n=\frac{1}{6}+L_{n-1}$; $L_n=\frac{n}{6}$.

$\boxed{325}$ Se pune $t=\dfrac{1}{x}$ și apoi se aplică regula lui L'Hospital:

$$\lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}}\frac{(1+t)^{\frac{1}{t}}-e}{t}=\lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}}(1+t)^{\frac{1}{t}}\left[\frac{1}{t(t+1)}-\frac{\ln(1+t)}{t^2}\right]=e\lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}}\frac{t-(t+1)\ln(t+1)}{t^3+t^2}=-\frac{e}{2}.$$

$\boxed{329}$ Se aplică regula lui L'Hospital de două ori.

$\boxed{337}$ Se folosește limita $\lim\limits_{x\to 0}(e^x-1)/x=1$.

$\boxed{339}$ $|1/a|<1$ și $(1/a)^n\to 0$.

$\boxed{352}$ Se scrie ecuația sub forma $xe^{-\frac{2}{x-1}}=m$ și se aplică șirul lui Rolle.

$\boxed{360}$ Trebuie ca derivata funcției f să aibă două rădăcini strict pozitive.

$\boxed{364}$ Pentru $b\neq 0$ se consideră $f(x)=\operatorname{arctg}x+\operatorname{arctg}b-\operatorname{arctg}\frac{x+b}{1-xb}$, $x\neq 1/b$. Se obține $f'(x)=0$.

$\boxed{371}$ f surjectivă $\Leftrightarrow f([-2,1])=M$, deci $M=[0,4]$, studiind graficul funcției.

$\boxed{373}$ Avem $g'(x)=f'(f(f(x)))\cdot f'(f(x))\cdot f'(x)$.

$\boxed{376}$ $f'(0)=\sqrt[5]{\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{1}{6}x^3-x+\sin x}{x^5}}$.

$\boxed{390}$ Se demonstrează imediat și elementar că

$$(x^m\log x)^{(k+m)}=m!\,(-1)^{k-1}(k-1)!\,x^{-k},\quad m=0,1,\ldots,\ k=1,2,\ldots.$$

419 $f'(x)=0$ deci f este constantă pe fiecare din intervalele din domeniu.

421 Tinând cont de domeniile funcțiilor care intervin în definiția funcției f avem: $|\frac{2x}{1+x^2}| \leq 1$ și $|x| \in \mathbb{R}$ ceea ce este echivalent cu $x \in \mathbb{R}$.

422 Calculăm derivata funcției f și obținem

$$f^{'}(x) := \begin{cases} \frac{-2}{1+x^2}, & x \in (-\infty,-1); \\ 0, & x \in (-1,0) \cup (1,\infty); \\ \frac{2}{1+x^2}, & x \in (0,1). \end{cases}$$

Prin urmare, pe intervalul $[1,\infty)$ funcția este constantă, deci $f(\pi)=f(\sqrt{3})=\frac{\pi}{2}$.

423 $f^{'}(x)<0$ pentru orice $x \in (-\infty,-1)$.

434 $e^{-\frac{x}{2}}(x+2)=t$.

441 Notație $t=\sqrt{\dfrac{x}{x+3}}$.

444 $x-1=t$; se obține $\int\limits_{-1}^{1} f(t)\mathrm{d}t$ unde $f(t)=\frac{2t^3+3t}{(t^2+4)^n}$ este funcție impară.

445

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x = 2\int_0^1 \frac{x^2+1-x^2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x.$$

446 Facem schimbarea de variabilă $x=3-t$.

447 Schimbare de variabilă $\sqrt{x+1}=t$.

449 $P(n)=n^5-(n-1)^5$, $n \geq 2$.

470 Se integrează prin părți de două ori.

471 Se face schimbarea de variabilă $y=\arcsin\sqrt{x}$ în a doua integrală.

472 Prin schimbarea de variabilă $x=\frac{\pi}{4}-y$, integrala se reduce la $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \mathrm{tg}^2\, x\,\mathrm{d}x$.

473 $\frac{1}{x^2+x+1} = \frac{1}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$.

475 Se folosește substituția $u=\mathrm{tg}\, x$.

477 Se folosește relația $\frac{1}{\cos^2 x}=1+\mathrm{tg}^2\, x$ și se aplică problema 475.

479 $L(0)=1$ și $L(a)=\dfrac{1}{a}(e^a-1)$ pentru $a>0$; $e^2=7.29\ldots$.

