TESTE GRILĂ
DE
MATEMATICĂ
2024

AUTORI

Prof.univ.dr.	Vasile Câmpian	Conf.univ.dr.	Alexandra Ciupa
Prof.univ.dr.	Iuliu Crivei	Conf.univ.dr.	Dalia Cîmpean
Prof.univ.dr.	Bogdan Gavrea	Conf.univ.dr.	Luminița Ioana Cotîrlă
Prof.univ.dr.	Ioan Gavrea	Conf.univ.dr.	Eugenia Duca
Prof.univ.dr.	Dumitru Mircea Ivan	Conf.univ.dr.	Ovidiu Furdui
Prof.univ.dr.	Nicolaie Lung	Conf.univ.dr.	Adrian Holhoș
Prof.univ.dr.	Vasile Miheșan	Conf.univ.dr.	Daniela Inoan
Prof.univ.dr.	Alexandru Mitrea	Conf.univ.dr.	Daniela Marian
Prof.univ.dr.	Viorica Mureșan	Conf.univ.dr.	Adela Carmen Novac
Prof.univ.dr.	Ioan Radu Peter	Conf.univ.dr.	Vasile Pop
Prof.univ.dr.	Dorian Popa	Conf.univ.dr.	Teodor Potra
Prof.univ.dr.	Ioan Rașa	Conf.univ.dr.	Mircea Dan Rus
Prof.univ.dr.	Daniela Roșca	Conf.univ.dr.	Silvia Toader
Prof.univ.dr.	Alina Sîntămărian	Conf.univ.dr.	Constantin Cosmin Todea
Prof.univ.dr.	Gheorghe Toader	Lect.univ.dr.	Daria Dumitraș
Prof.univ.dr.	Neculae Vornicescu	Lect.univ.dr.	Mircia Gurzău
Conf.univ.dr.	Alina-Ramona Baias	Lect.univ.dr.	Vasile Ile
Conf.univ.dr.	Mihaela Berchesan	Lect.univ.dr.	Tania Angelica Lazăr
Conf.univ.dr.	Marius Birou	Lect.univ.dr.	Rozica Moga
Conf.univ.dr.	Lucia Blaga	Lect.univ.dr.	Vicuța Neagoș
Conf.univ.dr.	Adela Capătă	Lect.univ.dr.	Liana Timboș
Conf.univ.dr.	Maria Câmpian	Lect.univ.dr.	Floare Ileana Tomuța

U. T. PRESS
Cluj-Napoca 2024

Coordonator	Prof.univ.dr.	Dumitru Mircea Ivan
Referenți:	Conf.univ.dr.	Ovidiu Furdui
	Prof.univ.dr.	Ioan Gavrea
	Prof.univ.dr.	Alexandru Mitrea
	Conf.univ.dr.	Vasile Pop
	Prof.univ.dr.	Dorian Popa
	Conf.univ.dr.	Mircea Dan Rus
	Prof.univ.dr.	Neculae Vornicescu

Editura U. T. PRESS 2024

Prefață

Culegerea de probleme *Teste grilă de matematică* continuă tradiția Universității Tehnice din Cluj-Napoca de a selecta viitorii studenți printr-un concurs de admitere pe baza subiectelor sub formă de grilă. Prezenta culegere a fost elaborată cu scopul de a contribui la o mai bună pregătire a candidaților la admitere și de a-i familiariza cu noua tipologie a subiectelor.

Structurată pe patru capitole: Algebră, Analiză matematică, Geometrie analitică și Trigonometrie, culegerea contribuie la recapitularea materiei din Programa pentru Bacalaureat M_mate-info 2024.

Parcurgând toate gradele de dificultate, de la probleme foarte simple care necesită un minim de cunoștințe, până la probleme a căror rezolvare presupune cunoștințe temeinice, lucrarea este utilă tuturor categoriilor de elevi care se pregătesc pentru un examen de matematică.

Fiecare problemă propusă este urmată de cinci răspunsuri dintre care numai unul este corect. La sfârșit se dau răspunsurile corecte.

Testele care se vor da la simularea de admitere și la concursul de admitere vor conține probleme cu grade diferite de dificultate, alcătuite după modelul celor din culegere.

Autorii

***

Cuprins

***

1

Algebră

1 Mulțimea soluțiilor ecuației $z^2 = 3 - 4i,\ z \in \mathbb{C},$ este:

A $\{1,\ 2\}$ B $\{i,\ 2-i\}$ C $\{2-i,\ -2+i\}$ D $\{3, -2+i\}$ E $\{2-i,\ 3+i\}$

2 Soluția ecuației $x(1 - \lg 5) = \lg(2^x + x - 1)$ este:

A $x = \frac{1}{5}$ B $x = -1$ C $x = 1$ D $x = \frac{1}{2}$ E $x = -5$

3 Se consideră ecuația $3\{x\}^2 + 2\{x\} - 1 = 0,$ unde $\{x\}$ este partea fracționară a numărului real x. Numărul soluțiilor situate în intervalul $[-2, 2]$ este:

A 2 B 1 C 4 D 3 E 0

4 Mulțimea soluțiilor reale ale sistemului $\begin{cases} 2(x-1) \geq 4(x+1) \\ x^2 + 4x > 0 \end{cases}$ este:

A $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ B $(-\infty, -4) \cup (2, \infty)$ C $(-\infty, -4)$ D $(2, \infty)$ E $(-1, 1)$

5 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care graficul funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m+2)x + m + 3,$ intersectează axa Ox în două puncte distincte este:

A $\mathbb{R}$ B $\emptyset$ C $\{-3\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ E $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Fie $f \in \mathbb{R}[X], f = X^{100} + aX^{99} + bX + 1$.

6 Valorile coeficienților a și b pentru care $x = 1$ este rădăcină dublă sunt:

A $a = -1; b = -1$ B $a = 2; b = -4$ C $a = -2; b = 0$ D $a = 0; b = -2$ E $a = 4; b = -2$

7 Valorile coeficienților a și b pentru care f se divide cu $X^2 + X + 1$ sunt:

A $a = 1; b = 1$ B $a = -1; b = -1$ C $a = -1; b = 0$ D $a = 1; b = -1$ E $a = 0; b = -1$

8 Valorile coeficienților a și b pentru care restul împărțirii polinomului f la $X^3 - X^2 - X + 1$ este $X^2 + X + 1$ sunt:

A $a = 2; b = -1$ B $a = 0; b = 1$ C $a = -1; b = 2$ D $a = -1; b = 1$ E $a = 1; b = 0$

Se dă funcția $f(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1$, unde $m \neq 0$ este parametru real.

9 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (0, +\infty)$ B $m \in (1 + \sqrt{2}, +\infty)$ C $m \in (0, 1 + \sqrt{2})$ D $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{2}, +\infty)$

10 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (-\infty, 0)$ B $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$ C $m \in (-1, 1 - \sqrt{2})$ D $m \in (-\infty, 1 - \sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (0, \infty)$

11 Pentru ce valori ale lui m funcția admite rădăcină dublă?

A $m \in \{\pm 1\}$ B $m \in \{1, \pm\sqrt{2}\}$ C $m \in \{\pm\sqrt{2}\}$ D $m \in \{-1, 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$ E $m \in \{0, 1, \pm\sqrt{2}\}$

Se consideră ecuația $2x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$, unde $m \in \mathbb{R}$, iar x_1 și x_2 sunt rădăcinile reale ale ecuației.

12 Suma rădăcinilor $x_1 + x_2$ aparține intervalului

A $[0, 1]$ B $[0, 4]$ C $\mathbb{R}$ D $[0, 2]$ E $[-1, 4]$

13 Suma pătratelor rădăcinilor $x_1^2 + x_2^2$ aparține intervalului

A $[0, 4]$ B $[-2, 4]$ C $[0, 8]$ D $\mathbb{R}$ E $[0, 3]$

14 Produsul rădăcinilor $x_1 x_2$ aparține intervalului

A $[-2, 0]$ B $[0, 4]$ C $[-\frac{1}{2}, 4]$ D $\mathbb{R}$ E $(0, 2)$

Fie funcțiile $f_m\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_m(x) = mx^2 + 2(m-1)x + m - 1$, $m \in \mathbb{R}$.

15 Mulțimea valorilor parametrului m pentru care ecuația $f_m(x) = 0$ are cel puțin o rădăcină reală este:

A $(-\infty, 1)$ B $(-\infty, 1]$ C $\mathbb{R}$ D alt răspuns E $[0, \infty)$

16 Vârfurile parabolelor asociate funcțiilor f_m, $m \neq 0$, se găsesc pe:

A parabola $y = x^2 + 2$ B dreapta $x + 2y = 0$ C dreapta $y = x$ D dreapta $y = -x$ E o paralelă la Ox

Fie funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $g(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 0 \\ 3x+2, & \text{dacă } x > 0. \end{cases}$

17 Soluția inecuației $g(x) \geq 0$ este:

A $[-2, \infty)$ B $[-2, 0]$ C $[-\frac{2}{3}, \infty)$ D $[-2, -\frac{2}{3}]$ E $[0, \infty)$

18 Funcția $g^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este dată de:

A $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x \geq 2 \\ \frac{x-2}{4}, & \text{dacă } x < 2 \end{cases}$ B $g^{-1}(x) = \begin{cases} x-2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

C $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3}, & \text{dacă } x \leq 2 \\ 2x-3, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$ D $g^{-1}(x) = \begin{cases} 2x-1, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

E $g^{-1}(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

19 Se dau funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite prin
$f(x) = \begin{cases} 5x+1, & x < 0 \\ 1-x^2, & x \geq 0 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -2 \\ 2x-1, & x > -2 \end{cases}$.
Funcția $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h = f \circ g$ este definită prin:

A $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x > -2 \end{cases}$ B $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x \geq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & -2 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$

C $h(x) = \begin{cases} 4x(1-x), & x \leq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \end{cases}$ D $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x < -2 \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \\ 4x(1-x), & -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$

E $h(x) = \begin{cases} 2(5x-2), & x \geq -2 \\ 1-x^4, & x < -2 \end{cases}$

20 Fie $P \in \mathbb{R}[X]$, $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, un polinom cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 distincte două câte două. Pentru $Q \in \mathbb{R}[X]$ polinom de grad 1, suma $\dfrac{Q(x_1)}{P'(x_1)} + \dfrac{Q(x_2)}{P'(x_2)} + \dfrac{Q(x_3)}{P'(x_3)}$ este egală cu

A $x_1 + x_2 + x_3$ B $x_1x_2x_3$ C $P(x_1 + x_2 + x_3)$ D 1 E 0

21

Fie $P, Q, R\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ funcții polinomiale de grad cel mult doi și $a, b, c \in \mathbb{C}$ astfel ca

$$\begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} = 1.$$

Suma $\begin{vmatrix} P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \end{vmatrix}$ este:

A 0 B 1 C 3 D $P(0) + Q(0) + R(0)$ E $P(1)Q(1)R(1)$

22

Să se găsească numărul complex z dacă $|z| - z = 1 + 2i$.

A $z = \frac{3}{2} - 2i$ B $z = \frac{3}{2} + 2i$ C $z = \frac{1}{2} - 3i$ D $z = \frac{1}{2} + 3i$ E $z = -\frac{1}{2} + 3i$

Fie $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $f(z) = z^2 + z - \bar{z}$.

23

Soluțiile ecuației $f(z) = 0$ sunt:

A $\{0, 1 + 2i, 1 - 2i\}$ B $\{0, 1 + i, 1 - i\}$ C $\{0, i, -i\}$ D $\{0, 2 + i, 2 - i\}$
E $\{0, -1 + i, -1 - i\}$

24

Se consideră ecuația $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$. Mulțimea soluțiilor ecuației are:

A un element B două elemente C nici un element D trei elemente
E o infinitate de elemente

25

Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_{1+x}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3$.

A $x = 0$ B $x = -2$ C $x = 3$ D $x = \frac{1}{2}$ E $x = \frac{1}{3}$

26

Mulțimea soluțiilor ecuației $\dfrac{2 \lg x}{\lg(5x - 4)} = 1$ este:

A $\{1, 4\}$ B $\{4\}$ C $\{10\}$ D $\emptyset$ E $\mathbb{R} \setminus \{0, \frac{4}{5}\}$

27

Se consideră mulțimea tripletelor de numere reale (a, b, c) care verifică relația $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Atunci $\min(ab + bc + ac)$ pentru această mulțime este:

A -1 B $-\dfrac{3}{4}$ C $-\dfrac{1}{2}$ D $-\dfrac{1}{3}$ E nu există minim

Fie $A_1 = \left\{x \in \mathbb{N} \mid x = \dfrac{2n+1}{n+2},\ n \in \mathbb{Z}\right\}$ și $A_2 = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid x = \dfrac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z}\right\}$.

28 Mulțimea A_1 este:

A $A_1 = \{1, 2, 3\}$ B $A_1 = \mathbb{N}$ C $A_1 = \{-2, 1, 4\}$ D $A_1 = \{1, 3, 5\}$
E $A_1 = \emptyset$

29 Mulțimea A_2 este:

A $A_2 = \{-1, 1, 3, 5\}$ B $A_2 = \{3, 5\}$ C $A_2 = \{3\}$ D $A_2 = \emptyset$ E $A_2 = \{-1\}$

30

Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 x) \geq 1$ este:

A $[3, \infty)$ B $\left(0, \sqrt[3]{9}\right)$ C $\left(1, \sqrt[3]{3}\right]$ D $\left(\frac{1}{3}, 1\right]$ E $(0, 1) \cup \left(\sqrt[3]{3}, +\infty\right)$

Restul împărțirii polinomului X^{10}

31 la $X + 1$ este:

A -1 B 0 C 1 D 9 E alt răspuns

32 la $(X + 1)^2$ este:

A -10 B $-10X$ C $10X + 9$ D $-10X - 9$ E $X - 9$

33 la $(X + 1)^3$ este:

A $-9X^2 + 22$ B $45X^2 + 80X + 36$ C $X + 2$ D 1 E 0

34

Mulțimea soluțiilor ecuației $2A_n^{n-3}x^2 + 4A_n^{n-2}x + 3P_n = 0$, $n \geq 3$, este:

A $\left\{n, \frac{n}{2}\right\}$ B $\left\{1, A_n^2\right\}$ C $\{-3\}$ D $\left\{A_n^3\right\}$ E $\emptyset$.

35

Să se determine primul termen a_1 și rația q a unei progresii geometrice $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ dacă:
$\begin{cases} a_4 - a_2 = 6, \\ a_3 - a_1 = 3. \end{cases}$

A $a_1 = -1;\ q = 3$ B $a_1 = 3;\ q = \frac{1}{2}$ C $a_1 = 2;\ q = -2$
D $a_1 = 1;\ q = 2$ E $a_1 = 1;\ q = 3.$

36

Care sunt valorile coeficienților reali a și b din ecuația

$$x^3 - ax^2 + bx + 1 = 0,$$

dacă acești coeficienți sunt rădăcini ale ecuației?

A $a = 1,\ b = 0$ B $a = 1,\ b \in \mathbb{R}$ C $a = 1,\ b = -1$ D $a \in \mathbb{R},\ b = -1$ E $a \in \mathbb{R},\ b = 1$

37

Coeficientul lui x^{99} din dezvoltarea polinomului

$$(x-1)(x-2)(x-3)\ldots(x-99)(x-100)$$

este:

A -4950 B -5050 C 99 D -100 E 3450

38

Cel mai mare divizor comun al polinoamelor $(x+1)^{4n+3}+x^{2n}$, $n\in\mathbb{N}^*$ și x^3-1 este:

A x^3-1 B $x-1$ C x^2+x+1 D sunt prime între ele E $(x+1)^{4n+3}+x^{2n}$

39

Valoarea expresiei $(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^4)(1-\alpha^5)$, unde $\alpha\in\mathbb{C}\setminus\mathbb{R}$, $\alpha^3=1$, este:

A -1 B 9 C 0 D $9i$ E $3i$

40

Fie numerele reale $a,b,c,d\in(0,1)\cup(1,\infty)$. Dacă $\log_a b\log_b c\log_c d=1$ atunci:

A $a=b\in(0,1)$ și $c=d\in(1,\infty)$ B $a=b\in(1,\infty)$ și $c=d\in(0,1)$ C $a=c\in(0,1)$ și $b=d\in(1,\infty)$ D $a=d$ E $a=c\in(1,\infty)$ și $b=d\in(0,1)$

41

Suma $\sum\limits_{k=1}^{n} k\cdot k!$ este:

A $n(n+1)$ B $n\cdot n!$ C $(n+1)!-1$ D $n!$ E $2n\cdot n!$

Se consideră matricea $U(a,b)=\begin{pmatrix} a & b & b & b\\ b & a & b & b\\ b & b & a & b\\ b & b & b & a\end{pmatrix}$.

42

Matricea $U(a,b)$ este singulară dacă și numai dacă

A $a=b$ B $a\neq -3b$ C $(a-b)(3b+a)=0$ D $a+3b=0$ E alt răspuns

43

$U^{11}(1,1)$ este

A $U(1,1)$ B $4^{100}U(1,1)$ C $2^{22}U(1,1)$ D $2^{20}U(1,1)$ E $4^8U(1,1)$

44

Inversa matricei $U(1,2)$ este:

A $U(1,2)$ B $U(1,2)-U(1,1)$ C $\frac{U(1,2)-6I_4}{7}$ D nu există E alt răspuns

45

Dacă $a^2+b^2=1$, atunci inversa matricei $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ este:

A $\begin{pmatrix} -a & -b \\ b & -a \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$

E $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$

46

Inversa matricei $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ este matricea:

A $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

E $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$

47

Matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & a & 3 \end{pmatrix}$ are rangul minim pentru:

A $a=0$ B $a=1$ C $a=7$ D $a=21$ E $a=-21$

Se consideră matricea: $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{pmatrix}$.

48 Determinantul matricei A este:

A $16i$ B $-16i$ C 16 D -16 E 0

49 A^4 este:

A I_4 B $2I_4$ C $4I_4$ D $16I_4$ E $256I_4$

50 Numărul soluțiilor $n \in \mathbb{Z}$ ale ecuației $16A^{8n}+16I_4=257A^{4n}$ este:

A 16 B 8 C 4 D 2 E 1

Se dă matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

51 $\det A$ este:

A 1 B 0 C -1 D 2 E ∞

52 Numărul de soluții în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^2 = A$ este:

A 10 B 1 C 2 D 0 E ∞

53 Sistemul de ecuații cu parametrul real m, $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 6x - 8y = 1 \\ 5x + 2y = m \end{cases}$, este compatibil numai dacă:

A $m = 0$ B $m = 1$ C $m = 2$ D $m = 3$ E $m = 4$

54 Sistemul de ecuații cu parametrii $m, n \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} mx + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ (2m-1)x + 2y + z = n \end{cases}$$

este compatibil nedeterminat pentru:

A $m = 3;\ n \neq 3$ B $m \neq 3;\ n = 3$ C $m = 3;\ n = 3$ D $m \neq 3;\ n \neq 3$
E $m = 5; n = 3$

55 Dacă $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & n & 44 \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}$, atunci:

A $n = 1$ B $n = 2$ C $n = 4$ D $n = 8$ E $n = 16$

56 Fie $m, n \in \mathbb{R}$, x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 + mx + n = 0$ și matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix}$. Determinantul matricei A^2 este:

A $-4m^3 - 27n^2$ B $4m^3 - 27n^2$ C $-4m^3 + 27n^2$ D $-2n^3 - 27m^2$ E $-3n^3 - 27m^2$

57 Dacă $a < b < c$ și $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+2 & b+2 & c+2 \\ (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$, atunci:

A $D = 0$ B $D \leq 0$ C $D < 0$ D $D > 0$ E $D = -a^2 - b^2 - c^2$

58

Mulțimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care rangul matricei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ -2 & -1 & -5 & -4 \\ 2 & 0 & 4 & a \end{pmatrix}$$

este egal cu 2, este

A $\emptyset$ **B** $\{0\}$ **C** $\{2\}$ **D** $\{-2, 2\}$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

Se consideră sistemul

$$(S): \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + az = -3 \\ 3x + y + 4z = b \end{cases}.$$

59

(S) este compatibil determinat dacă și numai dacă

A $a = 0$ **B** $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ **C** $a = 1, b = -2$

60

(S) este compatibil nederminat dacă

A $a = 1, b = -2$ **B** $a = 1, b = 2$ **C** $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ **D** $a = 2, b = 1$

61

(S) este incompatibil dacă și numai dacă

A $a = 1, b = 2$ **B** $a \neq 2, b = 1$ **C** $a \neq 1, b \neq -2$ **D** $a \neq 0, b = 2$ **E** $a = 1, b \neq -2$

62

Numărul valorilor parametrului real m pentru care sistemul
$\begin{cases} 2x + 2y + mxy = 5 \\ (m-1)(x+y) + xy = 1 \\ 3x + 3y - xy = m+1 \end{cases}$, are soluții $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, este:

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

63

Dacă sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x + ay + 4z = 0 \\ x - y - z = 0 \\ 3x - 2y - z = 0 \end{cases}$, $a \in \mathbb{R}$
este compatibil determinat, atunci:

A $a = 1$ **B** $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ **C** $a \in \mathbb{R}^*$ **D** $a \in (0, \infty)$ **E** $a \in (1, \infty)$

64

Dacă $A = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$, atunci:

A $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t & -\sin^n t \\ \sin^n t & \cos^n t \end{pmatrix}$ **B** $A^n = \begin{pmatrix} \cos t^n & -\sin t^n \\ \sin t^n & \cos t^n \end{pmatrix}$

C $A^n = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt \\ \sin nt & \cos nt \end{pmatrix}$ **D** $A^n = \begin{pmatrix} \sin nt & -\cos nt \\ \cos nt & \sin nt \end{pmatrix}$

E $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t - \sin^n t & -n \sin t \cos t \\ n \sin t \cos t & \cos^n t - \sin^n t \end{pmatrix}$

65

Dacă $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, atunci A^{12} este:

A $\begin{pmatrix} 3^6 & 1 \\ 1 & 3^6 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 12\sqrt{3} & -12 \\ 12 & 12\sqrt{3} \end{pmatrix}$ D $2^{12}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} (\sqrt{3})^{12} & (-1)^{12} \\ 1 & (\sqrt{3})^{12} \end{pmatrix}$

66

Mulțimea soluțiilor ecuației $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & 2x & 3 \\ -1 & -2 & x \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} x & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + 3 = 0$ este:

A $\{-1\}$ B $\{-1, 1, -i, i\}$ C $\{-1, 0, 1 - i\sqrt{3}, 1 + i\sqrt{3}\}$ D $\left\{-1, \frac{1-i\sqrt{3}}{2}, \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right\}$
E $\left\{-1, \frac{1-i}{2}, \frac{1+i}{2}\right\}$

Se dă mulțimea $M = [5, 7]$ și operația $*$ definită prin
$x * y = xy - 6x - 6y + \alpha$.

67 Valoarea parametrului real α pentru care mulțimea M este parte stabilă în raport cu operația $*$ este:

A $\alpha = 42$ B $\alpha = 36$ C $\alpha = -36$ D $\alpha = 6$ E $\alpha = -6$

68 In monoidul $(M, *)$, elementul neutru este:

A $e = 7$ B $e = 6$ C $e = 5$ D $e = 1$ E nu există

69 In monoidul $(M, *)$, mulțimea elementelor simetrizabile este:

A $[5, 7] \setminus \{6\}$ B $\{6\}$ C $\{5, 7\}$ D $[5, 7]$ E $\mathbb{R} \setminus \{6\}$

Definim pe $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ legea de compoziție $(x, y) * (a, b) = (xa, xb + ya)$.

70 Elementul neutru al legii $*$ este:

A $(0, 1)$ B $(1, 0)$ C $(0, 0)$ D $(1, 1)$ E $(-1, 1)$

71 Numărul elementelor simetrizabile (x, y) având proprietatea $x^2 + y^2 + x + y = 8$, este:

A 4 B 1 C 2 D 3 E 0

72

Fie legea de compoziție $*$ definită prin $x * y = \frac{x-y}{1-xy}$, $\forall x, y \in (-1, 1)$. Elementul neutru pentru această lege este:

A $e = 0$ B nu există C $e = 1$ D $e = -1$ E $\frac{1}{2}$

73

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ a numerelor întregi se definește legea $*$ prin $x * y = x + y - 2$, $\forall x, y \in \mathbb{Z}$. Să se determine simetricul x' al lui x.

A x' nu există B $x' = 1 - x$ C $x' = 4 - x$ D $x' = \frac{1}{x}$ E $x' = -x$

Pe mulțimea $\mathbb{C}$ a numerelor complexe definim legea de compoziție $*$ prin $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 - z_1 z_2$.

74 Numărul $2 * i$ este:

A $2 - i$ B $2i$ C $2 + i$

75 Elementul neutru față de $*$ este:

A 1 B 0 C i D -1

76 Elementul simetric al lui i față de $*$ este:

A $-i$ B $1 - i$ C $\frac{1-i}{2}$ D $\frac{1+i}{2}$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (m-1)x + 3m - 4$, $m \in \mathbb{R}$.

77 Mulțimea valorilor lui m pentru care f se anulează în $(0,1)$ și $f(x) \geq 0$, $\forall x \in (0,1)$ este:

A $(-\infty, 7 - 4\sqrt{2})$ B $(7 + 4\sqrt{2}, \infty)$ C $\{7 - 4\sqrt{2}, 7 + 4\sqrt{2}\}$ D $\{7 - 4\sqrt{2}\}$ E $\emptyset$

78 Mulțimea valorilor lui m pentru care $f(x) < 0$, $\forall x \in (0,1)$ este

A $(0,1)$ B $(2, \infty)$ C $(-\infty, 1]$ D $\emptyset$ E $(0, \infty)$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 2$, $m \in \mathbb{R}$.

79 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este strict crescătoare pe intervalul $[-1,1]$ este

A $[-2,2]$ B $(-\infty, -2)$ C $(-\infty, -2]$ D $\mathbb{R}$ E Alt răspuns

80 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este injectivă pe $[-1,1]$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(-1,1)$ C $(-\infty, -2] \cup (2, \infty)$ D $(-2,2)$ E Alt răspuns

81

Familia de parabole asociate funcțiilor

$$f_m(x) = (m+1)x^2 - 3mx + 2m - 1, \quad m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\},$$

A are un punct fix pe axa Oy B are un punct fix situat pe prima bisectoare
C are două puncte fixe D are trei puncte fixe E nu are puncte fixe

Fie parabolele de ecuații: $P_1: \quad y = x^2 + 5x + 4$
și $P_2: \quad y = (m-1)x^2 + (4m+n-4)x + 5m + 2n - 4$, unde $m, n \in \mathbb{R}$, $m \neq 1$.

82 Parabolele se intersectează în $A(-2,-2)$ și $B(0,4)$ dacă:

A $m = -2, n = 9$ B $m = 2, n = -9$ C $m = 5, n = 4$ D $m = \frac{1}{2}, n = 3$ E $m = \frac{1}{3}, n = -2$

83 Parabolele au singurul punct comun $C(1,10)$ dar nu sunt tangente dacă:

A $m = -\frac{2}{3}, n = \frac{1}{3}$ B $m = 2, n = -\frac{1}{3}$ C $m = -\frac{1}{3}, n = 3$ D $m = -2, n = \frac{1}{2}$ E $m = n = 2$

84 Parabolele sunt tangente în punctul $T(-2,-2)$ dacă:

A $m = 0, n = -3$ B $m = 2, n = -1$ C $m = -2, n = -1$ D $m = -2, n = 1$ E $m = \frac{1}{2}, n = -4$

85 Fie $E(x) = \dfrac{x^2 - 2(m-1)x + m + 1}{mx^2 - mx + 1}$. Mulțimea valorilor reale ale lui m pentru care E este bine definită oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, este:

A $\mathbb{R}$ B $\{4\}$ C $\{-1\}$ D $(0,4)$ E alt răspuns

86 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$(m-1)x^2 + (m-1)x + m - 3 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este:

A $\emptyset$ B $(-\infty,1) \cup (\frac{11}{3}, \infty)$ C $(-\infty, 0)$ D $(-\infty, 1)$ E alt răspuns

87 Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}^*$, pentru care parabolele asociate funcțiilor $f_a(x) = ax^2 - (a+2)x - 1$ și $g_a(x) = x^2 - x - a$ sunt tangente, este:

A $\{-1, 2\}$ B $\{3, -1\}$ C $\{3\}$ D $\left\{\frac{1}{3}, 3\right\}$ E $\emptyset$

88 Ecuația $x^4 + (2m-1)x^2 + 2m + 2 = 0$, cu necunoscuta x și parametrul real m, are toate rădăcinile reale dacă:

A $m = 0$ B $1 \le m \le 2$ C $-1 \le m \le -\frac{1}{2}$ D $m \in \emptyset$ E $m > \frac{1}{2}$

89 Se dă ecuația $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$. Rădăcinile ei sunt în progresie aritmetică dacă și numai dacă

A $a = 0$ B $a \in \{0, 1\}$ C $a \in \{-1, 1\}$ D $a = 2$ E $a = 3$

Fie x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 - 2x + 3 = 0$. Notăm $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k,\ k \in \mathbb{Z}$.

90 S_{-1} este:

A 0 B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{2}{3}$ D 1 E -1

91 S_{-2} este:

A $\frac{4}{9}$ B $-\frac{4}{9}$ C $\frac{2}{3}$ D $-\frac{3}{2}$ E 0

92 S_4 este:

A 4 B $\frac{4}{9}$ C -4 D 8 E -8

93 Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$$P(0) + \cdots + P(n) = n^5, \quad n = 0, 1, \ldots,$$

atunci:

A $P(0) = 0$ B $P(1) = 2$ C $P(0) + P(1) + P(2) = 3$ D $P(1) = 0$ E alt răspuns

94 Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisface egalitățile:

$$P(n) = \sum_{k=1}^{n} k^{10}, \qquad n = 1, 2, \ldots,$$

atunci $P(-2)$ este:

A 0 B -1 C 1023 D -1025 E alt răspuns

Se dă ecuația $x^3 - px^2 + qx - r = 0, \quad r \neq 0$.

95 Ecuația admite două rădăcini opuse dacă:

A $p + q = r$ B $r^2 - pq = 0$ C $rp - q = 1$ D $q^2 - rp = 0$ E $pq - r = 0$

96 Rădăcinile sunt în progresie geometrică dacă:

A $p^2 r - q = 0$ B $p^3 - rq = 0$ C $q^2 - rp = 0$ D $q^3 + p + q = 0$ E $p^3 r - q^3 = 0$

97 Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației

$$\sqrt{x + 2 - 4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x + 7 - 6\sqrt{x-2}} = 1$$

este:

A $\{5, 12\}$ B $\{7, 10\}$ C $[2, \infty)$ D $[6, 11]$ E $\{8, 12\}$

98

Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3}<\sqrt{2}-\sqrt{3}$ este:

A $(-\infty,0)$ B $[-2,0)$ C $[-2,\infty)$ D $\emptyset$ E $(0,\infty)$

Se consideră funcția $f(x)=\sqrt[3]{x}+\sqrt{x-11}$.

99

Mulțimea de definiție a funcției este:

A $\mathbb{R}$ B $[0,\infty)$ C $(-\infty,0)$ D $[11,\infty)$ E $(-\infty,11)$

100

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $f(x)=7$ este:

A $\{27\}$ B $\{0\}$ C $\{11\}$ D $\{1\}$ E conține cel puțin două elemente

101

Câte soluții întregi are ecuația

$$8(4^x+4^{-x})-54(2^x+2^{-x})+101=0?$$

A 2 B 4 C 1 D nici una E 3

102

Mulțimea valorilor reale ale lui a, pentru care funcția

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad f(x)=x^3+ax+1,$$

este injectivă, este:

A $(-\infty,0)$ B $[0,\infty)$ C $\emptyset$ D $\{1\}$ E $\mathbb{R}$

103

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$(m-2)x^2-(2m+1)x+m-3=0$$

are rădăcinile în $\mathbb{C}\setminus\mathbb{R}$ cu partea reală negativă este:

A $\left(-\frac{1}{2},\frac{23}{24}\right)$ B $\left(-\infty,\frac{23}{24}\right)$ C $\left[-\frac{1}{2},\infty\right)$ D $\left[\frac{23}{24},\infty\right)$ E $\emptyset$

104

Valoarea minimă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=(x-a_1)^2+(x-a_2)^2+\cdots+(x-a_n)^2$$

unde $a_1, a_2, \ldots, a_n\in\mathbb{R}$, se obține pentru:

A $x=0$ B $x=a_1$ C $x=a_2$ D $x=\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$ E $x=\frac{a_1+a_n}{2}$

105

Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^2+2mx-1 & ;\ x\le 0\\ mx-1 & ;\ x>0\end{cases}$, $m\in\mathbb{R}^*$, este injectivă dacă:

A $m\in(-\infty,1)$ B $m\in(1,\infty)$ C $m\in(-\infty,0)$ D $m\in(0,\infty)$ E $m\in(-1,1)$

106

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x+m, & x\le 1 \\ 2mx-1, & x>1 \end{cases}$. Funcția f este surjectivă dacă și numai dacă:

A $m\in(0,1)$; B $m\in(-\infty,2]$; C $m=2$; D $m\in(0,2]$; E $m\in(-\infty,1]$

107

Sistemul $\begin{cases} x^2+y^2 &= z \\ x+y+z &= a \end{cases}$, are o singură soluție $(x,y,z)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, dacă:

A $a=-\frac{1}{2}$ B $a=\frac{1}{2}$ C $a=2$ D $a=\frac{1}{4}$ E $a=-\frac{1}{4}$

108

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x=\sqrt{2-x}$ este:

A $\emptyset$ B $\{1,-2\}$ C $\{1\}$ D $[1,2]$ E $\{2\}$

109

Pentru ca funcția $f:\mathbb{R}\to B$, $f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x^2+x+1}$ să fie surjectivă, trebuie ca:

A $B=\mathbb{R}$ B $B=\left[\frac{9-2\sqrt{21}}{3},\frac{9+2\sqrt{21}}{3}\right]$ C $B=[1,2]$ D $B=(1,2)$ E $B=[-3,3]$

110

Mulțimea valorilor lui $a\in\mathbb{R}$ pentru care valorile funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-ax+1}{x^2+1}$, sunt cuprinse în intervalul $(0,3)$, este:

A $(-4,4)$ B $(-\infty,-4)$ C $(0,3)$ D $(-2,2)$ E $\{-2,2\}$

111

Numărul soluțiilor $(x,y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ ale ecuației $2\mid x-2\mid+3\mid y-3\mid=0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E o infinitate

112

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2+4x+4}=2x$ este:

A $[-1,3]$ B $(0,\infty)$ C $[2,\infty)$ D $[-2,2]$ E $(-\infty,2]$

113

Soluția ecuației $\left(3-2\sqrt{2}\right)^x-2\left(\sqrt{2}-1\right)^x=3$ este:

A -1 B $\ln 2$ C 2 D $\log_2\left(3-2\sqrt{2}\right)$ E $\frac{1}{\log_3\left(\sqrt{2}-1\right)}$.

114

Soluția ecuației $\left(\frac{1}{2}\right)^x+\left(\frac{1}{6}\right)^x+\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^x=1$ este:

A orice număr real B 1 C 0 D $-\frac{1}{2}$ E ecuația nu are soluție

115

Ecuația $\left(5+\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}+\left(5-\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}=98$ are mulțimea soluțiilor:

A $\{3\}$ B $\{-3;3\}$ C $\{-3\}$ D $\{\sqrt{3};3\}$ E $\{\frac{1}{3};3\}$

Fie $f\colon (0,1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\log_x 2 \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \log_x 8} + \cdots + \frac{1}{\log_x 2^n \log_x 2^{n+1}}$, unde $n \geq 5$ este un număr întreg.

116 $f(\frac{1}{2})$ este:

A $\frac{n}{n+1}$ B 1 C $\frac{n+1}{n}$ D $\frac{1}{2}\frac{n+1}{n}$ E $2\frac{n+1}{n}$

117 Soluția ecuației $f(x) = \frac{4n}{n+1}$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D 4 E $\frac{1}{2^n}$

118 Mulțimea soluțiilor sistemului de ecuații $\begin{cases} x^2 + y^2 &= 425 \\ \lg x + \lg y &= 2 \end{cases}$ este:

A $\{(1;1)\}$ B $\{(1;1)\}$; $(10;10)\}$ C $\{(20;5);\ (5;20)\}$ D $\{(1;10);\ (10;1)\}$
E $\{(20;5)\}$

119 Soluțiile ecuației $\log_{2x} 4x + \log_{4x} 16x = 4$ aparțin mulțimii:

A $\{3\}$ B $\{2\}$ C $\left[\frac{1}{2\sqrt{2}}, 2\right]$ D $\{\log_2 3\}$ E $(2,\infty)$

120 Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg\left((x^3 - x - 1)^2\right) < 2\ \lg(x^3 + x - 1)$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(0,\infty)$ C $(1,\infty)$ D $(0,1)$ E alt răspuns

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 9^x - 5^x - 4^x$.

121 Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) = 0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

122 Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) - 2\sqrt{20^x} = 0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

123 Mulțimea soluțiilor ecuației $\log_3 x^2 - 2\log_{-x} 9 = 2$ este:

A $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0,\ x \neq -1\}$ B $\{-9\}$ C $\emptyset$ D $\{9\}$ E $\left\{-\frac{1}{3}, -9\right\}$

Se consideră funcția $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\ln(x+a)}{\sqrt{x}}$, $\quad a \in \mathbb{R}$.

124 Domeniul de definiție al funcției este:

A $(0, \infty)$ B $(0, \infty)\setminus\{1\}$ C (a, ∞) D $(-a, \infty)$ E $(\frac{-a+|a|}{2}, \infty)$

125 Mulțimea valorilor lui a pentru care $f(x) > 0$, pentru orice $x \in D$ este:

A $(-\infty, 0)$ B $(-1, 1)$ C $[1, \infty)$ D $(2, \infty)$ E alt răspuns

126

Dacă $\log_6 2 = a$, atunci valoarea lui $\log_6 324$ este:

A $a + 3$ B $5a - 2$ C $4 - 2a$ D $a^2(2-a)^4$ E $3 + 2a$

127

Fie $a = \lg 2$ și $b = \lg 3$. Dacă $x = 3^{\log_{27}(\lg 150)^3}$ atunci:

A $x = 3 - 2b + a$ B $x = 2 + b - a$ C $x = 1$ D $x + 1 = a + b$ E $x = 81ab$

128

Soluția S a sistemului $\begin{cases} 2^x 5^y = 250 \\ 2^y 5^x = \ \ 40 \end{cases}$ este:

A $S = \emptyset$ B $S = \{(1,3)\}$ C $S = \{(1,0),\,(1,3)\}$ D $S = \{(1,0)\}$
E $S = \{(-1,1),\,(1,0)\}$

129 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ este:

A 1 B 3 C 2 D $\sqrt{5}$ E $2\sqrt{5}$

130 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{50}+7} - \sqrt[3]{\sqrt{50}-7}$ este:

A $2\sqrt{50}$ B 2 C 1 D 3 E $\sqrt{50}$

131

Știind că a este rădăcina reală a ecuației $x^3 + x + 1 = 0$, să se calculeze

$$\sqrt[3]{(3a^2 - 2a + 2)(3a^2 + 2a)} + a^2.$$

A $a + 1$ B 1 C 3 D 2 E a

132

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$m\, 9^x + 4(m-1)3^x + m > 1$$

oricare ar fi x real este:

A $(-\infty, 1)$ B $[1, \infty)$ C $(0, \infty)$ D $(1, \infty)$ E $\emptyset$

133

Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg\left((x-1)^{10}\right) < 10\lg x$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(0,\infty)$ C $(0,1)\cup(1,\infty)$ D $\left(\frac{1}{2},1\right)\cup(1,\infty)$ E $\emptyset$

134

Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_x(1+x)+\log_{x^2}(1+x)+\log_{x^4}(1+x)\geq\dfrac{7}{4}$ este:

A $(0,1)\cup(1,\infty)$ B $(1,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $\emptyset$ E $\mathbb{R}$

135

Valoarea sumei $S_n=\frac{1}{1\cdot4}+\frac{1}{4\cdot7}+\cdots+\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$, $n\in\mathbb{N}^*$, este:

A $\frac{n}{3n+1}$ B $\frac{3n}{3n+1}$ C $\frac{n+1}{3n+1}$ D $\frac{n-1}{3n+1}$ E $\frac{n}{3(3n+1)}$

136

Suma $\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\cdots+\frac{n}{(n+1)!}$, $n\in\mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{1}{n+1}$ B $\frac{2n-1}{2}$ C $\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}$ D $\frac{n^2}{(n+1)!}$ E $\frac{n}{n+1}$

137

Suma $\sum\limits_{k=3}^{n}A_k^3C_n^k$, $n\geq3$, are valoarea:

A $8C_n^3$ B $2^nA_n^3$ C $A_n^3 2^{n-3}$ D $2^{n-2}C_{n+1}^3$ E 3^n

138

Suma $C_n^1+2C_n^2+3C_n^3+\cdots+nC_n^n$, $n\in\mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $n2^{n-1}$ B $n2^n-1$ C n D $\frac{n(n+1)}{2}$ E alt răspuns

139

Suma $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{kC_n^k}{C_n^{k-1}}$, $n\in\mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{n(n+1)}{2}$ B $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ C $\frac{n(n+1)(2n+1)}{4}$ D $n(2n-1)$ E n^3-n^2+n

140

Soluția ecuației $A_x^6-24xC_x^4=11A_x^4$ aparține mulțimii:

A $[5,7]$ B $[8,10)$ C $\{10\}$ D $\{4\}$ E $\{6\}$

141

Să se determine termenul independent de a al dezvoltării $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}+\sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$.

A C_{17}^6 B C_{17}^7 C C_{17}^8 D C_{17}^{10} E C_{17}^{11}

142

O progresie aritmetică crescătoare $(a_n)_{n\geq1}$ verifică relațiile $a_9+a_{10}+a_{11}=15$ și $a_9a_{10}a_{11}=120$. Suma primilor 20 de termeni din progresie este:

A 150 B 100 C 120 D 110 E 160

143

Ecuația $x^3 - (4-i)x^2 - (1+i)x + a = 0$, $a \in \mathbb{R}$, are o rădăcină reală dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $\{1,2\}$ B $\{0,1\}$ C $\{-1,4\}$ D $\{0,4\}$ E $\mathbb{R}$

144

Pentru ce valori ale parametrului real b ecuația

$$x^3 + a(a+1)x^2 + ax - a(a+b) - 1 = 0$$

admite o rădăcină independentă de a?

A 0 B 1 C 2 D a E -1

145

Numerele reale nenule a, b, c sunt rădăcinile ecuației $x^3 - a\,x^2 + b\,x + c = 0$.
În acest caz tripletul (a, b, c) este:

A $(1,1,1)$ B $(-1,-1,-1)$ C $(1,-1,1)$ D $(1,-1,-1)$ E alt răspuns

146

Care este valoarea parametrului rațional m, dacă ecuația

$$x^4 - 7x^3 + (13+m)x^2 - (3+4m)x + m = 0$$

admite soluția $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ și soluțiile x_3 și x_4 verifică relația $x_3 = 2x_4$?

A -1 B $\frac{3}{4}$ C $\frac{5}{3}$ D 2 E 4

147

Soluțiile ecuației $z\overline{z} + 2(z - \overline{z}) = 20 + 8i$, $z \in \mathbb{C}$, sunt:

A $\pm 2 + 4i$ B $\pm 4 + 2i$ C $4 + 2i$ D $4 - 2i$ E alt răspuns

148

Fie $x_1, x_2, \ldots, x_n$ rădăcinile ecuației $x^n - 3x^{n-1} + 2x + 1 = 0$. Valoarea sumei $S = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{x_k}{x_k - 1}$ este:

A $3n - 5$ B $2n + 1$ C $\frac{n}{n-1}$ D $\frac{n(n+1)}{n^2+n-1}$ E 0

149

Valoarea lui m pentru care ecuația $x^3 - 6x^2 + 11x + m = 0$ are rădăcinile în progresie aritmetică aparține mulțimii:

A $[-1,1]$ B $[2,4]$ C $[-4,-2]$ D $[-7,-5]$ E $[5,6]$

150

Dacă ecuația $2x^3 + mx^2 + 4x + 4 = 0$ admite o rădăcină reală dublă, atunci m aparține mulțimii:

A $[-5,0]$ B $[0,2]$ C $[-8,-5]$ D $\{3\}$ E $(6,\infty)$

151

Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $x^3 - 28x + m = 0$ are o rădăcină egală cu dublul altei rădăcini este:

A $\{48\}$ B $\{-48\}$ C $\mathbb{R} \setminus \{48\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-48\}$ E $\{-48, +48\}$

152

Sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 1 \end{cases}$ are:

A o soluție B două soluții C trei soluții D patru soluții E șase soluții

153

Se consideră ecuația $x^4 - 5x^3 + ax^2 - 7x + 2 = 0$ cu a parametru real. Valoarea sumei $\sum_{i=1}^{4} \frac{1}{x_i}$, unde x_i sunt rădăcinile ecuației, este

A $-\frac{7}{2}$ B $-\frac{3}{2}$ C 0 D $\frac{3}{2}$ E $\frac{7}{2}$

154

Valorile parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care suma a două rădăcini ale ecuației $x^4 + 10x^3 + m\,x^2 + 50x + 24 = 0$ este egală cu suma celorlalte două rădăcini aparțin mulțimii:

A $[0, 10]$ B $[-4, -1]$ C $\{5\}$ D $[30, 40]$ E $[-1, 1]$

Fie $(x+1)(x^2+2)(x^2+3)(x^2+4)(x^2+5) = \sum_{k=0}^{9} A_k x^k$.

155

$\sum_{k=0}^{9} A_k$ este:

A 720 B 724 C 120 D 600 E alt răspuns

156

$\sum_{k=0}^{4} A_{2k}$ este:

A 360 B 120 C 100 D 240 E 300

157

Fie polinomul $P \in \mathbb{C}[X]$, $P = X^3 + pX + q$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3. Să se determine polinomul cu rădăcinile x_1^2, x_2^2, x_3^2.