480 Limita este $\displaystyle\int_0^1 x^2 \arcsin x\,\mathrm{d}x$.

481 Se integrează prin părți, după ce s-a utilizat formula $2\cos^2 x = 1+\cos 2x$.

$\boxed{484}$ Avem $f(a)=\begin{cases} \frac{1}{2}-a, & a\le 0,\\ \frac{1}{2}-a+a^2, & 0<a<1,\\ -\frac{1}{2}+a, & a\ge 1.\end{cases}$

$\boxed{488}$ $\arcsin(\sin x)=x$, dacă $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$, $\arcsin(\sin x)=\pi-x$, dacă $x\in(\frac{\pi}{2},\pi]$.

$\boxed{500}$ Avem

$$\begin{aligned}\int_1^2\frac{x^3-x-2}{x^3e^x}\,\mathrm{d}x &= \int_1^2\frac{1}{e^x}\,\mathrm{d}x-\int_1^2\frac{1}{x^2e^x}\,\mathrm{d}x-\int_1^2\frac{2}{x^3e^x}\,\mathrm{d}x=\\ &= -\frac{1}{e^x}\Big|_1^2-\int_1^2\frac{1}{x^2e^x}\,\mathrm{d}x+\int_1^2\left(\frac{1}{x^2}\right)'\frac{1}{e^x}\,\mathrm{d}x.\end{aligned}$$

$\boxed{502}$ $I+J=\displaystyle\int_0^1\frac{1+x}{1+x^2}\mathrm{d}x=\frac{\pi}{4}+\frac{\ln 2}{2}$ și $J-I=\displaystyle\int_0^1\frac{1}{1+x}\mathrm{d}x=\ln 2.$

$\boxed{504}$ $a_{n+1}-a_n=\int_{a_n}^{a_{n-1}}e^{-x^2}\,\mathrm{d}x=(a_{n-1}-a_n)e^{-c^2}$.

$\boxed{505}$ Dacă $G(x)=\int\limits_0^x e^{t^3}\mathrm{d}t,\ G'(x)=e^{x^3},\ F(x^2)=G(x^2),\ F'(x)=e^{x^6}\ 2x.$

$\boxed{506}$ $f_1(x)=\displaystyle\int_0^{x^2}t\cdot e^t\,\mathrm{d}t=e^t(t-1)\,|_0^{x^2}=e^{x^2}(x^2-1)+1.$

$\boxed{507}$ $f_n'(x)=(F(x^2)-F(0))'=2x\cdot F'(x^2)=2x(x^2)^ne^{x^2}=2x^{2n+1}e^{x^2}$, pentru $n=1$ se obține $f_n'(1)=2e$.

$\boxed{508}$ $0\le\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^1 t^n\cdot e^t\,\mathrm{d}t\le\lim_{n\to\infty}e\int_0^1 t^n\,\mathrm{d}t=\lim_{n\to\infty}\frac{e}{n+1}=0.$

$\boxed{510}$ $nx-1\le[nx]\le nx$

$\boxed{513}$ Schimbare de variabilă $x=\pi-t$.

$\boxed{515}$ $I=\int_0^\pi xf(\sin x)\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}xf(\sin x)\,\mathrm{d}x+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}xf(\sin x)\,\mathrm{d}x$. Facem schimbarea de variabilă $x=\pi-y$ în a doua integrală și obținem $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}xf(\sin x)\,\mathrm{d}x+\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\pi-y)f(\sin y)\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}xf(\sin x)\,\mathrm{d}x+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\pi f(\sin x)\,\mathrm{d}x-\int_0^{\frac{\pi}{2}}xf(\sin x)\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\pi f(\sin x)\,\mathrm{d}x$. Pentru calcularea integralei I_1 aplicăm rezultatul de la întrebarea de mai sus și avem $I_1=\int_0^\pi\frac{x\sin x\,\mathrm{d}x}{1+\sin^2 x}=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x\,\mathrm{d}x}{1+\sin^2 x}=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x\,\mathrm{d}x}{2-\cos^2 x}=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{-\sin x\,\mathrm{d}x}{\cos^2 x-2}=\pi\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left|\frac{\cos x-\sqrt{2}}{\cos x+\sqrt{2}}\right|\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\ln\left(3+2\sqrt{2}\right).$

$\boxed{523}$ Deoarece $f(0)=-1$, rezultă că $g(-1)=0$ și, deci, $g'(-1)=\frac{1}{f'(0)}$. Prin schimbarea de variabilă $x=f(y)$, se obține $\int_{-1}^{1-1/e}g(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 yf'(y)\mathrm{d}y=yf(y)|_0^1-\int_0^1 f(y)\mathrm{d}y$.