A $X^3 + 2pX^2 + p^2X - q^2$ B $X^3 + 2pX^2 - 4pX + q$ C $X^3 + 2pX^2 + p^2X + q^2$
D $X^4 + qX^2 + 5$ E $X^3 - pX^2 + qX + q^2$

158

Restul împărțirii polinomului $1 + X + X^2 + \cdots + X^{1998}$ la $1 + X$ este egal cu:

A 0 B -1 C 1 D 1997 E 1999

159

Polinomul $(X^2+X-1)^n - X$ este divizibil cu polinomul X^2-1 dacă și numai dacă:

A $n=2k,\ k\in\mathbb{N}^*$ B $n=3k,\ k\in\mathbb{N}^*$ C $n=2k-1,\ k\in\mathbb{N}^*$ D $n=3k+1,\ k\in\mathbb{N}^*$
E $n=3k+2,\ k\in\mathbb{N}^*$

160

Polinomul $(X^2+X+1)^n - X$ este divizibil cu polinomul X^2+1 dacă și numai dacă:

A $n=3k,\ k\in\mathbb{N}^*$ B $n=4k,\ k\in\mathbb{N}^*$ C $n=4k+1,\ k\in\mathbb{N}$ D $n=4k+2,\ k\in\mathbb{N}^*$
E $n=4k+3,\ k\in\mathbb{N}^*$

161

Mulțimea valorilor parametrului real a, pentru care ecuația $x^3+ax+1=0$ are toate rădăcinile reale și ele verifică relația $x_1^4+x_2^4+x_3^4=18$, este:

A $\{-12\}$ B $\{3\}$ C $\{-3\}$ D $\{-3,3\}$ E $\emptyset$

162

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$x(x-1)(x-2)(x-3)=m$$

are toate rădăcinile reale este:

A $[-1,9/4]$ B $[-1,9/16]$ C $[-1,9]$ D $[1,1/16]$ E $\emptyset$

163

Restul împărțirii polinomului $P(X)=X^{100}+X^{50}-2X^4-X^3+X+1$ la polinomul X^3+X este:

A $X+1$ B $2X^2+1$ C $2X^2-2X-1$ D $2X^2+2X+1$ E X^2+1

164

Se consideră polinoamele cu coeficienți complecși $P(X)=a_0+a_1X+\cdots+a_nX^n$ și $Q(X)=b_0+b_1X+\cdots+b_mX^m$. Știind că polinomul $Q(X)$ se divide cu $X-1$, să se determine suma coeficienților polinomului $P(Q(X))$.

A $\sum\limits_{i=0}^{n} a_i$ B $\left(\sum\limits_{i=0}^{n} a_i\right)\left(\sum\limits_{i=0}^{m} b_i\right)$ C a_nb_m D a_0 E a_0b_0

165

Un polinom de grad mai mare sau egal cu 2, împărțit la $X-1$ dă restul 3 și împărțit la $X+1$ dă restul -5. Restul împărțirii la X^2-1 este:

A -15 B $3X-5$ C $-3X+5$ D $4X-1$
E nu se poate determina din datele problemei

166

Restul împărțirii polinomului $X^{400}+400X^{399}+400$ la polinomul X^2+1 este:

A $400X+401$ B $400X-399$ C $-400X+401$ D $-400X+399$ E 0

Fie numărul complex $z = 1 + i$.

167 Numărul complex $\frac{1}{z}$ este:

A $-1-i$ B $1-i$ C $\frac{1-i}{2}$ D $\frac{1+i}{2}$ E Alt răspuns

168 Dacă z^n este real, pentru o anume valoare $n \in \mathbb{N}^*$, atunci numărul complex z^{2n} este:

A i^n B -1 C 1 D 2^n E $\left(\sqrt{2}\right)^n$

169 Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Dacă $\mid z_1 + z_2 \mid = \sqrt{3}$ și $\mid z_1 \mid = \mid z_2 \mid = 1$, atunci $\mid z_1 - z_2 \mid$ este:

A 2 B 1 C $\sqrt{3}$ D $\sqrt{2}$ E $\sqrt{3}-1.$

170 Valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care rădăcinile x_1, x_2, x_3 ale ecuației $x^3+x+m=0$, $m \in \mathbb{R}$, verifică relația $x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 = 10$ este:

A 1 B -1 C 3 D 2 E -2

171 Există matrice nenule $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel ca $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ dacă și numai dacă:

A $a = \sqrt{2}$ B $a \in \{-3, 2\}$ C $a \in \{-1, 1\}$ D $a \in \mathbb{R}^*$ E $a \in \{-2, 2\}$

172 Dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuației $x^3 - 2x^2 + 2x + 6 = 0$, atunci valoarea determinatului

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$$

este:

A 6 B 4 C 2 D 0 E -2

173 Dacă $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ este o matrice inversabilă astfel ca $A + A^{-1} = 2I_n$, atunci are loc egalitatea:

A $A = 3I_n$ B $A^3 + A^{-3} = 2I_n$ C $A = -A$ D $A^2 + A^{-2} = I_n$ E $A - A^{-1} = 2I_n$

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 rădăcinile polinomului $P = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$.

174 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ este:

A -1 B 1 C -2 D $1/2$ E 0

175 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ este:

A 1 B -1 C -2 D -4 E 0

176 $x_1^8 + x_2^{18} + x_3^{28} + x_4^{38}$ este:

A 1 B -2^3 C 2^4 D -1 E $4(1+i)$

177 Numărul soluțiilor ecuației $X^2 = I_2$ în $\mathcal{M}_2(\mathbb{N})$ este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 16

Se consideră ecuația matriceală $X^2 = 2X + 3I_2, \ \ X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

178 X^3 este:

A $7X + 6I_2$ B $6X + 7I_2$ C I_2 D X E $8X + 9I_2$

179 Numărul soluțiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ ale ecuației este:

A 0 B 2 C 8 D 16 E infinit

180 Fie $A \in M_{3,2}(\mathbb{C})$. Atunci $\det(A \cdot A^T)$ este:

A strict pozitiv B strict negativ C zero D de modul 1 E 1

Se dă ecuația: $X^n = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \ \ n \in \mathbb{N}^*, \ \ X \in M_2(\mathbb{R})$.

181 Determinantul matricei $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

182 Câte soluții are ecuația pentru n impar?

A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

183 Câte soluții are ecuația pentru n par?

A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

184

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul $x+y+z=0$, $x+2y+az=0$, $x+4y+a^2z=0$ are soluție nebanală, este:

A $\mathbb{R}$ B $\mathbb{R}\setminus\{1,2\}$ C $\{1,3\}$ D $\{1,2\}$ E $\{2,3\}$

185

Dacă $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $n \in \mathbb{N}^*$, atunci:

A $A^n=(a^2+bc)I_2$ B $A^n=(a^2+bc)^nI_2$ C $A^{2n}=(a^2+bc)^nI_2$
D $A^{2n+1}=(a^2+bc)^nI_2$ E $A^{2n}=(a^2+bc)^nA$

186

Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care sistemul de ecuații

$$\begin{cases} ax+y+z &= 0 \\ x+ay+z &= 0 \\ x+y+az &= 0 \\ x^2+y^2+z^2 &= 1 \end{cases}$$

este compatibil este:

A $\mathbb{R}$ B $\emptyset$ C $\{-2,1\}$ D $\mathbb{R}\setminus\{-2,1\}$ E $\{-2\}$

187

Matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ verifică relația $A^3=pA^2+qA$ pentru:

A $p=-2,\ q=3$ B $p=-2,\ q=2$ C $p=3,\ q=-2$ D $p=-3, q=2$
E $p=1,\ q=1$

188

Mulțimea valorilor reale ale lui m, pentru care sistemul

$$\begin{cases} mx+y+z &= 1 \\ x+2my+z &= 1 \\ x+y+z &= 0 \end{cases}$$

este compatibil determinat și soluția (x,y,z) verifică relația $x+y \geq z$, este:

A $(-\infty,1]$ B $[-1,\infty)$ C $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right] \cup (1,\infty)$ D $(0,1)$ E $(-1,1)$

189

Mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$, pentru care determinantul

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & -1 & 2 \\ 1 & x^3 & -1 & 8 \\ 1 & x^2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

este nul, este:

A $\{-1,1,2\}$ B $\mathbb{R}\setminus\{-1,1,-2\}$ C $\{-1,1,-2\}$ D $\emptyset$ E $\{1\}$

190

Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție: $x * y = xy - ax + by$. Numerele $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care $(\mathbb{R},*)$ este monoid sunt:

A $a = b \neq 0$ B $a = 0,\ b = 1$ C $a = b = 0$ sau $a = -1,\ b = 1$ D $a = -1,\ b = 0$
E nu există astfel de numere

191

Fie grupurile $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ și $(\mathbb{R}^*, \cdot)$. Să se determine $a \in \mathbb{R}^*$ și $b \in \mathbb{R}$ astfel ca funcția $f : \mathbb{C}^* \to \mathbb{R}^*,\ f(z) = a|z| + b$, să fie morfism de grupuri.

A $a = 2,\ b = 1$ B $a = -1,\ b = 1$ C $a = 1,\ b = 0$ D $a = -2,\ b = 3$ E $a = 0,\ b = 5$

192

Mulțimea elementelor inversabile ale monoidului $(\mathbb{Z}[i], \cdot)$ este:

A $\{-2, 2\}$ B $\{-1, 1, -i, i\}$ C $\{1 - i,\ 1 + i\}$ D $\{1, i, 2i, -2\}$ E $\emptyset$

193

Fie $m \in \mathbb{Z}$ și operația $*$ definită prin $x * y = xy + mx + my + a$. Valoarea lui a pentru care operația $*$ definește o structură de monoid pe $\mathbb{Z}$ este:

A $1 - m$ B m^2 C $m - 1$ D 0 E $m^2 - m$

Pe mulțimea numerelor reale $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție " $*$ " prin $x * y = xy - 2x - 2y + \lambda,\ \lambda \in \mathbb{R}$.

194 Legea " $*$ " este asociativă pentru:

A $\lambda = 1$ B $\lambda = 2$ C $\lambda = -1$ D $\lambda = -3$ E $\lambda = 6$

195 Mulțimea $M = (2, \infty)$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea " $*$ " pentru:

A $\lambda = 2$ B $\lambda = 3$ C $\lambda < 3$ D $\lambda \geq 6$ E $\lambda > 6$

196 Legea " $*$ " are element neutru pentru:

A $\lambda = 4$ B $\lambda = 6$ C $\lambda = -6$ D $\lambda = 1$ E $\lambda = 0$

197

Legea de compoziție $x * y = \sqrt[n]{x^n + y^n}$, determină pe $\mathbb{R}$ o structură de grup, dacă și numai dacă:

A $n = 1$ B $n = 3$ C $n = 2k,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 2k + 1,\ k \in \mathbb{N}^*$ E $n \geq 2,\ n \in \mathbb{N}$

198

In monoidul $(\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}), \cdot)$ mulțimea elementelor inversabile este:

A $\{A \mid \det A \neq 0\}$ B $\{A \mid \det A = 1\}$ C $\{-I_2, I_2\}$
D $\{A \mid \det A^2 = 0\}$ E $\{A \mid \det A \in \{-1, 1\}\}$

199 Să se determine grupul $(G, *)$, știind că funcția

$$f : (0, \infty) \to G, \quad f(x) = x + 1,$$

este un izomorfism al grupurilor $((0, \infty), \cdot)$ și $(G, *)$.

A $G = (0, \infty)$ și $x * y = xy$
B $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy$
C $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy - x - y + 2$
D $G = \mathbb{R}$ și $x * y = x + y$
E $G = (1, \infty)$ și $x * y = x + y - 1$

200 Se consideră grupurile $G = (\mathbb{R}, +)$ și $H = (\mathbb{R}, *)$, unde $x*y = x+y+1$. Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = ax + b$ este izomorfism de la G la H, dacă și numai dacă:

A $a = b = 1$
B $a = -1, b = 1$
C $a \neq 0, b = -1$
D $a = 1, b \neq 0$
E $a = 1$, și $b = 0$

Fie monoidul $(M, \cdot)$ unde $M = \{A_a \mid a \in \mathbb{R}\}$ cu $A_a = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$.

201 Matricea $A_1 \cdot A_1$ este:

A A_1
B A_2
C A_3
D A_4
E A_{-1}

202 Elementul unitate este:

A I_3
B A_1
C A_0
D $A_{\frac{1}{2}}$
E A_{-1}

203 Inversul elementului A_1 este:

A $A_{\frac{1}{4}}$
B A_4
C $A_{\frac{1}{2}}$
D A_2
E A_{-1}

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție $x * y = ax + by + c,\ a \neq 0, b \neq 0$.

204 $*$ este asociativă dacă și numai dacă

A $a = b, c = 0$
B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$
C $a = b = c = 2$
D $a = b = -1, c = 2$
E alt răspuns

205 $*$ este asociativă și admite element neutru dacă și numai dacă

A $a = b = 1, c = 0$
B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$
C $a = b = c = 2$
D $a = b = 2, c = 0$
E alt răspuns

206 $(\mathbb{R}, *)$ este grup dacă și numai dacă

A $a = b = 1, c = 0$
B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$
C $a = b = c = 2$
D $a = b = 2, c = 0$
E alt răspuns

207 Funcția $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$, $f(x)=ax$ este automorfism al grupului $(\mathbb{Z},+)$ dacă și numai dacă:

A $a=1$, B $a=-1$ C $a\in\{-1,1\}$ D $a\in\mathbb{Z}^*$ E $a\in\{0,1\}$

208 Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+1}$, $a,b\in\mathbb{R}$. Mulțimea perechilor $(a,b)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ pentru care imaginea funcției f este $\operatorname{Im} f=[-3,1]$ este:

A $\{(0,0)\}$ B $\{(1,-\sqrt{2})\}$ C $\{(2\sqrt{3},-2),(-2\sqrt{3},-2)\}$ D $\{(\frac{1}{2},\sqrt{2}),(-\frac{1}{2},\sqrt{2})\}$
E $\{(0,1),(1,0)\}$

209 Imaginea funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+ax+1}{x^2+x+1}$, $a\in\mathbb{R}$, este inclusă în intervalul $[0,2]$, dacă:

A $a\geq 3$ B $a\leq -2$ C $a\in[-1,0)$ D $a\in[0,2]$ E $a\in(-2,-1)$

210 Mulțimea valorilor lui x, pentru care este definit radicalul $\sqrt[6-x^2]{x}$, conține:

A 5 elemente B 7 elemente C un interval D 4 elemente E nici un element

211 Mulțimea numerelor complexe z care verifică ecuația $z^2-2|z|+1=0$ este:

A $\{-1,1\}$ B $\{1-i,\ i+1\}$ C $\{-1,1,\ (\sqrt{2}-1)i,\ (1-\sqrt{2})i\}$
D $\{-1,\ 1,\ 1-i\}$ E $\emptyset$

212 Se consideră ecuația $ax^2+bx+c=0$, unde a,b,c sunt numere întregi impare. Care din următoarele afirmații este adevărată?

A ecuația are o rădăcină pară
B ecuația are o rădăcină impară
C ecuația are două rădăcini pare
D ecuația nu are rădăcini întregi
E ecuația are două rădăcini impare

213 Ecuația $\sqrt{mx^2+x+1}+\sqrt{mx^2-x+1}=x$ are soluții reale dacă și numai dacă:

A $m=0$ B $m=1$ C $m=\frac{1}{2}$ D $m=\frac{1}{4}$ E $m>0$

214 Mulțimea valorilor lui $a\in\mathbb{R}$ pentru care ecuația

$$x^4+4x^3+ax^2+4x+1=0$$

are toate rădăcinile reale este:

A $(-\infty,-10]$ B $(-\infty,-10]\cup\{6\}$ C $[4,\infty)$ D $\{0\}$ E $\emptyset$

215 Soluțiile ecuației $1-3^{x-1}+2^{\frac{x}{2}}-2^{\frac{x}{2}}3^{\frac{x-1}{2}}=0$ aparțin mulțimii:

A $[-3,0]$ B $[0,2]$ C $\{0;-2\}$ D $[3,\infty)$ E $\{\frac{1}{2}\}$

216

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\log_a \left(x^2+4\right) \geq 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$, este:

A $(1,2]$ B $[-2,0)$ C $(0,4]$ D $[2,3]$ E $(1,3)$

217

Soluția x a ecuației $\log_x(x+1) + \log_{x^3}(x^3+1) = 2\log_{x^2}(x^2+1)$ verifică:

A $x \in [0,1)$ B $x \in \emptyset$ C $x \in (2,3)$ D $x \in (3,4)$ E $x \in (1,2)$

218

Cel mai mare termen al dezvoltării binomului $\left(1+\sqrt{2}\right)^{100}$ este:

A T_{57} B T_{58} C T_{59} D T_{60} E T_{61}

219

Fie m, n, p numere naturale nenule, $m \neq n$. Dacă într-o progresie aritmetică avem $a_n = m$, și $a_m = n$, atunci a_p este egal cu:

A $m+n-p$ B $p-m-n$ C $m+n-2p$ D $2p-m-n$ E $m+n+p$

Fie polinomul $P(x) = x^3 - x^2 - x + a$, unde a este un parametru real.

220

Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină dublă întreagă este:

A $a=1$ B $a=-1$ C $a=2$ D $a=\frac{1}{2}$ E $a=-\frac{3}{2}$

221

Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină triplă întreagă este:

A $a=1$ B nu există un astfel de a C $a=-1$ D $a=2$ E $a=-2$

Fie $x_n = (2+\sqrt{3})^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

222

Câte perechi $(a_n, b_n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ cu proprietatea $x_n = a_n + b_n\sqrt{3}$ există pentru n fixat?

A 0 B 1 C 2 D 3 E o infinitate

223

Valoarea lui $a_n^2 - 3b_n^2$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E $\sqrt{3}$

224

Câte soluții are ecuația $x^2 = 3y^2 + 1$ în $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$?

A 1 B 3 C 5 D 6 E o infinitate

225

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 și x_5 rădăcinile ecuației $x^5 + x^4 + 1 = 0$.

Valoarea sumei $\displaystyle\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{x_i^4}$ este:

A -4 B -3 C -2 D -1 E 0

Ecuația $x^4 - 8x^3 + ax^2 - bx + 16 = 0$ are toate rădăcinile pozitive, a, $b \in \mathbb{R}$.

226 Media aritmetică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

A 1 B 2 C 0 D 4 E 8

227 Media geometrică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

A 2 B 1 C 4 D 0 E 16

228 Valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația are toate rădăcinile reale și pozitive sunt:

A $a = 1, b = 0$ B $a = 24, b = 32$ C $a = 24, b = 1$ D $a = 32, b = 24$ E $a = 1, b = 32$

229

Fie $\alpha \in \mathbb{C}$ astfel ca $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ o matrice, $A \neq O_2$, astfel încât

$$\det(I_2 - A) \cdot \det(\alpha I_2 - A) = \alpha^2.$$

Valoarea lui $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2)$ este:

A -1 B 0 C 2 D α E 1

230

Dacă $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $A \neq O_2$ și există $n \geq 6$ astfel ca $A^n = O_2$, atunci valoarea minimă a lui $p \in \mathbb{N}^*$ pentru care $A^p = O_2$ este:

A 2 B 3 C 4 D 5 E 6

231

Mulțimea $G = \{z \in \mathbb{C} \mid az^n = b\}$, $a \in \mathbb{C}^*$, $b \in \mathbb{C}$, este un subgrup al grupului $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ dacă:

A $b = 0$ B $a = b$ C $|a| = |b|$ D $a = -b$ E $a^n = b$

232

Câte elemente inversabile are monoidul $\left(\mathbb{Z}\left[\sqrt{2}\right], \cdot\right)$?

A 0 B 1 C 2 D 4 E o infinitate

233

Funcția $f(x, y) = \dfrac{ax + by}{1 + xy}$, $a, b \in \mathbb{R}$, este o lege de compoziție pe intervalul $(-1, 1)$ dacă:

A $a = b = 2$ B $a + b \in (-1, 1)$ C $a \in (-1, 1)$ și $b \in (-1, 1)$ D $a = b \in [-1, 1]$ E $a + b = 1$

234

Fie $x * y = \dfrac{x + y}{1 + xy}$, $x, y \in (-1, 1)$. Numărul $\dfrac{1}{2} * \dfrac{1}{3} * \cdots * \dfrac{1}{1000}$ este:

A $\frac{500499}{500502}$ B $\frac{500499}{500501}$ C $\frac{500500}{500501}$ D $\frac{500501}{500502}$ E $\frac{500400}{500501}$

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \dots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

235 au 4 elemente, îl conțin pe 2 și nu îl conțin pe 3:

A C_6^3 B C_7^3 C C_8^3 D C_6^4 E alt răspuns

236 cel mai mic element al fiecărei submulțimi este 1:

A C_6^3 B C_7^3 C C_8^3 D $2^8 - 1$ E alt răspuns

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \dots, 8\}$. În câte moduri se poate scrie A ca reuniune a două mulțimi disjuncte și:

237 nevide?

A $2^8 - 1$ B C_8^2 C $2^7 - 1$ D $\left(C_8^2\right)^2$ E $2^8 - 2$

238 având număr egal de elemente?

A C_7^3 B C_8^4 C $\left(C_8^4\right)^2$ D 2^4 E 2^5

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \dots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

239 nu conțin numere pare:

A 15 B 16 C 32 D 127 E 128

240 conțin cel puțin un număr impar:

A 127 B 128 C 129 D 240 E 255

241 conțin atât numere pare cât și impare:

A 225 B 235 C 245 D 255 E alt răspuns

Un număr de 8 bile numerotate de la 1 la 8 se distribuie în 4 cutii etichetate A, B, C, D. În câte moduri se poate face distribuirea dacă se admit cutii goale și:

242 se distribuie toate bilele?

A 2^{12} B 2^{15} C 2^{16} D 5^8 E C_8^4

243 nu este obligatoriu să se distribuie toate bilele?

A 2^{12} B 2^{15} C 2^{16} D 5^8 E C_8^4

Se consideră un zar obișnuit (un cub cu fețele numerotate de la 1 la 6) cu care se aruncă de două ori.

244 Probabilitatea de a obține aceeași valoare în ambele aruncări este:

A $\frac{1}{6}$ B $\frac{1}{36}$ C $\frac{1}{21}$ D $\frac{2}{7}$ E $\frac{5}{36}$

245 Probabilitatea ca valoarea de la a doua aruncare să fie mai mare decât cea de la prima aruncare este:

A $\frac{5}{6}$ B $\frac{5}{12}$ C $\frac{5}{18}$ D $\frac{5}{36}$ E $\frac{5}{72}$

246 Dacă știm că la a doua aruncare s-a obținut un număr mai mare decât cel de la prima aruncare, atunci probabilitatea ca la prima aruncare să fi obținut 3 este:

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{5}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{1}{12}$

* * *

2

Analiză matematică

247

$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2}\right)$ este:

A $\frac{1}{2}$ B 4 C 1 D ∞ E 0

248

$\lim_{n\to\infty}\left(1+\sin\frac{x}{2^n}\right)^{2^n}$ este:

A e B $\frac{2}{x}$ C e^x D e^{-x} E $\frac{1}{e}$

249

$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{\ln n}(\sqrt[n]{n}-1)$ este:

A 1 B e C ∞ D 0 E $\frac{1}{e}$

250

Limita șirului $\left\{\sqrt{n^2+n+1}\right\}$, $n = 1,2,\ldots,$ unde $\{x\}$ este partea fracționară a numărului real x, este:

A 0 B $\frac{1}{2}$ C 1 D nu există E $\frac{1}{3}$

251

Se dă șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n\geq 0}$ prin relațiile:
$a_0 = 2$; $a_1 = 16$; $a_{n+1}^2 = a_n a_{n-1}$, $\forall n \geq 1$. Limita șirului $(a_n)_{n\geq 0}$ este:

A 1 B 2 C 4 D 8 E ∞

252 Fie $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ un număr fixat. Se consideră șirurile $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ definite prin $x_{n+1} = a^{\frac{1}{(n+1)!}} \cdot x_n^{\frac{1}{n+1}}$, $n \geq 1$, $x_1 = 1$, $b_n = \prod_{k=1}^{n} x_k$.

Limita $\lim_{n\to\infty} b_n$ este:

A $\sqrt{a}$ B a C a^2 D ∞ E 0

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n + \dfrac{2}{x_n}$, $x_0 = 1$.

253 Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

254 $\lim_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{\sqrt{n}}$ este egală cu:

A 1 B 2 C 3 D π E ∞

255 Valoarea limitei $\lim_{n\to\infty} \frac{3n+(-1)^n}{3n-(-1)^n}$ este:

A 3 B 0 C ∞ D 1 E nu există, conform teoremei Stolz-Cesaro

256 $\lim_{n\to\infty} \sqrt[3]{n^3+2n^2+1} - \sqrt[3]{n^3-1}$ este:

A 0 B $\frac{1}{2}$ C $\frac{2}{3}$ D 1 E $\frac{4}{3}$

257 $\lim_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^2-3n+1}{n^2+1}\right)^{\frac{n^2+n+1}{n+1}}$ este:

A e^6 B e^{-1} C e^{-3} D e^{-2} E e^9

258 $\lim_{n\to\infty} \dfrac{\ln(1+e^{2n})}{\ln(1+e^{3n})}$ este:

A 1 B $\frac{1}{3}$ C 2 D $\frac{2}{3}$ E $\ln 2$

259 $\lim_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^2+1}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n^2+1}}$ este:

A 0 B 1 C 2 D e E ∞

260 Limita $\lim_{n\to\infty} \dfrac{1-2+3-4+5-\cdots-2n}{3n+1}$ este:

A $\frac{1}{3}$ B -2 C ∞ D $\frac{2}{3}$ E $-\frac{1}{3}$

261

$\lim\limits_{n\to\infty}\prod\limits_{k=1}^{n}\dfrac{(k+1)^2}{k(k+2)}$ este:

A 5 B 4 C 1 D 2 E 3

262

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}}$ este:

A 1 B $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ C $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$ D ∞ E nu există

263

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})}$ este:

A $-\frac{1}{3}$ B $-\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{1}{2}$

264

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$ este:

A 0 B $\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{3}$ D 1 E $\frac{4}{3}$

265

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{a_k a_{k+1}}$, unde (a_k), $k\in\mathbb{N}^*$, $a_1>0$, formează o progresie aritmetică cu rația $r>0$, este:

A ∞ B $\frac{1}{a_1 r}$ C 1 D a_1 E 0

266

Fie $S_n=\sum\limits_{k=2}^{n}\dfrac{k^2-2}{k!}$, $n\geq 2$. Alegeți afirmația corectă:

A $S_n<3$ B $S_n>3$ C $S_n=e$ D $S_n<0$ E $S_n=e-\dfrac{1}{2}$

267

Fie $n\in\mathbb{N}^*$ și fie $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}k!\cdot(k^2+1)$. Atunci S_n este:

A $(n+1)!\cdot n$ B $2\cdot n!\cdot n$ C $(n+1)!$ D $(n+1)!-n!+1$ E $(n+1)!+n!-1$

268

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{4k^2-1}$ este:

A $\frac{1}{4}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D -1 E nu există

269

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{6}{k(k+1)(k+3)}$ este:

A $\frac{2}{3}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{7}{6}$ D 1 E $\frac{3}{2}$

270

Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$, $x_n = \cos\left(\pi\sqrt{4n^2+n+1}\right)$, este:

A $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D nu există E 1.

Se consideră șirul $(a_n)_{n\geq 1}$, unde $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{n^2-1}{a_n} + 2$, $n \geq 1$.

271

a_2 este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

272

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{n}$ este:

A 1 B 0 C ∞ D 2 E 3

273

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} a_k^3}{n^4}$ este:

A $\frac{1}{4}$ B 1 C // 0 D 2 E 4

274

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^n}{e^n n!}$ este:

A 0 B 1 C e D $\sqrt{e}$ E ∞

275

Fie $p \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$, $q > 0$. Se cere valoarea limitei:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{qn+1}{qn} \frac{qn+p+1}{qn+p} \cdots \frac{qn+np+1}{qn+np}.$$

A $\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ B $\sqrt[p]{\frac{p+q}{q}}$ C $\sqrt[p]{\frac{q}{p+q}}$ D $p\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ E $p^2\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

276 Fie x_0 un întreg pozitiv. Se definește șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ prin

$$x_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este par,} \\ \dfrac{1+x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este impar,} \qquad n = 0, 1, \ldots \end{cases}$$

Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C ∞ D e E Nu există pentru unele valori ale lui x_0

277 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} + \cdots + \sqrt[n]{a} - n}{\ln n}$, $a > 0$, este:

A 0 B $\ln a$ C ∞ D e E a

278 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \left(\dfrac{1}{2^k} + \dfrac{1}{3^k} \right)$ este:

A 1 B $\frac{7}{2}$ C $\frac{8}{3}$ D $\frac{3}{2}$ E 0

279 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{C_n^k}{(2n)^k}$ este:

A 0 B 1 C $e^{\frac{1}{2}}$ D e^2 E ∞

280 Fie $p_n = \prod\limits_{k=1}^{n} \cos(2^{k-1}x)$, $x \neq k\pi$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} p_n$ este:

A 1 B $\dfrac{\cos x}{x}$ C 0 D $\dfrac{\sin x}{x}$ E nu există

281 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{C_n^k}{n2^n + k}$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D 2 E ∞

282 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{kC_n^k}{n2^n + k}$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D 2 E ∞

283 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \dfrac{\cos n\pi}{n}\right)^n$ este:

A ∞ B 0 C 1 D e E nu există

284

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+x^n(x^2+4)}{x(x^n+1)}$, $x>0$ este:

A $\frac{1}{x}$ B ∞ C x D $\frac{x^2+4}{x}$ E alt răspuns

285

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \arcsin \dfrac{k}{n^2}$ este:

A 0 B 1 C ∞ D $\frac{1}{2}$ E 2π

286

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 2}$, $x_n = \sqrt[n]{1+\sum\limits_{k=2}^{n}(k-1)(k-1)!}$.

Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{n}$ este:

A ∞ B $\frac{1}{e}$ C 0 D 1 E e

287

Fie $x\in\mathbb{R}$. Notăm cu $\lfloor x\rfloor$ partea întreagă a numărului real x. Limita șirului

$$x_n = \frac{\lfloor x\rfloor + \lfloor 3^2 x\rfloor + \cdots + \lfloor (2n-1)^2 x\rfloor}{n^3}, \quad n\geq 1,$$

este:

A $\frac{x}{2}$ B 1 C 0 D $\frac{3x}{4}$ E $\frac{4x}{3}$

288

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} \ln\left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \cdots + a^{\frac{n}{n}}\right)$, unde $a\in(1,\infty)$, este:

A $1-\ln a$ B $1+\ln a$ C $2+\ln a$ D $-\ln a$ E $\ln a$

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = e^{x_n} - 1,\ x_0 \in \mathbb{R}$.

289 Numărul valorilor lui x_0 pentru care șirul este constant este:

A 0 B 1 C 2 D 5 E 10

290 Șirul este crescător dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $(-\infty, 0)$ B $[0, \infty)$ C $(-\infty, 0]$ D $(0, \infty)$ E $\mathbb{R}$

291 Dacă $x_0 > 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A ∞ B 0 C nu există D 1 E $2e$

292 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\emptyset$ B $\{0\}$ C $(-\infty, 0]$ D $(-\infty, 0)$ E $(0, \infty)$

293 Pentru $x_0 = -1$, $\lim\limits_{n\to\infty} nx_n$ este:

A -2 B -1 C 0 D 1 E nu există

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 1}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1,\ x_1 \in \mathbb{R}$.

294 Dacă $x_{100} = 1$, atunci x_2 este:

A 1 B 0 C -1 D 2 E $\frac{1}{2}$

295 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_1 aparține mulțimii:

A $[0, 1]$ B $(0, 1)$ C $\{0, 1\}$ D $\{1\}$ E $[-1, 1]$

296 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_1 x_2 \cdots x_n}{x_{n+1}}$ este:

A 0 B 1 C 2 D $+\infty$ E nu există

297 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}\right)$ este:

A 1 B 2 C $\sqrt{2}$ D e E $+\infty$

298 Șirul $(x_n)_{n\geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = 2^{\frac{x_n}{2}}$, $x_0 \in \mathbb{R}$, are limita 2, dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\{2\}$ B $[-2, 2]$ C $(-\infty, 2]$ D $[2, 4)$ E alt răspuns

Valorile limitelor următoare sunt:

299 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{2}$

A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 2 E ∞

300 $\lim\limits_{n\to\infty} (2-\sqrt[n]{2})^n$

A $\frac{1}{2}$ B 0 C 1 D 2 E ∞

301 $\lim\limits_{n\to\infty} (2-\sqrt{2})(2-\sqrt[3]{2})\cdots(2-\sqrt[n]{2})$

A 0 B 1 C 2 D $\sqrt{2}$ E e

302 Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ un șir de numere reale, astfel ca șirul

$$1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}-a_n\ln n,$$

$n\geq 1$, să fie mărginit. Limita șirului $(a_n)_{n\geq 1}$ este:

A e B 0 C ∞ D 1 E $\frac{1}{e}$

303 Fie $a\in\mathbb{R}$ astfel încât șirul $(x_n)_{n\geq 1}$,

$$x_n=\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n-1}\right)-a\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right),$$

să fie mărginit. Limita lui este:

A 0 B $\ln 2$ C 2 D $-\ln 2$ E $\frac{1}{2}$

304 Fie $\gamma=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}-\ln n\right)$ constanta lui Euler.
Limita $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n}\left(\mathrm{e}^{1+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n-1}}-2\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n}}\right)$ este:

A $-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{\frac{\gamma}{2}}$ B e^{γ} C $-\frac{\gamma}{2}$ D $-\frac{\gamma}{4}$ E $\mathrm{e}^{\frac{\gamma}{2}}$

305 Limita șirului $\sqrt[n]{\left(\sqrt{2}\right)^n+\left(\sqrt[3]{3}\right)^n+\cdots+\left(\sqrt[n]{n}\right)^n}$, $n=2,3,\ldots,$ este:

A 1 B $\sqrt{2}$ C $\sqrt[3]{3}$ D $\sqrt[5]{5}$ E $\mathrm{e}^{1/\mathrm{e}}$

306 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{\ln 2}{2}+\frac{\ln 3}{3}+\cdots+\frac{\ln n}{n}}{\ln^2 n}$ este:

A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 2 E nu există

307

Șirul $a_n = 1^9 + 2^9 + \cdots + n^9 - a\, n^{10}$, $a \in \mathbb{R}$, este convergent dacă:

A $a = 9$ **B** $a = 10$ **C** $a = 1/9$ **D** $a = 1/10$
E nu există un astfel de a

308

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 1}$, $x_n = ac + (a+ab)c^2 + \cdots + (a+ab+\cdots+ab^n)c^{n+1}$.
Atunci, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{R}$ cu proprietățile $|c| < 1$, $b \neq 1$ și $|bc| < 1$, avem:

A (x_n) nu este convergent **B** $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$ **C** $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 1$
D $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{a+bc}{(1-ab)c}$ **E** $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{ac}{(1-bc)(1-c)}$

309

Pentru numărul natural $n \geq 1$, notăm cu x_n cel mai mare număr natural p pentru care este adevărată inegalitatea $3^p \leq 2008 \cdot 2^n$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{n}$ este:

A 0 **B** 1 **C** $\log_3 2$ **D** 2008 **E** Limita nu există

Fie $0 < b < a$ și $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ unde $x_0 = 1$, $x_1 = a + b$,

$$x_{n+2} = (a+b)x_{n+1} - ab\, x_n, \quad n \in \mathbb{N}.$$

310 Dacă $0 < b < a$ și $l = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$ atunci

A $l = a$ **B** $l = b$ **C** $l = \frac{a}{b}$ **D** $l = \frac{b}{a}$ **E** nu se poate calcula

311 Dacă $0 < b < a < 1$ și $L = \lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} x_k$ atunci:

A $L = 1$ **B** $L = \frac{1}{(1-a)(1-b)}$ **C** $L = \frac{2-a-b}{(1-a)(1-b)}$ **D** $L = \frac{a+b}{(1-a)(1-b)}$ **E** $L = \frac{a+b-1}{(1-a)(1-b)}$

312

Mulțimea tuturor valorilor lui a pentru care șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin recurența $x_0 = a$, $x_{n+1} = x_n^2 - 4x_n + 6$, este convergent este:

A $\{1\}$ **B** $[-1, 2]$ **C** $\{0\}$ **D** $(0, 1)$ **E** $[1, 3]$

313

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{(p+n)!}{n!n^p}\right)^n$, $p \in \mathbb{N}$ este:

A ∞ **B** 0 **C** e **D** $e^{1/6}$ **E** $e^{\frac{p(p+1)}{2}}$

314 Câte șiruri convergente de numere reale $(x_n)_{n\geq 1}$ verifică relația

$$\sum_{k=1}^{10} x_{n+k}^2 = 10,$$

pentru orice $n \in \mathbb{N}$?

A 1   B 10   C 0   D o infinitate   E 2

315 Șirul $(x_n)_{n\geq 1}$, $x_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$ are limita $\frac{\pi^2}{6}$. Să se calculeze limita șirului $(y_n)_{n\geq 1}$, $y_n = 1 + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)^2}$.

A $\frac{\pi^2}{8}$ B $\frac{\pi^2}{3}$ C $\frac{\pi^2}{16}$ D $\frac{\pi}{3}$ E $\frac{\pi^2}{12}$

316 Fie x_n soluția ecuației $\operatorname{tg} x = x$ din intervalul $\left(n\pi, n\pi + \frac{\pi}{2}\right)$, $n \in \mathbb{N}$. Valoarea limitei

$$\lim_{n\to\infty} n\left(n\pi + \frac{\pi}{2} - x_n\right)$$

este:

A 1   B 0   C $\dfrac{1}{\pi}$ D $\dfrac{\pi}{2}$ E $\dfrac{\pi}{4}$

317 Mulțimea valorilor funcției $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ este:

A $\left[-1, e^{\frac{1}{e}}\right]$ B $\mathbb{R}$ C $[0, 1]$ D $\left(0, \frac{1}{e}\right) \cup [1, e]$ E $\left(0, e^{\frac{1}{e}}\right]$

318 $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^x - x^{x^2}}{(1-x)^2}$ este:

A e B -1 C 1   D $-e$ E 0

319 $\displaystyle\lim_{x\to +0} \left((1+x)^x - 1\right)^x$ este:

A 0   B 1   C e D ∞ E nu există

320

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - \overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{x^3}$$

A 0   B $n/2$ C $n/3$ D $n/4$ E alt răspuns

321

$$\lim_{x\to 0} \frac{(1+ax)^{\frac{1}{x}} - (1+x)^{\frac{a}{x}}}{x}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

A $\frac{a(1-a)}{2}$ B $a(1-a)$ C 0   D $a\,e$ E $\frac{a(1-a)}{2}e^a$

322

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\arcsin(\sin x)}{x}$$

A 0 B 1 C ∞ D $-\infty$ E nu există

323

$\lim_{x\to 0} x\left\lfloor \frac{1}{x}\right\rfloor$ este:

A 0 B ∞ C nu există D -1 E 1

324

$\lim_{x\to 1} \frac{\sin\left(ax^2+bx+c\right)}{x^2-1}$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$ astfel încât $a+b+c=\pi$, este:

A $a+b$ B $\pi-a-b$ C $2a+b$ D $-\frac{2a+b}{2}$ E $2(a+b)$

325

$\lim_{x\to\infty} \frac{x-\sin x}{x+\sin x}$ este:

A 0 B 1 C nu există D $\frac{1}{2}$ E ∞

326

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{\sqrt[3]{x+8}-2}$$

A 3 B $\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{3}$ D nu există E 0

327

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sum\limits_{k=1}^{m} \operatorname{arctg} k^2 x}{\sum\limits_{k=1}^{m} \ln(1+k^3x)}$$

A $\frac{m(m+1)}{m+2}$ B $\frac{2}{3}\frac{2m+1}{m(m+1)}$ C $\frac{(m+1)(2m+1)}{2m^2}$ D 0 E $\frac{\pi}{2e}$

328

$\lim_{x\to 0} \frac{a_1^x a_2^{2x}\cdots a_n^{nx}-1}{x}$, $\quad a_1, a_2, \ldots, a_n > 0$, $\quad$ este:

A $\ln(a_1a_2\cdots a_n)$ B $\ln a_1+\ln a_2+\cdots+\ln a_n$ C $\ln(a_1a_2^2\cdots a_n^n)$ D $e^{a_1+2a_2+\cdots+na_n}$
E $e^{a_1+a_2+\cdots+a_n}$

329

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\left(2x+\sqrt{x^2-1}\right)^n+\left(2x-\sqrt{x^2-1}\right)^n}{x^n}$$

A 2^n B 2^n-3^n C 1 D 3^n+1 E 0

330

$$\lim_{x\to\infty} \left(x-x^2\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right)$$

A ∞ B $-\infty$ C 0 D 1 E $\frac{1}{2}$

331

$$\lim_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2+x+1}\right)$$

A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D $-\frac{1}{2}$ E 1

332

$$\lim_{x\to 0} xe^{-\frac{1}{x}}$$

A 0 B e C $-\infty$ D nu există E 1

333

$$\lim_{x\to\infty}\left(x\left(1+\frac{1}{x}\right)^x-ex\right)$$

A $-\dfrac{e}{2}$ B e C 0 D ∞ E $2e$

334

$\lim\limits_{x\to 2}(5-2x)^{\operatorname{tg}\frac{\pi x}{4}}$ este:

A $\mathrm{e}^{\frac{2}{\pi}}$ B $\mathrm{e}^{\frac{\pi}{4}}$ C $\mathrm{e}^{\frac{4}{\pi}}$ D $\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}}$ E $\mathrm{e}^{\frac{8}{\pi}}$

Valoarea limitelor:

335

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x^n-\sin^n x}{x^{n+2}},\ n\in\mathbb{N},\ n\geq 2;$$

A ∞ B 0 C $-\frac{n}{6}$ D $\frac{n}{6}$ E 1

336

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{e^x-1}\right).$$

A e B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{e}{2}$ D $-\dfrac{1}{2}$ E 0

337

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg}(\sin x)-x}{x^3}$$

A $1/3$ B $1/6$ C ∞ D -1 E $\pi/2$

338

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{a^x+b^x+c^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}},\quad a,b,c>0,$$

A $\sqrt[3]{abc}$ B nu există C $\ln abc$ D $\frac{a+b+c}{3}$ E 1

339

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}\right)^{\frac{1}{x}}$$

A 1 B 0 C e D $\sqrt{e}$ E $\frac{1}{\sqrt{e}}$

340

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$$

A 1 B e^2 C $e^{\frac{3}{2}}$ D $e^{\frac{1}{2}}$ E e^3

341

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\operatorname{tg} x}{x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$$

A $\sqrt[3]{2}$ B $\sqrt[3]{e}$ C e D e^{-1} E $e^{\frac{3}{2}}$

342

$$\lim_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2+x+1}\,\frac{\ln(e^x+x)}{x}\right)$$ este:

A 0 B 1 C -1 D $-\frac{1}{2}$ E ∞

343

$\lim_{x\to 0}(a^x+x)^{\frac{1}{\sin x}}$, $a>0$, este:

A ae B $e^{\ln a}$ C a D 1 E e^a

344

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\left(x^2\right)^{\frac{1}{\ln x}}$$

A 0 B e^2 C 1 D 2 E nu există

345

$\lim_{n\to\infty} n^2\cdot\left(e^{\frac{1}{n+1}}-e^{\frac{1}{n}}\right)$:

A -1 B 1 C $-\infty$ D Limita nu există E e

346

$$\lim_{n\to\infty}\left(\lim_{x\to 0}\left(1+\operatorname{tg}^2(x)+\operatorname{tg}^2(2x)+\cdots+\operatorname{tg}^2(nx)\right)^{\frac{1}{n^3x^2}}\right)$$ este:

A $e^{\frac{1}{3}}$ B e^3 C $\frac{1}{e}$ D 1 E ∞

347

Dacă $|a|>1$, atunci limita $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+a^n}$ are valoarea:

A 0 B 1 C 2 D ∞ E limita nu există, pentru $a<-1$

348

Pentru ce valori ale parametrilor reali a și b avem

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}+\sqrt{x^2+2x+2}-ax-b\right)=0?$$

A $a=b=1$ B $a=b=-1$ C $a=2,\ b=1$ D $a=1,\ b=2$ E $a=2,\ b=\frac{3}{2}$

Se consideră funcția $f\colon D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \arcsin\left(x - \sqrt{1-x^2}\right)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

349 Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției este:

A $[-1,1]$ B $(-1,1)$ C $(0,1)$ D $[0,1]$ E alt răspuns

350 Mulțimea punctelor de derivabilitate ale funcției este:

A $[-1,1]$ B $[0,1]$ C $[0,1)$ D $(0,1)$ E alt răspuns

351 Mulțimea punctelor în care funcția are derivată este:

A $[-1,1]$ B $[0,1]$ C $[0,1)$ D $(0,1]$ E alt răspuns

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ o funcție continuă. Ce concluzie se poate trage asupra funcției f dacă:

352 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ și $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

A f este strict crescătoare B f este injectivă C f este surjectivă
D f este inversabilă E f nu este injectivă

353 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

A f este descrescătoare B f este injectivă C f este surjectivă
D f este inversabilă E f nu este injectivă

354 f este injectivă.

A f este surjectivă B f este strict monotonă C f are cel puțin două zerouri
D f este inversabilă E f este o funcție impară

355 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(e^x+x)^{n+1} - e^{(n+1)x}}{xe^{nx}}$, $n>0$, este:

A 1 B $n+1$ C 0 D ∞ E e

356 Funcția f definită prin $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x^2e^{nx}+x}{e^{nx}+1}$

A este definită numai pentru $x \le 0$ B este definită și continuă pe $\mathbb{R}$
C este definită și derivabilă pe $\mathbb{R}$ D este definită pe $\mathbb{R}$ dar nu este continuă pe $\mathbb{R}$
E este definită numai pentru $x = 0$

357 Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x^n + x}{x^{2n} + 1}$.
Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate?

A f nu e bine definită pe $(-\infty, -1)$ căci limita nu există.
B f este continuă în 1.
C singurul punct de discontinuitate este $x = 1$.
D f are limită în $x = -1$.
E f continuă pe $(-\infty, 1)$.