$\boxed{524}$ Fie $I_n=\int_0^1\sqrt[n]{x^n+(1-x)^n}\,\mathrm{d}x$. Avem că

$$I_n\le\int_0^{1/2}\sqrt[n]{(1-x)^n+(1-x)^n}\,\mathrm{d}x+\int_{1/2}^1\sqrt[n]{x^n+x^n}\,\mathrm{d}x=\frac{3}{4}\sqrt[n]{2}.$$

$$I_n\ge\int_0^{1/2}(1-x)\,\mathrm{d}x+\int_{1/2}^1 x\,\mathrm{d}x=\frac{3}{4}.$$

525

$$\frac{1}{n}\int_0^1 \ln\left(1+e^{nx}\right)\,\mathrm{d}x - \frac{1}{n}\int_0^1 \ln(e^{nx})\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^1 \ln(1+e^{-nx})\,\mathrm{d}x \le \frac{\ln 2}{n}.$$

530 Schimbare de variabilă $x = 3/t$.

531 Schimbare de variabilă $x = (2-t)/(1+2t)$.

532 Se folosește egalitatea $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg}\frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$, $x > 0$.

535 Mai general, fie $x_n, a_n > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$, astfel ca $\sum\limits_{n\ge 1}\frac{1}{a_n} = \infty$ și

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n} < 1.$$

Să demonstrăm că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$. Fie $0 < q < 1$ și $p \in \mathbb{N}^*$ astfel ca

$$\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n} < q, \qquad n \ge p.$$

Rezultă

$$x_{n+1} < x_p\, q^{\frac{1}{a_p}+\cdots+\frac{1}{a_n}}, \qquad n \ge p,$$

de unde $x_n \to 0$.

536 $x = a + b - t$.

539 $\displaystyle\int_0^1 f(nx)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^n f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor + T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor} f(x)\,\mathrm{d}x$ $\displaystyle+\frac{1}{n}\int_{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor+T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}{n}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x + \frac{1}{n}\int_0^{T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x \to \frac{1}{T}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x + 0.$

559 Panta dreptei AB este $m_{AB} = 1$ iar panta perpendicularei pe ea, este $m = -1$. Ecuația perpendicularei, scrisă prin punctul C, este: $x + y - 8 = 0$. Ecuația dreptei AB este $x - y + 1 = 0$. Intersectând cele două drepte, obținem proiecția punctului C pe dreapta AB, punctul $P(\frac{7}{2}, \frac{15}{4})$. Urmează că simetricul punctului C fată de dreapta AB este $C'(1, 7)$.

560 Suma $DM + MC$ este minimă dacă punctul M este la intersecția dreptelor DC' și AB. Ecuația dreptei DC' este $x = 1$, prin urmare, rezultă $M(1, 2)$.

561 Fie punctul $M(x, x+1) \in AB$. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = DM^2 + MC^2$, adică $f(x) = (x-1)^2 + (x+1-1)^2 + (6-x)^2 + (2-x-1)^2$, sau $f(x) = 4\cdot x^2 - 16\cdot x + 38$. Funcția f își atinge minimul pentru $x = 2$. Obținem $M(2, 3)$.

565 $A(-4, 1) \notin d : 3x - y - 2 = 0$, $d(A, BD) = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Rightarrow BD = 3\sqrt{10} \Rightarrow l = 3\sqrt{5} \Rightarrow \mathcal{A} = 45$.

566 C este simetricul punctului A față de d, $AC \perp d \Rightarrow AC : x + 3y + 1 = 0$, $AC \cap d = \{M(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})\}$, M este mijlocul $[AC] \Rightarrow C(5, -2)$.

575 $\overrightarrow{MG} = \frac{\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}}{3} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow M = G$.

576 $\overrightarrow{NI} = \frac{a\overrightarrow{NA}+b\overrightarrow{NB}+c\overrightarrow{NC}}{a+b+c} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow N = I$.