358 Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{1 + x^{2n}}{1 + x + x^2 + \cdots + x^{2n}}$$

este:

A $\mathbb{R}$
B $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$
C $\mathbb{R}^*$
D $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$
E $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

359 Ecuația $x^2 + 1 = me^{-\frac{1}{x}}$, unde m este un parametru real, are trei soluții reale și distincte dacă:

A $m = -1$
B $m = 2e$
C $m = \pi$
D $m = 3\sqrt{2}$
E $m = 7$

360 Ecuația $m\, e^{\frac{2}{x-1}} = x$, $m \in \mathbb{R}$, are două rădăcini reale și distincte dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(0, \infty)$
B $(1, \infty)$
C $(-\infty, 1)$
D $(0, 1)$
E $(-1, 1)$

361 Fie funcția $f(x) = \dfrac{|x^3 - 1|}{ax^2 + bx}$. Valorile numerelor reale a și b pentru care dreapta $y = x+4$ este asimptotă la ∞ sunt:

A $a = 4; b = 1$
B $a = 1; b = -4$
C $a = -4; b = 1$
D $a = 1; b = 4$
E $a = -1; b = -4$

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{(x+1)^3}{x^2 - x + 1}$.

362 Ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

A $y - 2x + 1 = 0$
B $2y - 2x + 1 = 0$
C $y - 4x - 1 = 0$
D $4y - x + 1 = 0$
E $4y - 4x + 1 = 0$

363 Ecuația normalei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

A $2y - 2x + 1 = 0$
B $\frac{1}{4}y - 2x + 1 = 0$
C $y - x + 1 = 0$
D $y + \frac{1}{4}x - 1 = 0$
E $4y - x + 1 = 0$

364

Funcția $f(x) = \dfrac{1}{1-e^{\frac{1}{x}}}$, $x \in (0,\infty)$, admite asimptota oblică de ecuație:

A $y=-x-1$ B $y=-x+\frac{1}{2}$ C $y=-x+1$ D $y=-x$ E $y=x$

365

Fie $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2+bx+2}{x^2+2x+c}$, D-domeniul maxim de definiție al lui f. Mulțimea tuturor valorilor $(b,c) \in \mathbb{R}^2$ pentru care funcția f are o singură asimptotă verticală și graficul lui f nu intersectează asimptota orizontală este:

A $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | b \neq 0,\ c=1\}$ B $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | c=1\}$
C $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | b=3,\ c=1\}$ D $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | c=1,\ b=2 \text{ sau } c=1,\ b=3\}$
E nici unul din răspunsurile anterioare nu e corect

366

Graficul funcției $f : \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x-3}$ admite:

A o asimptotă verticală și una orizontală B o asimptotă verticală și una oblică
C o asimptotă orizontală și una oblică D o asimptotă verticală și două oblice
E o asimptotă verticală și două orizontale

Fie $f : [0,\infty) \setminus \{1,2\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{mx-3}{x^2-3x+2}$, unde m este un parametru real.

367 Numărul asimptotelor funcției f este:

A 1 B 2 C 3 D 4
E numărul asimptotelor depinde de m.

368 Numărul valorilor întregi ale parametrului m pentru care f are trei puncte de extrem este:

A infinit B 4 C 3 D 2 E 1

369

Valorile lui $m \in R$ astfel încât $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{(m-1)^2x^2+1}}{3x+2} = -1$ sunt:

A $-2, 4$ B $-1, 3$ C $2, 3$ D $-1, 4$ E $-2, 2$

370

Funcția $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x-a}{x^2-b}$, $a,b \in \mathbb{R}$, are pe domeniul maxim de definiție două asimptote verticale dacă și numai dacă:

A $a=b=0$ B $a=1,\ b=-1$ C $a=b=1$ D $a=2,\ b=1$ E $b>0,\ a^2 \neq b$

371 Abscisele punctelor în care graficele funcțiilor $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^6 \quad \text{și} \quad g(x) = 2x^5 - 2x - 1$$

sunt tangente sunt:

A $\frac{1\pm\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$ C $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ D nu există E 0

372 Egalitatea

$$\operatorname{arctg} a + \operatorname{arctg} b = \operatorname{arctg} \frac{a+b}{1-ab}$$

are loc dacă și numai dacă numerele reale a și b satisfac condiția:

A $ab > 1$ B $ab < 1$ C $ab \neq 1$ D $ab > 0$ E $b = 0,\ a \in \mathbb{R}$

373 Numărul de valori ale parametrului real $a \in [0,1]$ pentru care funcția $f : [0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - |x - a|$, este convexă pe $[0,1]$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E infinit

374 Fie $Q(x)$ câtul împărțirii polinomului $P(x) = 99(x^{101} - 1) - 101\,x(x^{99} - 1)$ la $(x-1)^3$. Valoarea $Q(1)$ este:

A 9999 B 18000 C 5050 D 3333 E alt răspuns

375 Funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este derivabilă și sunt verificate condițiile:
$f(0) = 2,\ \ f'(x) = 3\,f(x),\ \ \forall x \in \mathbb{R}.$ Valoarea $f(\ln 2)$ este:

A 2 B 4 C 6 D 16 E 32

376 Care dintre următoarele afirmații este adevărată pentru orice funcție $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ care are derivată strict pozitivă?

A f este crescătoare pe $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ B f este crescătoare pe $(0, \infty)$
C f este descrescătoare D f este mărginită E f este convexă

377 O funcție polinomială neconstantă $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, este strict crescătoare dacă și numai dacă:

A $P'(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ B $P'(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ C $P'(x) \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$
D $P''(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ E $P''(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

Se consideră funcția $f\colon [-2,1] \to M$, $M \subset \mathbb{R}$, $f(x) = \left|x^3 + x^2\right|$.

378 Numărul punctelor de extrem ale funcției f este:

A 5 B 3 C 2 D 1 E 4

379 f este surjectivă pentru M egal cu:

A $[0,4]$ B $[0,\infty)$ C $[0,2]$ D $[0,27]$ E $\mathbb{R}$

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x(x+1)(x+2)\cdots(x+2019)$ și fie $g = f\circ f\circ f$.

380 $f'(0)$ este:

A $2019!$ B 0 C $2018!$ D $2019! + 2018!$ E $2019! - 2018!$

381 $g'(0)$ este:

A $2019!^3$ B 2019^3 C 2019^2 D $2019!^2$ E $2019!$

382 Numărul punctelor de extrem ale funcției $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$ este:

A 9 B 7 C 5 D 3 E alt răspuns

383 Să se studieze derivabilitatea funcției $f:[1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}$.

A f derivabilă pe $(2,\infty)$
B f are în $(5,0)$ punct de întoarcere
C f are în $(5,0)$ punct unghiular
D f este derivabilă în $x=5$
E f este derivabilă numai pe $(5,\infty)$

384 Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[5]{\frac{1}{6}x^3 - x + \sin x}$, atunci $f'(0)$ este:

A $1/\sqrt[5]{120}$ B $-1/\sqrt[5]{120}$ C ∞ D nu există E $-\infty$

385 Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$. Care din afirmațiile următoare este adevărată?

A f nu e continuă în 0
B f este derivabilă în 0
C f nu are limită în 0
D $\exists \lim\limits_{x\to 0} f'(x)$
E f are limită la $+\infty$, egală cu 1, și la $-\infty$, egală cu -1

386 Se consideră funcția $f: D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1} + \arcsin\frac{1}{x}$, unde D este domeniul maxim de definiție al funcției f. Mulțimea valorilor funcției f este:

A $\left(-\infty, \frac{\pi}{2}\right]$ B $\mathbb{R}$ C $\left(-\frac{\pi}{2}, \infty\right)$ D $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ E $\left(-\infty, -\frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \infty\right)$

Se consideră funcția $f: D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + \sqrt{|x|} - x)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

387 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)}{\sqrt{|x|}}$ este:

A 0 B 1 C -1 D e E ∞

388 $f'(\frac{1}{4})$ este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{2}$

389 Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

390 Valoarea lui a pentru care funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x|x-a|$, este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A $a = 1$ B $a = -1$ C $a = 0$ D $a = 2$ E $a = -2$

391 Fie g și h două funcții derivabile pe $\mathbb{R}$ și $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = g(x)|h(x)|$. Dacă $h(x_0) = 0$, atunci funcția f este derivabilă în x_0 dacă și numai dacă:

A $h'(x_0) = 0$ B $g(x_0) > 0$ C $g(x_0) = 0$ D $g(x_0)h'(x_0) = 0$ E alt răspuns

392 Funcția $f: [0,2] \to \mathbb{R}$ $f(x) = \begin{cases} \dfrac{ax}{x^2+b}, & 0 \le x \le 1 \\ \ln(x^2-3x+3)+2x, & 1 < x \le 2 \end{cases}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$, este o funcție derivabilă pentru:

A $a = 6,\ b = 2$ B $a = 8,\ b = 3$ C $a = 8,\ b = 30$ D $a = 10,\ b = 4$ E $a - 2b = 1$

393 Derivata funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[6]{x^2}$, în punctul zero, este:

A ∞ B 0 C $1/3$ D 1 E nu există

394 Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x$. Valoarea lui $(f^{-1})'(3)$ este:

A 1 B -1 C $\frac{1}{3}$ D -2 E $\frac{1}{5}$

395

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 + \alpha x + \beta}{x - 1}$, unde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Valorile lui α și β pentru care f admite un extrem în punctul $M(0, 1)$ sunt:

A $\alpha = 1,\ \beta = -1$ B $\alpha = 0,\ \beta = 1$ C $\alpha = \beta = 2$ D $\alpha = 3,\ \beta = -1$
E $\alpha = -1,\ \beta = 1$

396

Se consideră funcția $f : [-1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -\ln(x^2 + x + 1) & ; \quad -1 \le x \le 0 \\ \sqrt{x|x^2 - 4|} & ; \quad x > 0 \end{cases}.$$

Notăm cu α numărul punctelor de extrem, cu β numărul punctelor unghiulare și cu γ numărul punctelor de întoarcere ale funcției f. Atunci:

A $\alpha = 5,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$ B $\alpha = 5,\ \beta = \gamma = 1$ C $\alpha = 5,\ \beta = 2,\ \gamma = 0$
D $\alpha - \beta = 4,\ \beta - \gamma = 1$ E $\alpha = 4,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$

397

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + x^2) - x$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate?

A f e strict pozitivă pe $\mathbb{R}$ B f e strict crescătoare pe $\mathbb{R}$
C f e strict negativă pe $\mathbb{R}$ D f verifică inegalitatea $f(x) > 0$, $\forall x \in (-\infty, 0)$
E f verifică inegalitatea $f(x) > 0$, $\forall x \in (0, \infty)$

398

Derivata de ordinul 100, $\left(x^{99} \ln x\right)^{(100)}$, $x > 0$, este:

A $100!x$ B $\dfrac{100!}{x}$ C $-100!x$ D $99!x$ E $\dfrac{99!}{x}$

399

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 4$. Valoarea lui $(f^{-1})'(4)$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{116}$ E $\frac{1}{68}$

400

Dacă $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este o funcție cu derivata de ordinul al doilea continuă astfel încât $f(2) = f'(2) = f''(2) = 2$, iar funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este definită prin $g(x) = f\left(\sqrt{x^2 + 3}\right)$, atunci:

A $g(1) = g'(1) = 2$ B $g'(1) = \sqrt{2}$ C $g(1) + g''(1) \in \mathbb{N}$ D $g'(1) = g''(1) = 1$
E $g'(1) = 1,\ g''(1) = \frac{5}{4}$

Fie funcția f dată prin $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$

401 Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul doi a funcției este:

A $\{0\}$ B $\{-1; 0; 1\}$ C $\emptyset$ D $\{0; 2\}$ E $\{0; 1\}$

402 Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul trei a funcției este:

A $\{0\}$ B $\{-1; 0; 1\}$ C $\emptyset$ D $\{0; 2\}$ E $\{0; 1\}$

Fie $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ o funcție de două ori derivabilă astfel încât $f''(x) = \dfrac{1}{x}$, $\forall x > 0$ și $f(1) = f'(1) = 0$.

403 $f'(x)$ are expresia:

A $-\frac{1}{x^2}$ B $1 - \frac{1}{x^2}$ C $\frac{1}{x^2} - 1$ D $\ln x$ E alt răspuns

404 $f(x)$ are expresia:

A $\frac{2}{x^3}$ B $\frac{2}{x^3} - 2$ C $x \ln x - x$ D $x \ln x + x - 1$ E alt răspuns

405 Numărul soluțiilor reale ale ecuației $\ln x = 1 - \frac{1}{x}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

Se dă funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2^{x^4} + 2^{x^2-1}$.

406 Care este valoarea lui $f(-1)$?

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

407 Care este soluția inecuației $f(x) \leq 3$?

A $\emptyset$ B $[-1, 1]$ C $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ D $(-\infty, -1]$ E alt răspuns

408 Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

Se consideră funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^2 e^{-x^2}$.

409 Suma pătratelor absciselor punctelor de inflexiune ale graficului funcției este egală cu:

A 25 B 1 C $5+\sqrt{17}$ D 5 E $5-\sqrt{17}$

410 Aria mărginită de graficul funcției f', dreptele $x=-2, x=1$ și axa OX este egală cu:

A $\frac{1}{e}-\frac{4}{e^2}$ B $\frac{4}{e^2}-\frac{1}{e}$ C $\frac{3}{e}-\frac{4}{e^4}$ D 1 E alt răspuns

411 Funcția $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\alpha x^2+1-\ln(1+x),\ \alpha\in\mathbb{R}$, are două puncte de extrem local pentru:

A $\alpha=-2$ B $\alpha=-1$ C $\alpha\in(-2,-1)$ D $\alpha>2$ E $\alpha<-2$

412 Se dă funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=e^x(x^2+6x+m)$, unde m este un parametru real. Funcția f admite puncte de extrem pentru:

A $m\in(-\infty,10]$ B $m\in(10,\infty)$ C $m\in\mathbb{R}$ D $m\in(-\infty,10)$ E $m\in[10,\infty)$

413 Inegalitatea $a^x\ge x+1$ are loc pentru orice $x\in\mathbb{R}$ dacă și numai dacă:

A $a=1$ B $a=e$ C $a>1$ D $a>e$ E $a<e$

414 Dacă mulțimea soluțiilor ecuației $a^x=x$, cu $a>1$, are un singur element, atunci:

A $a=\frac{1}{e}$ B $a=e$ C $a=e^{\frac{1}{e}}$ D $a=e^e$ E $a=\frac{1}{e^e}$

415 Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care ecuația $a^x=x+2$, are două soluții reale este:

A $(1,\infty)$ B $(0,1)$ C $(\frac{1}{e},e)$ D $(\frac{1}{e^e},e^e)$ E $(e^{\frac{1}{e}},\infty)$

416 Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care inegalitatea $a^x\ge x^a$, are loc pentru orice $x>0$ este:

A $\{e\}$ B $(0,1)$ C $(1,\infty)$ D $(\frac{1}{e},1)$ E $(1,e)$

417 Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\sqrt{x^2-2x+2}+\sqrt{x^2+2x+2}$ are proprietatea:

A este crescătoate pe $\mathbb{R}$ B este descrescătoare pe $(-\infty,0]$ și crescătoare pe $[0,\infty)$
C este impară D $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=2$
E graficul funcției f intersectează axa Ox într-un punct.

418

Să se determine un punct $P(x_0, y_0)$ pe curba a cărei ecuație este $y = (x-2)\sqrt{x}$, $x > 0$, în care tangenta să fie paralelă cu dreapta de ecuație $2y = 5x + 2$.

A $P(4,4)$ B $P(9,21)$ C $P(1,-1)$ D $P(2,0)$ E $P(3,\sqrt{3})$

419

Ecuația tangentei comune la graficele funcțiilor $f, g\colon \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$, $g(x) = \dfrac{1}{x}$ este:

A $y = -4x - 1$ B $y = -x - 4$ C $y = -2x - 4$ D $y = -4x - 4$
E graficele nu admit tangentă comună

420

Funcțiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + \sqrt{x^2 + a}$ și $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + 1$ sunt tangente (au o tangentă comună într-un punct comun) dacă:

A $a = 1 + e$ B $a = 0$ C $a = 1$ D $a = e - \pi$ E $a = -1$

421

Ecuația tangentei la graficul funcției $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{2x-1}{x+1}}$ în punctul de abscisă $x = 2$ este:

A $x - 7y - 2 = 0$ B $x - 6y - 2 = 0$ C $x - 5y - 2 = 0$ D $x - 4y - 2 = 0$
E $x - 3y - 2 = 0$

422

Graficele funcțiilor $f(x) = ax^2 + bx + 2$ și $g(x) = \dfrac{x-1}{x}$ au tangentă comună în punctul de abscisă $x_0 = 1$ dacă:

A $a + b = -1$ B $a = 0,\ b = 1$ C $a = 1,\ b = -2$ D $a = 3,\ b = -5$
E $a = 3,\ b = -4$

423

Tangenta la graficul funcției $f(x) = (a\sin x + b\cos x)e^x$ în punctul $(0, f(0))$ este paralelă cu prima bisectoare, dacă:

A $a = b = 1$ B $a = 2,\ b = 1$ C $a - b = 1$ D $a + b = 1$ E $a^2 + b^2 = 1$

424

Fie x_1 cea mai mică rădăcină a ecuației $x^2 - 2(m+1)x + 3m + 1 = 0$. Atunci $\lim\limits_{m\to\infty} x_1$ este:

A 1 B $\dfrac{3}{2}$ C 0 D $-\dfrac{1}{2}$ E -1

425

Mulțimea valorilor paramentrului real a pentru care ecuația $ax - \ln|x| = 0$ are trei rădăcini reale distincte este:

A $(-\infty, 0)$ B $(0,1)$ C $(-e^{-1}, 0) \cup (0, e^{-1})$ D (e^{-1}, ∞) E $\emptyset$

Fie funcția $f : (-\infty, -1) \bigcup (-1, 1) \bigcup (1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = 2 \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} \frac{2x}{1-x^2}.$$

426 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ este:

A π B 0 C $\frac{\pi}{2}$ D -1 E ∞

427 Mulțimea valorilor funcției este:

A $\{-\pi, 0, \pi\}$ B $\{0\}$ C $\mathbb{R}$ D $(-1, \infty)$ E $(0, \infty)$

428 Mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care este adevărată egalitatea

$$2 \operatorname{arctg} x + \arcsin \frac{2x}{1+x^2} = \pi$$

este:

A $(0, \infty)$ B $(-\infty, -1) \cup [1, \infty)$ C $[1, \infty)$ D $[-1, 1]$ E $[2, \infty)$

Fie $f(x) = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2x}{1+x^2} + \operatorname{arctg} |x|$.

429 Domeniul maxim de definiție al funcției este :

A $[-1, 1]$ B $(-1, 1)$ C $\mathbb{R}$ D $\mathbb{R}^*$ E $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

430 $f(\pi)$ este:

A 1 B $\frac{\pi}{4}$ C π D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E $\frac{\pi}{2}$

431 Funcția este strict descrescătoare dacă și numai dacă x este din:

A $\mathbb{R}$ B $(-1, 0)$ C $(0, 1)$ D $(-\infty, -1/5)$ E $(-\infty, -1]$

432 Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^*$ o funcție care admite primitive și verifică relațiile $\cos f(x) = 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ și $|f(\pi) - \pi| \le \pi$. $f(100)$ este:

A 16π B 8π C 4π D 2π E 0

433 O primitivă a funcției $f : (0, 1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x - x^2}}$, este:

A $\arccos \sqrt{x}$ B $\arcsin \sqrt{x}$ C $\arccos \frac{1}{x}$ D $\arcsin \frac{1}{\sqrt{x}}$ E $\operatorname{arctg} \sqrt{x}$

434 Mulțimea primitivelor funcției $f:\left(\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{\cos^2 x}$, este:

A $x\operatorname{ctg} x+\ln\cos x+c$ B $-x\operatorname{ctg} x+\ln\cos x+c$ C $x\operatorname{tg} x+\ln\cos x+c$
D $-x\operatorname{tg} x-\ln(-\cos x)+c$ E $x\operatorname{tg} x+\ln(-\cos x)+c$

435 Mulțimea primitivelor funcției $f:\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\sin x}{1+\sin x}$, este:

A $x+\operatorname{tg}\frac{x}{2}+c$ B $\frac{1}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}}+c$ C $x+2\operatorname{tg}\frac{x}{2}+c$ D $\frac{2}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}}+c$ E $x+\frac{2}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}}+c$

436 O primitivă a funcției $f\colon(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x}{\sqrt{e^{2x}-1}}$ este:

A $\arcsin e^x$ B $\arccos e^x$ C $\operatorname{arctg} x$ D $\ln\left(e^x+\sqrt{e^{2x}-1}\right)$ E $2\sqrt{e^{2x}-1}$

437 Mulțimea primitivelor funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{e^x+1}}$ este:

A $\ln\frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1}+c$ B $\ln\frac{1}{\sqrt{e^x+1}+1}+c$ C $2\sqrt{e^x+1}+c$
D $-\ln\left(\sqrt{e^{-x}+1}+e^{-x/2}\right)+c$ E $\ln\left(\sqrt{e^x+1}-e^x\right)+c$

438 Mulțimea primitivelor funcției $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x(x^3+1)}$ este:

A $\ln x-\ln(x^3+1)+c$ B $\ln\frac{x^3}{x^3+1}+c$ C $\frac{1}{3}\ln\frac{x^3}{x^3+1}+c$
D $\ln x+\operatorname{arctg} x+c$ E $\ln x\ \ln(x+1)+c$

439 Mulțimea primitivelor funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x\left(x^2-2x+1\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$ este:

A $e^x\operatorname{arctg} x+c$ B $e^x\left(1+x^2\right)^{-1}+c$ C $\frac{xe^x}{x^2+1}+c$ D $\frac{x^2e^x}{x^2+1}+c$ E $\frac{(x+1)e^x}{x^2+1}+c$

440 Mulțimea primitivelor funcției $f:(-\infty,-1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ este:

A $\arccos\frac{1}{x}+c$ B $\arcsin\frac{1}{x}+c$ C $-\operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1}+c$ D $\ln\sqrt{x^2-1}+c$
E $\operatorname{arctg}\frac{1}{x}+c$

441 Mulțimea primitivelor funcției $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=\frac{e^x+\cos x}{e^x+\cos x+\sin x},$$

este:

A $\ln(e^x+\cos x+\sin x)+c$ B $x+\ln(e^x+\cos x+\sin x)+c$
C $\frac{x}{2}+\ln(e^x+\cos x+\sin x)+c$ D $\frac{1}{2}[x+\ln(e^x+\cos x+\sin x)]+c$
E $\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\ln(e^x+\cos x+\sin x)+c$

442

$$\int_{-2}^{0} \frac{x}{\sqrt{e^x+(x+2)^2}}\,\mathrm{d}x \quad \text{este:}$$

A -1 B -2 C $-e$ D $2-e$ E alt răspuns

443

$$\int_{0}^{1} \frac{x^2+1}{x^4+1}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{5\pi}{6\sqrt{2}}$ B $\frac{7\pi}{6\sqrt{2}}$ C $\frac{3\pi}{4\sqrt{2}}$ D $\frac{4\pi}{3\sqrt{2}}$ E $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$;

444

Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x\neq 0 \\ a, & x=0 \end{cases}$
are primitive dacă și numai dacă:

A $a=0$ B $a=1$ C $a=-1$ D $a>0$ E $a<0$

445

Fie $F\colon \mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$ astfel ca: $F'(x)=\frac{1}{x}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}^*$, $F(-1)=1$ și $F(1)=0$. Atunci $F(e)+F(-e)$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E nu există o astfel de funcție F

Fie F o primitivă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^{x^2}$.

446

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{xF(x)}{e^{x^2}}$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D ∞ E e

447

$\lim\limits_{x\to \infty}\frac{xF(x)}{e^{x^2}}$ este:

A ∞ B 1 C $\frac{1}{2}$ D 0 E e

448

Funcția $F\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, este continuă în 0 și derivabilă pe $\mathbb{R}^*$ astfel ca

$$F'(x)=\left(\sin\frac{1}{x}\right)^2, \quad x\in\mathbb{R}^*.$$

Derivata $F'(0)$ este:

A 0 B ∞ C 1 D nu există E alt răspuns

449

Integrala $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(x+3)\sqrt{x+3}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $-\frac{1}{16}-\ln\frac{15}{16}$ B $\ln 3-1$ C $\ln\frac{3}{4}-1$ D $-\frac{1}{4}+\operatorname{arctg}\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{4}$

450

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}\int_0^x \frac{\mathrm{d}y}{2+\cos y}$$

A 0 B nu există C $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E ∞

451

$$\int_{-5}^{5} (2x-1)\operatorname{sgn} x \ \mathrm{d}x$$

A 0 B -50 C 10 D 15 E 50

452

$$\int_0^2 \frac{2x^3-6x^2+9x-5}{(x^2-2x+5)^n}\,\mathrm{d}x$$

A 1 B -1 C 0 D $\frac{2}{n}$ E $\frac{n}{2}$

453

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{\pi}{4}+1$ B $\pi+\frac{1}{2}$ C $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$ D $\frac{\pi}{4}+\frac{3}{2}$ E $\pi+\frac{1}{4}$

454

$$\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{3-x}}\,\mathrm{d}x \text{ este:}$$

A $\frac{3}{2}$ B $\frac{2}{3}$ C $\frac{4}{3}$ D $\frac{3}{4}$ E $\frac{5}{3}$

455

$$\int_3^8 \frac{\mathrm{d}x}{x-1+\sqrt{x+1}}$$

A $\frac{2}{3}\ln\frac{25}{8}$ B $\ln 3$ C 5 D $\sqrt{11}$ E $3\operatorname{arctg}\sqrt{3}-2$

456

$$\int_{\sqrt{e}}^{e} \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x \text{ este:}$$

A $\frac{3}{8}$ B $\frac{3}{4}$ C $\frac{e}{2}$ D $\frac{2}{e}$ E $\frac{1}{8}$

457

Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$P(1)+\cdots+P(n)=n^5, \quad n=1,2,\ldots,$ atunci integrala $\int_0^1 P(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{4}$ D 1 E 0

458

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x}{\cos^3 x}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{2}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ D $\frac{\pi}{2} - 1$ E $\frac{\pi}{8} - 2$

459

Să se calculeze $\int_0^{2\pi} \sin(mx)\cos(nx)\,\mathrm{d}x$, unde m și n sunt două numere întregi.

A 0 B $m\pi$ C π D 1 E $(n+m)\pi$

460

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}}\,\mathrm{d}x$$

A $\operatorname{arctg}\, e$ B $\frac{\pi}{2}$ C $\operatorname{arctg}\, e - \frac{\pi}{4}$ D 0 E $\operatorname{arctg}\, e + \pi$

461

$$\int_{-1}^1 (1+2x^{2015})e^{-|x|}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{4014}{e}(e-1)$ B $\frac{4016}{e}(e-1)$ C ∞ D $\frac{2}{e}(e-1)$ E $2006 - \frac{2006}{e}$

462

$$\int_{-1}^2 \min\{1, x, x^2\}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{6}{5}$ B $\frac{5}{6}$ C $\frac{3}{4}$ D $\frac{4}{3}$ E 0

463

Integrala $\int_1^e \ln x\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

464

Integrala $\int_1^e \ln^2 x\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

465

Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^3 x\,\mathrm{d}x$.

A $\frac{1-\ln 2}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{2}\ln 2$ D $\ln 2$ E 1

466

Soluția ecuației $\int_0^x t\,e^t\,\mathrm{d}t = 1$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

467

$$\int_1^{2e} |\ln x - 1|\, \mathrm{d}x$$

A $2\ln 2$ B $2(e\ln 2 - 1)$ C $e\ln 2$ D 1 E $\ln 2 - 1$

468

$$\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x\, \mathrm{d}x$$

A π B $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ C $\frac{2\pi}{3}$ D $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ E $\frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3}$

469

$$\int_1^{e} \frac{1+\ln x}{x}\, \mathrm{d}x$$

A $\frac{3}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C 1 D $\frac{5}{2}$ E 2

470

Să se calculeze $\displaystyle\int_0^{a} \frac{(a-x)^{n-1}}{(a+x)^{n+1}}\, \mathrm{d}x$, unde $a > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$.

A $\frac{1}{2na}$ B $\frac{n}{2a}$ C $\frac{a}{2n}$ D $2an$ E $\frac{2a}{n}$

471

$$\int_{-1}^{1} \sin x \ln(2 + x^2)\, \mathrm{d}x$$

A 0 B $\ln 2$ C 1 D $\frac{\pi}{2}$ E $\ln 3$

472

$\int_0^1 x\ln(1+x)\, \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{2}\ln 2$ C $\ln 2$ D $\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{4}\ln 2$

473

$\displaystyle\lim_{a\to 1} \int_0^a x\ln(1-x)\, \mathrm{d}x, \quad a \in (0,1)$:

A 0 B $-\frac{1}{4}$ C $-\frac{1}{2}$ D $-\frac{3}{4}$ E -1

474

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{d}x}{2\cos x + 3}$ este:

A 0 B $\frac{2}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{5}}$ C $\operatorname{arctg} \sqrt{5}$ D $\operatorname{arctg} \frac{2}{\sqrt{5}}$ E $\frac{1}{\sqrt{5}}$

475

$\displaystyle\int_0^{4\pi} \frac{dx}{5+4\cos x}$ este:

A $\frac{4\pi}{3}$ B 0 C $\frac{4}{5}\pi$ D $\frac{5}{4}\pi$ E π

476

Integrala $\displaystyle\int_{\frac{1}{n+2}}^{\frac{1}{n}} \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor dx$, $n \in \mathbb{N}^*$ este:

A $\frac{2n+3}{(n+1)(n+2)}$ B 0 C $3n$ D $\frac{4n}{5n+1}$ E $6n$

477

Valoarea lui $I_n = \displaystyle\int_1^n \frac{dx}{x+[x]}$ este:

A $\ln \frac{2n-1}{2}$ B $\ln \frac{3\cdot 5\cdot \dots \cdot (2n-1)}{2\cdot 4\cdot \dots \cdot (2n-2)}$ C $\ln 2 - \ln(2n-1)$ D $\frac{1}{2}\ln x$ E $\frac{1}{2}\ln n$

478

Dacă $n \in \mathbb{N}^*$, atunci valoarea integralei $\int_0^{\frac{n\pi}{2}} e^{-x}\cos 4x\, dx$ este:

A $\frac{1}{17}(1-e^{-\frac{n\pi}{2}})$ B $n\pi$ C $\frac{n\pi}{4}$ D 0 E $e^{\frac{\pi}{2}}$

479

Valoarea expresiei $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x\, dx + \int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin\sqrt{x}\, dx$ este:

A $\frac{\pi}{8}$ B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{\pi}{5}$ D $\frac{\pi}{7}$ E $\frac{\pi}{2}$

480

Valoarea integralei $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-\sin 2x}{1+\sin 2x}\, dx$ este:

A $1-\frac{\pi}{4}$ B $\frac{\pi}{4}$ C 1 D 0 E $\frac{\pi}{2}$

481

$\lim\limits_{n\to\infty} \int_{\frac{1}{n}}^{n} \frac{1}{x^2+x+1}\, dx$ este:

A $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$ B 2π C $3\sqrt{3}$ D 0 E 3

482

Fie n un număr natural nenul. Să se calculeze $\displaystyle\int_0^1 \{nx\}^2\, dx$, unde $\{a\}$ reprezintă partea fracționară a numărului a.

A 1 B $\frac{1}{n}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{4}$

483 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\mathrm{tg}^{n+2}\, x + \mathrm{tg}^n\, x)\mathrm{d}x$, unde $n > 0$, este:

A $\frac{1}{n+1}$ B $\frac{1}{n}$ C $\pi/4$ D $n + \frac{\pi}{4}$ E 1

484 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\mathrm{tg}^9\, x + 5\,\mathrm{tg}^7\, x + 5\,\mathrm{tg}^5\, x + \mathrm{tg}^3\, x)\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{24}{25}$ B $\frac{\pi}{24}$ C $\frac{25}{24}$ D $\frac{\pi}{25}$ E 1

485 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x}\right) \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{4}$ B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{3}$ E 1

486 $\int_0^{2\pi} \cos^2(nx)\, \mathrm{d}x$, unde n este un număr natural nenul, este:

A 0 B π C $\frac{\pi}{2}$ D $\frac{\pi}{n}$ E $n\pi$

487 Dacă $a \in \mathbb{N}$ și $L(a) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [ne^{ax}]\, \mathrm{d}x$, atunci mulțimea soluțiilor inecuației $L(a) \leq e$ este:

A $\{0,1\}$ B $\{1,2\}$ C $\emptyset$ D $\{0\}$ E $\mathbb{N}^*$

488 Limita $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^{2n} \frac{k^2}{8} \arcsin \frac{k}{2n}$ este:

A 0 B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{\pi}{6} - \frac{2}{9}$ D $\frac{-\pi}{3}$ E 1

489 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x\, \mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B $\frac{\pi^2-4}{16}$ C $\frac{\pi^2}{4} - 1$ D $\frac{\pi}{2}$ E alt rezultat

Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definită prin $f(a)=\int_0^1 |x-a|\,\mathrm{d}x$.

490 Valoarea $f(2)$ este:

A $-\frac{5}{2}$ B 0 C $\frac{x^2}{2}-1$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

491 Valoarea $f'(2)$ este:

A 1 B 0 C x D $-\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

492 Valoarea minimă a funcției este:

A 0 B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{6}$ D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{4}$

493 $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\sin(2x)}{\sin^4 x+\cos^4 x}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{4}$ B 2 C 0 D π E 1

494 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x\,\mathrm{d}x$

A 1 B $\frac{1}{3}$ C 2 D $\frac{2}{3}$ E $\frac{4}{3}$

495 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x-\cos x|\,\mathrm{d}x$

A 1 B $2(\sqrt{2}-1)$ C $2\sqrt{2}$ D $2-\sqrt{2}$ E 3

496 $\displaystyle\int_0^{\pi} \arcsin(\sin x)\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B $8\pi^2$ C 1 D 2π E $\frac{\pi^2}{2}$

497 $\displaystyle\int_0^{\pi} \arcsin\left(\cos^3 x\right)\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B 0 C 1 D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{6}$

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=\dfrac{\sin^{2n}x}{\cos^{2n}x+\sin^{2n}x}$, unde $n\in\mathbb{N}^*$ este fixat.

498 Funcția f este o funcție periodică având perioada principală egală cu:

A 2π B $\frac{\pi}{2}$ C π D $\frac{\pi}{4}$ E alt răspuns

499 Funcția $f+c$, $c\in\mathbb{R}$, are o primitivă periodică dacă și numai dacă c are valoarea:

A π B $\frac{-1}{2}$ C $\frac{-\pi}{4}$ D $-\pi$ E 2π

500

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^{\pi/3}\frac{\sin^n x}{\sin^n x+\cos^n x}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{\pi}{12}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{\pi}{6}$ D 0 E ∞

501

$$\int_0^{2\pi}\frac{x\ \sin^{100}x}{\sin^{100}x+\cos^{100}x}\,\mathrm{d}x$$

A 0 B $\frac{\pi^2}{4}$ C $\frac{\pi^2}{2}$ D 2π E π^2

502

Se consideră funcțiile: $f_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\dfrac{1}{x(x^n+1)}$, $n\in\mathbb{N}^*$ și fie $F_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ primitiva funcției f_n al cărei grafic trece prin punctul $A(1,0)$. Soluția inecuației $|\lim\limits_{n\to\infty}F_n(x)|\le 1$ este:

A $(0,e]$ B $[\frac{1}{\sqrt{e}},e]$ C $[\frac{1}{e},e]$ D $[\frac{1}{e},\infty)$ E $\emptyset$

503

$$\lim_{x\to\infty}\int_0^x t^2e^{-t}\,\mathrm{d}t$$

A 0 B $\ln 3$ C 2 D 1 E ∞

504

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int_1^n\frac{x-1}{x+1}\,\mathrm{d}x$$

A 0 B 1 C 2 D e E ∞

505

Integrala $\displaystyle\int_0^1\frac{1}{\sin(a+x)\sin(b+x)}\,\mathrm{d}x,\qquad 0<a<b<2,$ este:

A $\ln\frac{\sin(a+1)\sin b}{\sin a\sin(b+1)}$ B $\frac{1}{\sin(b-a)}\ln\frac{\sin b}{\sin a}$ C $\frac{\ln(ab)}{\sin(b-a)}$ D $\frac{\sin(a+1)}{\sin(b+1)}$ E alt răspuns

Fie $I_n = \int\limits_0^1 x^{2004} \cos(n\,x)\,\mathrm{d}x, \quad n \in \mathbb{N}.$

506 Limita șirului (I_n) este:

A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

507 Limita șirului $(n\,I_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

Să se calculeze:

508 $\displaystyle\int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x}\,\mathrm{d}x;$

A $-\frac{3}{4e^2}$ B $\frac{3}{4e^2}$ C $\frac{1}{e}$ D $\frac{1}{e^2}$ E $-\frac{1}{2e^2}$

Fie $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1+x+x^2+x^3}\mathrm{d}x$ și $J = \displaystyle\int_0^1 \frac{1+x+x^2}{1+x+x^2+x^3}\mathrm{d}x$. Atunci

509 I este:

A $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$ B $\frac{\pi}{8} + \frac{\ln 2}{4}$ C $\frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$ D $\frac{\pi}{4} - \frac{\ln 2}{2}$ E $\frac{\pi}{4} + \ln 2$

510 J este:

A $\frac{\pi}{8} + \frac{3\ln 2}{4}$ B $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$ C $\frac{\pi}{2} + \frac{3\ln 2}{2}$ D $\frac{\pi}{2} - \frac{3\ln 2}{2}$ E $\frac{\pi}{4} - \ln 2$

511

$\displaystyle\lim_{n\to\infty} n^3 \int_n^{n+3} \frac{x^3}{x^6+1}\,\mathrm{d}x$

A 0 B ∞ C 1 D $\frac{1}{2}$ E 3

512

Se consideră șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $a_0 = -1$, $a_{n+1} = 2 + \displaystyle\int_{a_n}^1 e^{-x^2}\,\mathrm{d}x, \quad n = 0, 1, \ldots.$

Care dintre afirmațiile de mai jos este adevărată?

A $(a_{n+1} - a_n)(a_n - a_{n-1}) \leq 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ B $a_n \geq 2, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ C $a_n \leq 2, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$
D șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este crescător E șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este descrescător

513

Fie $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F(x) = \displaystyle\int\limits_0^{x^2} e^{t^3}\mathrm{d}t$. Atunci $F'(2)$ este:

A $4e^{64}$ B e^8 C $12e^8$ D $3e^2$ E $12e^6$

Fie $f_n : [0,+\infty) \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} t^n \cdot e^t \, \mathrm{d}t$, $n \in \mathbb{N}^*$.

514 $f_1(x)$ este:

A $e^{x^2}(x^2-1)+1$ B $e^{x^2}(x^2+1)+1$ C $e^{x^2}(x^2+1)-1$ D $e^{x^2}x^2+1$ E e^{x^2}

515 $f_n'(1)$ este:

A e B $2e$ C $2e-1$ D $e-1$ E $e+1$

516 $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(1)$ este:

A e B 1 C 0 D ∞ E e^2

517 $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{1}{t} \displaystyle\int_t^{2t} \dfrac{\ln(1+x)}{\sin x} \, \mathrm{d}x$

A ∞ B 0 C 1 D 2 E $\dfrac{\ln 2}{\sin 1}$

518 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} \displaystyle\int_0^1 [nx] \, \mathrm{d}x$

A 1 B ∞ C 0 D $\frac{1}{2}$ E 2

519 $\lim\limits_{n\to\infty} \displaystyle\int_n^{n+1} \dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^3+x+1}}$ este:

A $\ln\pi$ B 0 C 1 D $\ln 2$ E $\ln 3$

520 Aria domeniului mărginit de axa Ox, curba $y = \ln x$ și de tangenta la această curbă care trece prin origine este:

A e B $\frac{e}{2}-1$ C $\frac{e}{2}$ D $e-1$ E $2e$

521 Aria cuprinsă între axa Ox, dreptele $x=0$ și $x=\pi$ și graficul funcției $f : [0,\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x\sin x}{1+\cos^2 x}$ este egală cu:

A $\frac{\pi^2}{2}$ B $\frac{\pi^2}{6}$ C $\frac{\pi^2}{4}$ D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{2\sqrt{2}}$

Se consideră integrala $I = \displaystyle\int_0^{\pi} x\, f(\sin x)\ \mathrm{d}x$, unde f este o funcție continuă pe un interval ce conține $[0,1]$.

522 Are loc egalitatea:

A $I = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\ \mathrm{d}x$ B $I = \pi \int_0^{\pi} f(\sin x)\ \mathrm{d}x$ C $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\ \mathrm{d}x$
D $I = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\ \mathrm{d}x$ E $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\ \mathrm{d}x$

523 $I_1 = \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{x \sin x\, \mathrm{d}x}{1+\sin^2 x}$ este:

A $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln\left(3+2\sqrt{2}\right)$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3+2\sqrt{2}\right)$ C $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3-2\sqrt{2}\right)$ D $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln\left(3-2\sqrt{2}\right)$
E $\frac{\pi}{2} \ln\left(3+\sqrt{2}\right)$

524 Aria domeniului mărginit de graficul funcției $f : \left[0, \frac{3\pi}{4}\right] \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{\cos x}{1+\cos x},$$

axa Ox și dreptele $x = 0$ și $x = \frac{3\pi}{4}$, este:

A $\frac{\pi}{4}$ B $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}$ C 2π D $\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8} - 2$ E 0

Fie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ inversa funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^x$.

525 $g(1)$ este:

A -1 B 0 C 1 D ∞ E $\frac{1}{3}$

526 Limita $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{g(e^x)}$ este:

A 1 B $\frac{1}{2}$ C 2 D $\frac{3}{2}$ E 0

527 Integrala $\displaystyle\int_1^{1+e} g(t)\, \mathrm{d}t$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $e + \frac{1}{2}$ C $2e + \frac{3}{2}$ D $\frac{3}{2}$ E $e+1$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $\quad f(x) = x - \mathrm{e}^{-x}$ $\quad$ și fie g inversa lui f.

528 $f'(x)$ are expresia:

A $1 + \mathrm{e}^{x}$ B $1 + \mathrm{e}^{-x}$ C $x\mathrm{e}^{-x}$ D $1 - \mathrm{e}^{-x-1}$ E e^{-x-1}

529 $g'(-1)$ este:

A 0 B -1 C 2 D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{\mathrm{e}}$

530 $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{1}{2}$ B $\frac{3}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}$ C $\frac{1}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}$ D $\frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{3}{2}$ E $\frac{3}{2} + \frac{1}{\mathrm{e}}$

531 $\displaystyle\int_{-1}^{1-1/e} g(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A -1 B 0 C $\frac{3}{2} - \frac{2}{\mathrm{e}}$ D $\frac{3}{2} + \frac{1}{\mathrm{e}}$ E $\frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{1}{2}$

532 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C $\frac{3}{4}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{4}$

533 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int_0^1 \ln\left(1 + e^{nx}\right)\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B e C $\frac{1}{2}$ D $\ln 2$ E $\frac{1}{3}$

534 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_1^n \frac{\ln x}{n\ln n + x\ln x}\,\mathrm{d}x$ $\quad$ este:

A 0 B 1 C $\dfrac{1}{2}$ D ∞ E $\ln 2$

535 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Atunci, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n \int_0^\pi \left\{-x\right\}^n \mathrm{d}x$ $\quad$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

536 $\displaystyle\lim_{t\to 0} \int_{2^t}^{3^t} \frac{x}{\ln x}\,\mathrm{d}x$ $\quad$ este:

A 0 B nu există C $\ln \frac{\ln 3}{\ln 2}$ D $\ln \frac{3}{2}$ E $\frac{\ln 3}{\ln 2}$

537

$\lim\limits_{n\to\infty} n \int\limits_{-1}^{0} (x+e^x)^n \, \mathrm{d}x$ este:

A e B 0 C ∞ D $1+e$ E $1/2$

538

$$\int\limits_{1}^{3} \frac{\ln x}{x^2+3} \, \mathrm{d}x$$

A $\frac{\pi \ln 3}{3\sqrt{3}}$ B $\frac{\pi \ln 3}{12\sqrt{3}}$ C $\frac{\pi \ln 6}{6\sqrt{3}}$ D $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ E alt răspuns

539

$$\int\limits_{0}^{2} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+2x+2} \, \mathrm{d}x$$

A π B 2π C $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ D 0 E 1

540

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^n \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+x+1} \, \mathrm{d}x$$

A $\dfrac{\pi^2}{6\sqrt{2}}$ B $\dfrac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$ C $\dfrac{\pi^2}{6}$ D 0 E ∞

Următoarele enunțuri teoretice pot fi utile pentru rezolvarea unor probleme din culegere.

541

Fie $x_n > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$, astfel ca

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^n < 1.$$

Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$.

542

Fie $f : [0, b-a] \to (0,\infty)$ o funcție continuă și $a < b$. Atunci

$$\int_a^b \frac{f(x-a)}{f(x-a)+f(b-x)}\,\mathrm{d}x = \frac{b-a}{2}.$$

543

Fie $f : (-1, 1] \to \mathbb{R}$ o funcție continuă. Atunci,

$$\lim_{n\to\infty} n\int_a^1 x^n f(x)\,\mathrm{d}x = f(1), \qquad -1 < a < 1.$$

544

Fie $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ continuă. Atunci,

$$\lim_{n\to\infty} n\int_0^1 x^n\, f(x^n)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t.$$

545

Dacă $f\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}$ este continuă și are perioada $T > 0$, atunci

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^1 f(nx)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{T}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x.$$

546

Fie a, $b > 0$. Dacă $f\colon [-b, b] \to \mathbb{R}$ este o funcție continuă pară, atunci

$$\int_{-b}^b \frac{f(x)}{a^x+1}\,\mathrm{d}x = \int_0^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

547

Fie $a, b \in \mathbb{R}$. Dacă $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este o funcție integrabilă cu perioada $T > 0$, atunci integrala

$$\int_a^{a+T} f(x+b)\,\mathrm{d}x,$$

nu depinde de a și b.

***

3

Geometrie analitică

548

Fie punctele $A(\lambda, 1)$, $B(2, 3)$, $C(3, -1)$. Să se determine λ astfel încât punctul A să se afle pe dreapta determinată de punctele B și C.