$\boxed{\mathbf{577}}$ $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow P = O.$

$\boxed{\mathbf{605}}$ $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ sau $\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$

$\boxed{\mathbf{607}}$ $(\sin x)^2 (\sin 2x)^2 \ldots (\sin nx)^2 = 1$; $(\sin x)^2 = 1$, $(\sin 2x)^2 = 1$

$\boxed{\mathbf{612}}$ Ecuația se scrie $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = 1$

$\boxed{\mathbf{614}}$ Se verifică $\cos x \neq 0$. Prin împărțirea cu $\cos^2 x$ în ambii membri, se obține o ecuație de gradul al doilea în $t = \operatorname{tg} x$.

$\boxed{\mathbf{645}}$ $E = \cos 4\alpha + i \sin 4\alpha, \quad \sin 4\alpha = 0 \Rightarrow 4\alpha = k\pi.$

$\boxed{\mathbf{648}}$ Se folosește reprezentarea geometrică a numerelor complexe.

$\boxed{\mathbf{654}}$ $\cos \dfrac{2k\pi}{n} + i \sin \dfrac{2k\pi}{n}$, $k = 1, \ldots, n$ sunt rădăcinile complexe ale ecuației $z^n - 1 = 0$; se folosesc relațiile lui Viète.

$\boxed{\mathbf{655}}$ $\sqrt{3} - i = 2\left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6}\right)$; $-1 + i\sqrt{3} = 2\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right)$.

$\boxed{\mathbf{772}}$ Pentru $a, b \geq 1$, $x \geq 0$, avem

$$\begin{aligned}\int \frac{x^{b-1} - x^{a-1}}{(x^a+1)(x^b+1)}\,\mathrm{d}x &= \int \frac{x^{b-1} + x^{a+b-1} - x^{a+b-1} - x^{a-1}}{(x^a+1)(x^b+1)}\,\mathrm{d}x \\ &= \int \left(\frac{x^{b-1}}{x^b+1} - \frac{x^{a-1}}{x^a+1}\right)\mathrm{d}x = \ln \frac{\left(x^b+1\right)^{1/b}}{\left(x^a+1\right)^{1/a}} + \mathcal{C}.\end{aligned}$$

$\boxed{\mathbf{773}}$ Pentru $a \in \mathbb{R}$ și $b \in (0, \infty)$, avem $\displaystyle\int_{\frac{1}{b}}^{b} \frac{1}{(x^2+1)(x^a+1)}\,\mathrm{d}x \overset{x=1/y}{=\!=\!=} \frac{1}{2}\int_{\frac{1}{b}}^{b} \frac{1}{x^2+1}\,\mathrm{d}x.$

$\boxed{\mathbf{847}}$ $V_{f_m}(x_m, y_m)$, unde $x_m = \dfrac{2m+1}{2m} = 1 + \dfrac{1}{2m}$, iar $y_m = f_m(x_m) = -\dfrac{1}{4m}$. Atunci $x_m - 1 = (-2)y_m$, deci $x_m + 2y_m = 1$.

$\boxed{\mathbf{851}}$ Schimbare de variabilă / integrare prin părți / calcul separat al integralelor, sau direct:

$$\begin{aligned}\underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} x\,\mathrm{d}x}_{t=\operatorname{tg} x,\ x=\operatorname{arctg} t} + \int_0^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} x\,\mathrm{d}x &= \int_0^{\sqrt{3}} \left(t \cdot \operatorname{arctg}' t + \operatorname{arctg} t\right)\mathrm{d}t = t \cdot \operatorname{arctg} t\Big|_0^{\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{3} \cdot \operatorname{arctg}\sqrt{3} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}.\end{aligned}$$

$\boxed{\mathbf{857}}$ $\displaystyle\int_0^{2\sqrt{2}} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}+1}\,\mathrm{d}x$. Facem schimbarea de variabilă

$$y = \sqrt{1+x^2}, \quad y^2 = 1 + x^2, \quad y\,\mathrm{d}y = x\,\mathrm{d}x,$$

astfel că $\displaystyle\int_0^{2\sqrt{2}} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_1^3 \frac{y}{y+1}\,\mathrm{d}y = (y - \ln(y+1))\Big|_1^2 = 2 - \ln 2.$