A 2 B 3 C $\frac{5}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{2}{3}$

549

Dreptele $4x - y + 2 = 0$, $x - 4y - 8 = 0$, $x + 4y - 8 = 0$ determină un triunghi. Centrul cercului înscris în triunghi este

A $\left(\frac{6}{5}, 0\right)$ B $\left(\frac{6}{5}, 1\right)$ C $\left(\frac{5}{6}, 0\right)$ D $\left(\frac{5}{6}, 1\right)$ E $\left(\frac{6}{5}, \frac{5}{6}\right)$

550

Triunghiul ABC are latura $[AB]$ pe dreapta $4x + y - 8 = 0$, latura $[AC]$ pe dreapta $4x + 5y - 24 = 0$, iar vârfurile B și C pe axa Ox. Ecuația medianei corespunzătoare vârfului A este:

A $2x + 3y = 0$ B $3x + 2y = 0$ C $5x + y = 9$ D $4x + 3y - 16 = 0$
E $x + 4y - 17 = 0$

551

Se dau punctele $A(2, 1)$ și $B(0, -1)$. Ecuația simetricei dreptei AB față de dreapta OA este:

A $x + 2y - 1 = 0$ B $3x - 7y + 1 = 0$ C $2x + y + 5 = 0$ D $x + y + 1 = 0$
E $x - 7y + 5 = 0$

552

Fie triunghiul ABC, unde $B(-4, -5)$. Ecuația înălțimii duse din A este $5x + 3y - 4 = 0$. Ecuația dreptei BC este:

A $5y - 3x + 13 = 0$ B $3x - 5y + 37 = 0$ C $y = -5$ D $x + y - 2 = 0$ E $y - 2x = 3$

553

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(-3,-4)$ și $C(3,-4)$. Coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC sunt:

A $(1,1)$ B $(-1,0)$ C $(0,0)$ D $(0,1)$ E $(0,-1)$

554

Fie C simetricul punctului $A(-1,-3)$ față de punctul $B(2,1)$. Care sunt coordonatele punctului C?

A $(5,5)$ B $(4,5)$ C $(6,5)$ D $(5,6)$ E $(4,6)$

555

Fie punctele $A(0,2)$ și $B(3,3)$. Notăm cu P proiecția punctului $O(0,0)$ pe dreapta AB. Care sunt coordonatele punctului P? Care este aria triunghiului OAB?

A $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ B $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);6$ C $\left(\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ D $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);3$ E $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);6$

556

Fie $A(0,-1)$, $d_1 : x-y+1=0$ și $d_2 : 2x-y=0$. Coordonatele punctelor $B \in d_1$ și $C \in d_2$ pentru care dreptele d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC sunt:

A $(0,1)$, $(3,6)$ B $(0,1)$, $(0,1)$ C $(-1,0)$, $(1,1)$ D $(0,0)$, $(-1,1)$
E $(-1,-1)$, $(1,1)$

557

Fie dreptele

$$\begin{aligned} (AB):\ & x+2y-1 &= 0 \\ (BC):\ & 2x-y+1 &= 0 \\ (AC):\ & 2x+y-1 &= 0 \end{aligned}$$

care determină triunghiul ABC. Bisectoarea unghiului B are ecuația:

A $x-3y+2=0$ B $x+y-1=0$ C $3x-y+2=0$ D $x-y+1=0$
E $x-y+5=0$

558

Pentru ce valori ale parametrului α ecuațiile $3\alpha x-8y+13=0$, $(\alpha+1)x-2\alpha y-5=0$ reprezintă două drepte paralele:

A $\alpha_1=-2,\ \alpha_2=\frac{1}{3}$ B $\alpha_1=-2,\ \alpha_2=-\frac{1}{3}$ C $\alpha_1=2,\ \alpha_2=\frac{2}{3}$
D $\alpha_1=2,\ \alpha_2=-\frac{2}{3}$ E $\alpha_1=\frac{1}{2},\ \alpha_2=3$

559

Se consideră în plan punctele $A(0,0)$, $B(2,0)$ și dreapta de ecuație $d: x-2y+10=0$. Valoarea minimă a sumei $S(M)=MA+MB$, când punctul M parcurge dreapta d este:

A 2 B 10 C $\sqrt{101}$ D $\sqrt{98}$ E $7\sqrt{2}$

560

Dreapta care trece prin $C(1,2)$, neparalelă cu AB față de care punctele $A(-1,1)$ și $B(5,-3)$ sunt egal depărtate, are ecuația:

A $3x+y-5=0$ B $2x+y-4=0$ C $3x+2y-6=0$ D $2x+3y-4=0$
E $2x+3y-6=0$

561 Fie punctele $A(1, 1)$, $B(2, -3)$, $C(6, 0)$. Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

A $(4, 4)$ B $(5, 4)$ C $(3, 5)$ D $(3, 3)$ E $(4, 5)$

562 Raza cercului care trece prin punctele $A(-4, 0)$, $B(4, 4)$, $O(0, 0)$ este:

A 6 B 7 C 8 D $2\sqrt{10}$ E $3\sqrt{5}$

563 Laturile AB, BC, CA ale triunghiului ABC au respectiv ecuațiile:

$$x + 21y - 22 = 0, \quad 5x - 12y + 7 = 0, \quad 4x - 33y + 146 = 0.$$

Distanța de la centrul de greutate al triunghiului ABC la latura BC este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

Se dau punctele $A(0, 1), B(-1, 0), C(6, 2)$, și $D(1, 1)$.

564 Simetricul punctului C față de dreapta AB este:

A $C'(-6, 2)$ B $C'(6, -2)$ C $C'(-6, -2)$ D $C'(1, 7)$ E $C'(1, 4)$

565 Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM + MC$ este minimă sunt:

A $(1, -3)$ B $(1, 2)$ C $(-1, 2)$ D $(1, 3)$ E $(2, 3)$

566 Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM^2 + MC^2$ este minimă sunt:

A $(3, 4)$ B $(\frac{7}{4}, \frac{15}{4})$ C $(2, 3)$ D $(\frac{7}{3}, 3)$ E $(3, 5)$

Se consideră în planul xOy punctele $S(0, 12), T(16, 0)$ și $Q(x, y)$ un punct variabil situat pe segmentul $[ST]$. Punctele P și R aparțin axelor de coordonate astfel încât patrulaterul $OPQR$ să fie dreptunghi.

567 Ecuația dreptei ST este:

A $3x + 4y - 48 = 0$ B $-3x - 4y + 12 = 0$ C $3y - 4x - 36 = 0$ D $3x - y + 12 = 0$ E $y - 4x + 64 = 0$

568 Aria dreptunghiului $OPQR$ este:

A $-3x^2 + 12x$ B $12x - \frac{3}{4}x^2$ C $3x^2 + 12x$ D $-4x^2 + 12x$ E $48x - \frac{3}{4}x^2$

569 Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $OPQR$ este:

A 32 B 48 C 64 D 96 E 84

Punctul $A(-4,1)$ este un vârf al pătratului $ABCD$ parcurs în sens trigonometric, căruia îi cunoaștem o diagonală de ecuație $3x - y - 2 = 0$.

570 Aria pătratului $ABCD$ este:

A 45 B 15 C 90 D 30 E $\frac{45}{2}$

571 Punctul C are coordonatele:

A $(4,-1)$ B $(5,-2)$ C $(6,1)$ D $(\frac{9}{2},-\frac{7}{2})$ E $(\frac{11}{2},-\frac{1}{2})$

Fie în planul xOy punctele $A(4,0)$, $B(5,1)$, $C(1,5)$, $D(0,4)$.

572 Patrulaterul $ABCD$ este:

A patrulater oarecare B trapez isoscel C romb D dreptunghi E trapez dreptunghic

573 Aria patrulaterului este

A 4 B 8 C 1 D 16 E 2

574 Simetricul punctului A față de dreapta BC este punctul de coordonate

A $(1,5)$ B $(5,1)$ C $(5,2)$ D $(6,2)$ E $(6,4)$

575 În sistemul cartezian xOy, o dreaptă variabilă d care conține punctul $A(0,5)$ intersectează dreptele $x - 2 = 0$ și $x - 3 = 0$ în punctele B, respectiv C. Să se determine panta m a dreptei d astfel încât segmentul BC să aibă lungime minimă.

A $m = 0$ B $m = -1$ C $m \in \mathbb{R}$ D $m = 2$ E nu există

576 Fie dreapta $\mathcal{D} : x + y = 0$ și punctele $A(4,0)$, $B(0,3)$. Valoarea minimă a sumei $MA^2 + MB^2$, pentru $M \in \mathcal{D}$ este:

A $\frac{99}{4}$ B 25 C $\frac{101}{4}$ D 26 E $\frac{105}{4}$

Se consideră expresia $E(x,y) = x^2 + y^2 - 6x - 10y$.

577 Distanța de la punctul (x,y) la punctul $(3,5)$ este:

A $\sqrt{E(x,y)+34}$ B $\sqrt{E(x,y)-34}$ C $\sqrt{E(x,y)}$ D $\sqrt{E(x,y)+1}$
E alt răspuns

578 Valoarea minimă a lui $E(x,y)$, pentru $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, este:

A 0 B -34 C 34 D -1 E 1

579 Se consideră mulțimea $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2y \leq 0\}$. Valoarea maximă a lui $E(x,y)$, pentru $(x,y) \in D$, este:

A 8 B 0 C 4 D 6 E 2

Fie ABC un triunghi. Notăm cu G centrul său de greutate, cu O centrul cercului circumscris, cu H ortocentrul, cu I centrul cercului înscris și $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$.

580 Punctul M din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{\mathbf{0}}$ este:

A G B H C I D O E A

581 Punctul N din planul triunghiului ABC pentru care $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{\mathbf{0}}$ este:

A G B H C I D O E A

582 Punctul R din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{RC} = \overrightarrow{RH}$ este:

A G B H C I D O E A

***

4

Trigonometrie

583 Funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \sin(4x) + \cos\left(\sqrt{2}x\right)$, are perioada:

A 2 B 2π C $\sqrt{2}\pi$ D $\sqrt{2}$ E nu este periodică

584 Valoarea lui $\arcsin(\sin 3)$ este:

A 3 B -3 C 0 D $\pi - 3$ E $-\cos 3$

585 Valoarea lui $\sin 15°$ este:

A $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$ C $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{4}$ D $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ E $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{4}$

Fie numerele complexe $z_k = \cos\dfrac{2k\pi}{5} + i\sin\dfrac{2k\pi}{5}$, $k = 1, 2, 3, 4$.

586 Ecuația polinomială ale cărei rădăcini sunt numerele z_k $(k = 1, 2, 3, 4)$ este:

A $x^4 + 1 = 0$ B $x^5 - 1 = 0$ C $x^5 + 1 = 0$ D $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ E $x^4 + x^2 + 1 = 0$

587 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5} + \cos\frac{6\pi}{5} + \cos\frac{8\pi}{5}$ este:

A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 1 E 2

588 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5}$ este:

A $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ B $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ D $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ E 1

589

$\cos x \cos \dfrac{5\pi}{4} - \sin x \sin \dfrac{5\pi}{4} = 1$ dacă și numai dacă:

A $x \in \left\{2k\pi - \frac{\pi}{4} \middle| \ k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $x \in \left\{k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \middle| \ k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $x \in \left\{k\pi - \frac{5\pi}{4} \middle| \ k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $x \in \left\{2k\pi - \frac{5\pi}{4} \middle| \ k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $x \in \left\{2k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \middle| \ k \in \mathbb{Z}\right\}$

Se consideră funcția $f(x) = \cos^{2n} x + \sin^{2n} x, \ \ n \in \mathbb{N}, \ \ n \geq 2, \ \ x \in \mathbb{R}$.

590 Mulțimea soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

A $\{2k\pi\}_{k\in\mathbb{Z}}$ B $\left\{2k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ C $\left\{k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ D $\left\{k\frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ E $\emptyset$

591 Mulțimea valorilor funcției f este

A $[0, 1]$ B $[-1, 1]$ C $[0, \frac{1}{n}]$ D $[\frac{1}{2^{n-1}}, 1]$ E Alt răspuns

Se consideră ecuația: $(\sin x + \cos x)^n - a \ \sin x \cos x + 1 = 0, \quad n \in \mathbb{N}, \quad a \in \mathbb{R}$.

592 Pentru $n = 2$ ecuația are soluție dacă și numai dacă

A $a \in [2, 6]$ B $a \in (-\infty, -2] \cup [6, \infty)$ C $a \in (-2, 6)$ D $a \in (-1, 1]$ E alt răspuns

593 Pentru $n = 1$ și $a = 3$ mulțimea soluțiilor ecuației este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\emptyset$ C $\{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{2k\pi - \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$
D $\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ E $\{2k\pi + \frac{\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$

594

Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \frac{7}{25}$, atunci $\sin x$ este:

A $-\frac{24}{25}$ B $-\frac{7}{8}$ C $-\frac{23}{25}$ D $\frac{7}{8}$ E $\frac{24}{25}$

595

$\text{tg}\dfrac{\pi}{12}$ are valoarea:

A $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ B $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ C $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E alt răspuns

Fie x_1 și x_2 rădăcinile ecuației $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$.

596 $\text{arctg } x_1 + \text{arctg } x_2$ este:

A $\frac{\pi}{2}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{3\pi}{8}$ D $\frac{3\pi}{4}$ E $\frac{\pi}{4}$

597 $\text{arctg } x_1 \cdot \text{arctg } x_2$ este:

A $\frac{\pi^2}{8}$ B $\frac{3\pi^2}{16}$ C $\frac{3\pi^2}{64}$ D $\frac{3\pi^2}{32}$ E $\frac{\pi^2}{16}$

598

Fie $x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$ cu proprietatea că $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$. Atunci perechea $(\sin x, \cos x)$ este:

A $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ B $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ C $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{-2}{\sqrt{5}}\right)$ D $\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{-1}{\sqrt{5}}\right)$ E $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

599

Pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ expresia $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$ este egală cu:

A $2\sin^2(a+b)$ B $2\cos^2(a+b)$ C $4\sin^2 \frac{a-b}{2}$ D $4\cos^2 \frac{a-b}{2}$ E 2

600

Oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, suma $\sin^6 x + \cos^6 x$ este egală cu:

A $3 - \sin^2 x \cos^2 x$ B $1 - 3\sin^2 2x$ C 1 D $\frac{2}{3}$ E $1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$

601

Dacă $E = \cos^2(a+b) + \cos^2(a-b) - \cos 2a \cdot \cos 2b$ atunci, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ are loc egalitatea:

A $2E = 1$ B $E = 1$ C $2E + 1 = 0$ D $E = 0$ E $E = -1$

602

Dacă numerele reale α și β satisfac egalitatea

$$(\cos\alpha + \cos\beta)^2 + (\sin\alpha + \sin\beta)^2 = 2\cos^2\frac{\alpha-\beta}{2},$$

atunci:

A $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$ B $\alpha - \beta \in \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}.\}$ C $\alpha - \beta \in \{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}.\}$
D $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{2} + 4k\pi | k \in \mathbb{Z}.\right\}$ E $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{6} + 10k\pi | k \in \mathbb{Z}.\right\}$

603

Numărul $\operatorname{arctg}\frac{1}{3} + \operatorname{arctg}\frac{1}{5} + \operatorname{arctg}\frac{1}{7} + \operatorname{arctg}\frac{1}{8}$ este egal cu:

A $\frac{\pi}{12}$ B $\frac{\pi}{6}$ C $\frac{\pi}{4}$ D $\frac{5\pi}{12}$ E $\frac{\pi}{2}$

604

Inversa funcției $f : \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \to [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$, este funcția $f^{-1} : [-1, 1] \to \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ definită prin:

A $f^{-1}(x) = \pi + \arcsin x$ B $f^{-1}(x) = \pi - \arcsin x$ C $f^{-1}(x) = \arcsin x$
D $f^{-1}(x) = 2\pi - \arcsin x$ E $f^{-1}(x) = -\pi + \arcsin x$

605

Egalitatea $\arcsin(\sin x) = x$ are loc pentru:

A orice $x \in \mathbb{R}$ B orice $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sin x \in (-1, 1)$
C orice $x \in [0, 2\pi)$ D $\emptyset$ E orice $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

606 Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care expresia

$$E(x) = \sqrt{\cos^4 x + m\sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + m\cos^2 x}$$

este constantă pe $\mathbb{R}$ este:

A $\{0\}$ B $\{0, 4\}$ C $\{1, 4\}$ D $\{-1, 0\}$ E $\emptyset$

607 Valorile minimă m și maximă M ale expresiei $E(x) = \cos^2 x - 4\sin x$, unde $x \in \mathbb{R}$, sunt:

A $m = -1,\ M = 1$ B $m = -5,\ M = 5$ C $m = -4,\ M = 3$
D $m = -4,\ M = 4$ E $m = -3,\ M = 3$

608 Mulțimea soluțiilor ecuației $2\cos^2 x - 11\cos x + 5 = 0$ este:

A $\emptyset$ B $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

609 Ecuația $4\sin^2 x - 4\sin x + 1 = 0$ are următoarea mulțime de soluții:

A $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{(-1)^{k+1}\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{(-1)^{k+1}\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

610 Dacă $x \in \mathbb{R}$ și $\sin(\pi\cos x) = \cos(\pi\sin x)$, atunci $\cos 4x$ este:

A $-\frac{1}{8}$ B $\frac{1}{8}$ C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E 0

Fie S_n, $n \in \mathbb{N}^*$, mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x \sin 2x \dots \sin nx = 1$.

611 S_1 este:

A $\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{(-1)^k\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\}$ E $\emptyset$

612 S_{100} este:

A $\{\frac{\pi}{101} + k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{\frac{\pi}{101} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$ C $\emptyset$ D $\bigsqcup\limits_{n=1}^{100}\{\frac{\pi}{5n} + \frac{k\pi}{n+1} / k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{\frac{\pi}{6} + k\,\pi / k \in \mathbb{Z}\}$

613 Mulțimea soluțiilor ecuației $\cos 2x = \cos x$ este:

A $\left\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{\pi + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

614 Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x = \cos 3x$ este:

A $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}|k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{8},\frac{3\pi}{4}\right\}$ D $\left\{-\frac{4k\pm1}{8}\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}|k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$

615 Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin 5x = \sin x$ este:

A $\left\{\frac{k\pi}{5-(-1)^k}|k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{k\pi}{5}|k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{k\pi}{10}|k\in\mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{(-1)^k\arcsin\frac{1}{5}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{3}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$

616 Ecuația $2\operatorname{tg}x+\operatorname{ctg}x=3$ are următoarele soluții în intervalul $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$:

A $\frac{\pi}{4}$ și $\frac{\pi}{6}$ B $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg}(-5)$ C $\frac{\pi}{12}$ D $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg}\frac{1}{2}$ E $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg}2$

617 Dacă $\sqrt{3}\sin x+\cos x-2=0$, atunci:

A $x=(-1)^k\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6},\ k\in\mathbb{Z};$ B $x=\frac{\pi}{6}+(-1)^k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z};$
C $x=(-1)^k\frac{\pi}{2}+k\pi-\frac{\pi}{6},\ k\in\mathbb{Z};$ D $x=k\pi-\frac{\pi}{6},\ k\in\mathbb{Z};$ E $x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

618 Ecuația $\sin x+p\cos x=2p,\ p\in\mathbb{R}$, are soluții pentru:

A $|p|>5$ B $p\in\left[-\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}}\right]$ C $|p|>\frac{2}{3}$ D $|p|=3$ E $3p^2>1$

619 Soluțiile ecuației $-2\sin^2x+\cos^2x+4\sin x\cos x-2=0$ sunt:

A $\operatorname{arctg}\frac{1}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$ B $\operatorname{arctg}\frac{1}{3}+2k\pi,k\in\mathbb{Z}$ C $\operatorname{arctg}\frac{1}{6}+2k\pi,k\in\mathbb{Z}$ D $\operatorname{arctg}\frac{1}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$ E $\operatorname{arctg}1+2k\pi,k\in\mathbb{Z}$

620 Valoarea lui $\cos x$ care verifică ecuația $2\sin^2 2x-2\sin x\sin 3x=4\cos x+\cos 2x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E 0

621 Următoarea mulțime reprezintă soluția ecuației $\sin^2x+\operatorname{tg}^2x=\frac{3}{2}$:

A $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{4}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{(-1)^{k+1}\frac{\pi}{3}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right\}$
C $\left\{\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{6}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{\pm\frac{\pi}{4}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$

622 Mulțimea tuturor valorilor $x\in\mathbb{R}$ care verifică egalitatea

$$3(\cos^4x+\sin^4x)-2(\sin^6x+\cos^6x)=1$$

este:

A $\emptyset$ B $\mathbb{R}$ C $\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$ E $\{2k\pi|k\in\mathbb{N}\}$

623

Mulțimea soluțiilor ecuației

$$\left(\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}-\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}\right)\left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}-\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}\right)=-4$$

este:

A $\{k\pi | k\in\mathbb{Z}\}$ B $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}(\pi+2k\pi,2\pi+2k\pi)$ C $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left((2k-1)\frac{\pi}{2},k\pi\right)$
D $\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ E $\{2k\pi | k\in\mathbb{Z}\}$

624

Fie $x\in\mathbb{R}$. Valoarea expresiei

$$\left(\sin x-2\sqrt[3]{\sin x\cos^2 x}\right)^2+\left(\cos x-2\sqrt[3]{\sin^2 x\cos x}\right)^2$$

este:

A 1 B 2 C $\sin x+\cos x$ D $\sin^3 x+\cos^3 x$ E $\sqrt[3]{\sin x}+\sqrt[3]{\cos x}$

625

Ecuația $\cos^4 x-\sin^4 x=1+\sin 2x$ are următoarea mulțime de soluții:

A $\emptyset$ B $\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{3\pi}{4}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\{k\pi | k\in\mathbb{Z}\}\cup\left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$
E $\{2k\pi | k\in\mathbb{Z}\}$

626

Egalitatea $\max(\sin x,\cos x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ este adevărată dacă și numai dacă:

A $x\in\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $x\in\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $x\in\left\{-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right\}$
D $x\in\left\{\frac{11\pi}{6}+2k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$
E $x\in\left\{\pm\frac{\pi}{6}+2k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{2\pi}{3}+2k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$

627

Mulțimea soluțiilor ecuației $4\sin x\cos^3 x-4\sin^3 x\cos x=1$ este:

A $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{2}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{8} | k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2} | k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{-\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{8}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4} | k\in\mathbb{Z}\right\}$

628

Soluția ecuației $2\arcsin x=\arccos 2x$ este:

A $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{6}$ D $\sqrt{2}-1$ E $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

629

Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația
$(\sin x-m)^2+(2m\sin x-1)^2=0$ are soluții este:

A $[-1,1]$ B $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ C $\{-1,0,1\}$ D $\left[-\frac{1}{2},0\right)\cup\left(0,\frac{1}{2}\right]$ E $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

630

Dacă S este mulțimea soluțiilor ecuației $(1-\cos x)^4+2\sin^2 x^2=0$, atunci:

A $S=\emptyset$ B $S\cap\mathbb{Q}=\emptyset$ C $S=\{\pi\}$ D $S=\{0\}$ E $S=\{0,2\pi\}$

631 Ecuația $\sin x + \cos 2x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

A $m \in \left[0, \frac{9}{8}\right]$ B $m = 1$ C $m = -3$ D $m < -2$ E $m \in \left[-2, \frac{9}{8}\right]$

632 Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația $\cos^2 x + (m+1)\sin x = 2m - 1$ are soluții este:

A $[1, 2]$ B $\emptyset$ C $\{0\}$ D $[0, 2]$ E $[3, \infty)$

633 Ecuația $\sin^6 x + \cos^6 x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

A $m \leq 2$ B $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$ C $m = 1$ D $0 \leq m \leq 2$ E $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$

634 Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x + \sin 2x = 2$ este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\left\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{\arcsin \frac{1}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\emptyset$

Se consideră funcția $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R},\ \ f(x) = 3\cos^2 x - 4\sin x$.

635 Soluția ecuației $f(x) = \dfrac{1}{4}$ este:

A $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right\}$ D $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ E $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

636 Valoarea maximă a funcției f este:

A -1 B $\frac{13}{3}$ C 3 D $\frac{11}{3}$ E $\frac{14}{3}$

637 Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are soluție este:

A $[-4, \frac{13}{3}]$ B $[-3, \frac{11}{3}]$ C $[-4, \frac{14}{3}]$ D $[-3, \frac{13}{3}]$ E $[-4, \frac{11}{3}]$

638 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 5$ este:

A 2 B 1 C 0 D 3 E 4

639 Să se arate că dacă $a = 41,\ b = 28$ și $c = 15$, atunci triunghiul ABC este:

A dreptunghic B ascuțitunghic C obtuzunghic D isoscel E echilateral

640 Să se determine unghiurile A și C ale triunghiului ABC dacă $a = \sqrt{2}$, $b = 2$, $B = \frac{\pi}{4}$.

A $A = \frac{\pi}{4},\ C = \frac{\pi}{2}$ B $A = \frac{\pi}{6},\ C = \frac{7\pi}{12}$ C $A = \frac{\pi}{3},\ C = \frac{5\pi}{12}$
D $A = \frac{7\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{6}$ E $A = \frac{5\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{3}$

641

În triunghiul ABC avem $BC = 4$, $m(\widehat{A}) = 60°$, $m(\widehat{B}) = 45°$. Atunci AC are lungimea:

A $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ C $\sqrt{6}$ D $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ E $\frac{5\sqrt{6}}{3}$

Fie $z = \left(1 + \dfrac{2i}{1-i}\right)^{2005}$.

642 Valoarea lui z este:

A 1 B $2i$ C $-i$ D i E $-2i+1$

643 Modulul lui $z+i$ este:

A $\sqrt{2}$ B 2 C 1 D $\sqrt{3}$ E $\sqrt{5}$

644 Valoarea expresiei $\overline{2z+\bar{z}}$ este

A $-i$ B $-2i$ C $2i+3$ D 3 E i

Fie $x = \frac{1}{4}(\sqrt{3}+i)$. Atunci:

645 x^{2004} este

A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2005}}$ B $-\frac{1}{2^{2004}}$ C 0 D $\frac{1}{2^{2004}}$ E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2005}}$

646 x^{2008} este

A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2009}}$ B $-\frac{1}{2^{2008}}$ C 0 D $\frac{1}{2^{2008}}$ E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2009}}$

647

Dacă $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ și $S = \{z \in \mathbb{C} \mid (z+i)^n = (z-i)^n\}$, atunci:

A S are n elemente, $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;
B $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{tg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n;\ k \in \mathbb{N};\ k \neq \frac{n}{2}\}$
C $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
D $S = \{\operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
E $S \cap \mathbb{R}$ are cel mult două elemente, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$

648

Fie triunghiul ABC pentru care $\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{a}{b+c}$. Atunci triunghiul este:

A echilateral B dreptunghic cu $A = \frac{\pi}{2}$ C dreptunghic cu $B = \frac{\pi}{2}$ sau $C = \frac{\pi}{2}$
D ascuțitunghic E obtuzunghic

649 Fie $z = \dfrac{(\sqrt{3}+i)^n}{(\sqrt{3}-i)^m}$, $m, n \in \mathbb{N}$. Să se determine relația dintre m și n astfel încât z să fie real.

A $n - m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$ B $n + m = 3k,\ k \in \mathbb{N}$ C $n - m = 3k,\ k \in \mathbb{Z}$ D $n - m = 0$ E $n + m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$

650 Numărul $E = (\cos\alpha - i\sin\alpha)(\cos 5\alpha + i\sin 5\alpha)$ este real pentru

A $\alpha = \frac{k\pi}{4},\ k \in \mathbb{Z}$; B $\alpha = \frac{k\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$; C $\alpha = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$; D $\alpha = \frac{k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$; E $\alpha = \frac{2k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$

Fie numărul complex $u = 2 + 2i$.

651 Forma trigonometrică a numărului complex u este:

A $u = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$ B $u = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$ C $u = 2\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} - i\sin\frac{3\pi}{4})$ D $u = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$ E $u = 2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4})$

652 u^{100} este:

A 2^{100} B $2^{100}i$ C $-2^{150}i$ D -2^{150} E -2^{200}

653 Fie mulțimea $A = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| \le |z-i| \text{ și } |z-u| \le 1\}$. Modulul lui $z \in A$ pentru care argumentul lui z este minim este:

A 3 B $\sqrt{8}$ C $\sqrt{7}$ D 1 E $\sqrt{6}$

Se consideră numerele complexe
$z_1 = \sin a - \cos a + i(\sin a + \cos a)$, $z_2 = \sin a + \cos a + i(\sin a - \cos a)$.

654 Mulțimea valorilor lui a pentru care numărul complex $w = z_1^n + z_2^n$ are modulul maxim este:

A $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{\frac{k\pi}{n} + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{\frac{2k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\{\frac{k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ E alt răspuns

655 Mulțimea valorilor lui a pentru care $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$ este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\emptyset$ E $\{2k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$

656 Valorile lui n pentru care $z_1^n z_2^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, este real și pozitiv sunt:

A $n = 5$ B $n = 4k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 8k+1,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 0$ E $n = 8k+2,\ k \in \mathbb{Z}$

Pentru n și k numere naturale nenule cu n fixat, notăm $a_k = \cos\dfrac{2k\pi}{n} - 2 + i\sin\dfrac{2k\pi}{n}$.

657 Valoarea $\overline{a_n}$ este:

A 1 B i C -1 D 0 E $-i$

658 Valoarea sumei $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, $n > 1$, este:

A $-2n$ B $2n$ C $1 - 2^n$ D $ni - 2n$ E $i + 2n$

659 Valoarea produsului $a_1 a_2 \ldots a_n$ este:

A $2^n - 1$ B $(-1)^{n-1}(2^{n+1} - 1)$ C $(2n-1)(-1)^n$ D $(-1)^n(2^n - 1)$ E 0

660 Să se calculeze expresia $E = (\sqrt{3} - i)^8(-1 + i\sqrt{3})^{11}$:

A $E = 2^{11}$; B $E = 2^{19}$; C $E = 2^{15}$; D $E = 2^5$; E 2^7

661 Dacă $z + \frac{1}{z} = 2\cos\alpha$, atunci expresia $E = z^n + z^{-n}$ are, pentru orice $n \in \mathbb{Z}$ și pentru orice $\alpha \in \mathbb{R}$, valoarea:

A $zi\sin n\alpha$ B $\cos n\alpha + i\sin n\alpha$ C $\operatorname{tg} n\alpha$ D $2\cos n\alpha$ E $\sin n\alpha + \operatorname{tg} n\alpha$

662 Câte rădăcini complexe are ecuația $z^3 = \overline{z}$?

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

663 Câte rădăcini complexe are ecuația $z^{n-1} = i\,\overline{z}$, $n > 2$, $n \in \mathbb{N}$?

A $n-2$ B $n-1$ C n D $n+1$ E $n+2$

664 Fie numărul complex $z = \left(\dfrac{\sqrt{3} - i}{1 + i}\right)^{12}$. Este adevărată afirmația

A $z = 2^6$ B $\arg z = \pi$ C $|z| = 2^{12}$ D $z = 64i$ E $\arg z = 2\pi$

5

Simulare admitere 13 mai 2017

665 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care $x^2 + 2x + m \geq 0$ pentru orice x real este:

A $(1, \infty)$ B $[1, \infty)$ C $[0, \infty)$ D $\mathbb{R}$ E $\emptyset$

666 Mulțimea soluțiilor ecuației $\dfrac{2\lg(x-2)}{\lg(5x-14)} = 1$ este:

A $\emptyset$ B $\{3, 6\}$ C $\{4\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ E $\{6\}$

667 $\sin^2 \dfrac{\pi}{3} + \cos^2 \dfrac{\pi}{3}$ este:

A $\sqrt{2}$ B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{1}{3}$ D 1 E $\sqrt{3}$

668 Numărul soluțiilor din intervalul $[0, 2\pi]$ ale ecuației $\sin x = \cos x$ este:

A 4 B 0 C 1 D 3 E 2

669 Valoarea minimă a funcției $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$, este:

A $\dfrac{1}{2}$ B $\dfrac{1}{4}$ C $\dfrac{3}{4}$ D $\dfrac{1}{3}$ E 0

Se consideră punctele $A(0,3)$, $B(1,0)$ și $C(6,1)$.

670 Coordonatele mijlocului segmentului AC sunt:

A $(2,2)$ B $(3,2)$ C $(3,4)$ D $(3,3)$ E $(4,3)$

671 Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

A $(5,4)$ B $(5,5)$ C $(4,4)$ D $(6,4)$ E $(2,4)$

672 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $\left(3, \frac{4}{3}\right)$ B $\left(\frac{8}{3}, \frac{2}{3}\right)$ C $\left(4, \frac{4}{3}\right)$ D $\left(\frac{7}{3}, \frac{4}{3}\right)$ E $(1,1)$

Se consideră sistemul $\begin{cases} x & +2y & +3z & = & 1 \\ 2x & -y & +az & = & 1 \\ 3x & +y & +4z & = & 2b^3 \end{cases}$, $a, b \in \mathbb{R}$.

673 Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\};\ b \in \mathbb{R}$ B $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\};\ b = 1$ C $a = b = 2$ D $a = 1; b \in \mathbb{R}$
E $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\};\ b \in \mathbb{R}$

674 Numărul perechilor $(a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care sistemul este compatibil nedeterminat este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

Să se calculeze:

675 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n+1}{n+2}$

A ∞ B 1 C 0 D 2 E e

676 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+2x} - x\right)$

A nu există B 2 C 0 D ∞ E 1

677 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x - \sin x}{x + \sin x}$

A 0 B 1 C 3 D ∞ E -1

678 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n - \sum\limits_{k=1}^{n} \mathrm{e}^{\frac{k}{n^2}}\right)$

A ∞ B -1 C e D 0 E $-\dfrac{1}{2}$

Se consideră funcția $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\, e^{\frac{a}{x}}$, unde a este un parametru real.

679 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficul funcției f admite asimptota $y = x + 2$ este:

A $\{-2, 2\}$ B $\{1\}$ C $\{2\}$ D $\{-1\}$ E $\emptyset$

680 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficul funcției f are două asimptote este:

A $(0, 1)$ B $(1, \infty)$ C $(-\infty, 0)$ D $(0, \infty)$ E $\emptyset$

Se consideră polinomul

$$P(x) = (x^2 + x + 1)^{100} = a_0 + a_1 x + \cdots + a_{199}\, x^{199} + a_{200}\, x^{200}$$

având rădăcinile $x_1, x_2, \ldots, x_{200}$.

681 Valoarea lui $P(0)$ este:

A 30 B 0 C 200 D 100 E 1

682 Valoarea lui a_1 este:

A 100 B 200 C 199 D 1 E 0

683 Restul împărțirii polinomului P la $x^2 + x$ este:

A $100x - 1$ B 0 C 99 D $100x + 1$ E 1

684 Suma $\displaystyle\sum_{k=1}^{200} \frac{1}{1 + x_k}$ este:

A 100 B 200 C -100 D 0 E 1

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ se definește legea de compoziție "$*$" prin

$$x * y = xy + mx + my + 2, \quad \text{unde } m \in \mathbb{Z}.$$

685 $0 * 0$ este:

A 4 B 3 C 2 D 5 E 6

686 Fie $m = -1$. Știind că "$*$" este asociativă, $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$ este:

A 1 B -1 C 2 D -2 E 0

687 Mulțimea valorilor parametrului m pentru care legea "$*$" admite element neutru este:

A $\{-1, 0, 2\}$ B $\{-1, 1, 2\}$ C $\{-1, 2\}$ D $\{-1\}$ E $\{2\}$

688 Dacă $m = 2$, atunci numărul elementelor simetrizabile în raport cu "$*$" este:

A 1 B 2 C 0 D 4 E infinit

689 Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \displaystyle\int_0^1 |t - x|^3 \, dt$, are valoare minimă pentru x egal cu:

A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{4}$ E -1

Să se calculeze:

690 $\displaystyle\int_0^1 x^9 \, \mathrm{d}x$

A $\frac{1}{8}$ B $\frac{2}{9}$ C $\frac{1}{9}$ D $\frac{1}{10}$ E 10

691 $\displaystyle\int_0^2 \frac{1}{4+x^2} \, \mathrm{d}x$

A $\frac{\pi}{6}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{\pi}{4}$ D $\frac{\pi}{2}$ E π

692 $\displaystyle\int_0^1 \ln(x+1) \, \mathrm{d}x$

A $\ln\frac{e}{2}$ B $\ln\frac{2}{3}$ C 0 D $\ln\frac{4}{e}$ E $\ln 2$

693 $\displaystyle\int_0^1 \frac{1+x^2}{1+x^2+x^4} \, \mathrm{d}x$

A $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ C $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ D $\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$ E $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

694 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_{1/n}^{n} \frac{\operatorname{arctg}\left(x^2\right)}{1+x^2} \, \mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{2}$ B $\frac{\pi^2}{4}$ C $\frac{\pi^2}{8}$ D π^2 E $\frac{\pi^2}{6}$

***

6

Admitere 16 iulie 2017

695 Fie șirul $a_n = n\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1} - a\sqrt{n} + \sqrt{n-1}\right),\quad n \in \mathbb{N}^*,\ a \in \mathbb{R}.$
Dacă șirul (a_n) este convergent, atunci limita lui este:

A 0 B -1 C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{4}$

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{16x^2+1} + 4x - 5$.

696 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ este:

A $-\infty$ B -5 C 4 D 8 E 0

697 Numărul asimptotelor funcției f este:

A 2 B 0 C 1 D 3 E 4

Se consideră ecuația $a^x = 2x + 1$, unde $a \in (0, \infty)$ este fixat.

698 Valoarea lui a pentru care ecuația admite rădăcina $x = 1$ este:

A 2 B 1 C 3 D $\ln 2$ E e

699 Mulțimea valorilor lui a pentru care ecuația admite o singură rădăcină reală este:

A $(0, +\infty) \setminus \{e^2\}$ B $(0, 1] \cup \{e^2\}$ C $(0, e^2]$ D $[1, +\infty)$ E $(0, 1] \cup \{e\}$

700 Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[5]{x^3 - \operatorname{tg}^3 x}$. Valoarea lui $f'(0)$ este:

A -1 B $-\frac{1}{5}$ C $\frac{1}{5}$ D $\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$ E $-\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$

Să se calculeze:

701 $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2^x + 3^x}{2 \cdot 3^x + 1}$

A 2 B 0 C $+\infty$ D 3 E $\frac{1}{2}$

702 $\lim\limits_{x \to +0} \left((x+9)^x - 9^x\right)^x$

A nu există B 0 C e D 1 E $\ln 9$

Să se calculeze:

703 $\displaystyle\int_0^3 \frac{\mathrm{d}x}{x^2+9}$

A $\dfrac{\pi}{3\sqrt{3}}$ B $\dfrac{\pi}{6}$ C $\dfrac{\pi}{4}$ D $\dfrac{\pi}{18}$ E $\dfrac{\pi}{12}$

704 $\displaystyle\int_1^e \ln\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$

A -1 B 1 C $2e-1$ D $1-2e$ E $e+1$

705 $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{\arccos x}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$

A 0 B $\dfrac{\pi}{4}$ C $\dfrac{\pi^2}{2}$ D $\dfrac{\pi}{2}$ E $\dfrac{\pi^2}{4}$

706 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n \int_2^e (\ln x)^n\,\mathrm{d}x$

A e B 0 C 1 D $\ln 2$ E ∞

707 Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+3x+2$ și fie f^{-1} inversa funcției f. Valoarea $(f^{-1})'(-2)$ este:

A 15 B $\frac{1}{6}$ C 3 D $\frac{1}{3}$ E 2

În planul xOy se consideră punctele $A(3,0)$ și $B(0,4)$.

708 Distanța de la originea planului la dreapta AB este:

A 2 B $\frac{4}{3}$ C $\frac{12}{5}$ D 3 E $2\sqrt{2}$

709 Ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$ este:

A $\left(x-\frac{3}{2}\right)+(y-2)=0$ B $4x+3y+4=0$ C $3x-4y+4=0$ D $6x-8y+7=0$ E $x-y=0$

710 Se consideră familia de funcții $f_m:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_m(x)=x^2-(4m+3)x+4m+2$, $m\in\mathbb{R}$. Punctul din plan prin care trec toate graficele funcțiilor f_m este situat pe:

A axa Oy B axa Ox C prima bisectoare D a doua bisectoare E alt răspuns

Fie e baza logaritmului natural. Pe intervalul $(0,+\infty)$ definim legea de compoziție $x*y=x^{2\ln y}$, $\forall x>0,\ y>0$.

711 Elementul neutru este:

A $\sqrt{e}$ B 1 C e D $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$ E e^2

712 Pentru $x\neq 1$, simetricul lui x în raport cu legea "$*$" este:

A e^{-x} B $\frac{1}{x}$ C $e^{\frac{1}{4\ln x}}$ D $x^{-2\ln x}$ E $\frac{1}{2\ln x}$

713 Valoarea lui $a>0$ pentru care structura algebrică $((0,\infty)\setminus\{a\},*)$ este grup, este:

A e B 1 C $\dfrac{1}{e}$ D e^2 E $\sqrt{e}$

714 Numărul $e*e*\cdots*e$, unde e apare de 10 ori, este:

A e^{256} B e^{10} C e^{512} D $10^{\ln 10}$ E e^{1024}

Se consideră sistemul $\begin{cases} ax + y + z = -1 \\ x + ay + z = -a \\ x + y - z = -2 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

715 Determinantul sistemului este:

A a^2 B $a^2 + 2a - 3$ C $a^2 - 2a + 3$ D $-a^2 - 2a + 3$ E $2a + 3$

716 Sistemul este incompatibil dacă și numai dacă:

A $a = -1$ B $a = 1$ C alt răspuns D $a \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 1\}$ E $a = -3$

717 Numărul valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul admite soluții (x, y, z), cu x, y, z în progresie aritmetică în această ordine, este:

A 0 B 3 C 1 D 2 E ∞

Se consideră funcția $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos 2x$.

718 $f(0)$ este:

A 3 B -1 C 2 D $1/2$ E 1

719 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

A 1 B 3 C 2 D 5 E 0

720 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația $f(x) = m$ are soluții este:

A $\left[0, \frac{9}{8}\right]$ B $[-2, 0]$ C $\left[-2, \frac{9}{8}\right]$ D $\mathbb{R}$ E alt răspuns

721 Numărul soluțiilor reale ale ecuației $16^x = 3^x + 4^x$ este:

A 2 B 1 C 3 D 0 E 4

Se dă ecuația $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x + 1 = 0$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.

722 Valoarea sumei $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

A -2 B -4 C 2 D 4 E 1

723 Ecuația cu rădăcinile $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \frac{1}{x_4}$ este:

A $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0$
B $x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 1 = 0$
C $x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$
D $x^4 - 4x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$
E $x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$

724 Valoarea sumei $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2} + \frac{1}{x_4^2}$ este:

A -3 B 3 C -2 D 2 E 1

***

7

Simulare admitere 12 mai 2018

725 $\int_{-1}^{1} \ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right) \mathrm{d}x$ este:

A $-\mathrm{e}$ B $\ln 2$ C $-\ln 2$ D 0 E $2\ln 2$

726 $\int_{0}^{1} \frac{\mathrm{d}x}{2x^2-2x+1}$ este:

A π B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{2}$ D $\ln 2$ E $\frac{\pi}{2}\ln 2$

727 $\int_{0}^{1} \sqrt{\frac{x}{1+x^3}} \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{3}{2}\ln 3$ B $\frac{2}{3}\ln\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$ C $\frac{2}{3}\ln 2$ D $\frac{2}{3}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$ E $\frac{3}{2}\ln 2$

728 $\int_{-1}^{1} \frac{x}{e^x+x+1} \mathrm{d}x$ este:

A 0 B $\ln\frac{\mathrm{e}}{1+\mathrm{e}}$ C $\ln\frac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}-1}$ D $\frac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}-1}$ E $\ln\frac{\mathrm{e}}{2+\mathrm{e}}$

729 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x+1}{x+1}$ este:

A 0 B 2 C 1 D ∞ E e

730 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\ln(e^x+2^x)-\sqrt{x^2-4x+1}\right)$ este:

A ∞ B 0 C 2 D $\ln 2$ E 4

731 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^{x^a}-x^{x^b}}{\ln^2 x}, \quad a,b\in\mathbb{R},$ este:

A $\dfrac{a-b}{2}$ B $b-a$ C e^a-e^b D $ab(a-b)$ E $a-b$

Se consideră funcția $f\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^{2x}(x^2+x+m)$, unde m este un parametru real.

732 $f(0)$ este:

A 0 B $m+3$ C $e^2(m+3)$ D m E $-m$

733 f este monotonă pe $\mathbb{R}$ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $[\frac{1}{4},1]$ B $[0,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $\mathbb{R}$ E $[\frac{1}{2},\infty)$

734 f are două puncte de extrem dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(-\infty,\frac{1}{2})$ B $[0,\infty)$ C $(-2,2)$ D $\mathbb{R}$ E $(-1,1)$

735 Fie $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=|x-a|\sin x$, unde a este un parametru real. Numărul valorilor lui a pentru care f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A 2 B 0 C 1 D infinit E 4

736 Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin formula de recurență $x_{n+1}=x_n^2-2x_n+2$, $x_0=a\in\mathbb{R}$. Șirul este convergent dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $[1,2]$ B $[-1,1]$ C $[0,2]$ D $[0,1]$ E $[-1,0]$

737 Dacă $a=\log_6 2$, atunci $\log_3 12$ este:

A 4 B $\dfrac{2+a}{2-a}$ C $\dfrac{a+4}{a+3}$ D $\dfrac{1+a}{1-a}$ E $\dfrac{1}{4}$

Ecuația $x^2 - 2mx + 2m^2 - 2m = 0$, unde m este un parametru real, are rădăcinile reale x_1 și x_2.

738 Suma $x_1 + x_2$ este:

A $2m$ B 2 C $2m^2 - 2m$ D m E $-m$

739 Mulțimea valorilor produsului $x_1\, x_2$ este:

A $[0,4]$ B $\left[-\frac{1}{2}, 4\right]$ C $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ D $[-1,2]$ E $\mathbb{R}$

Se consideră ecuația $x^5 + a^2x^4 + 1 = 0$, $a \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_i, $i = 1, \ldots, 5$.

740 Valoarea sumei $\sum_{i=1}^{5} x_i$ este:

A $-5a$ B a^4 C $-a^2$ D 0 E $-a^4$

741 Valoarea sumei $\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{x_i^4}$ este:

A 0 B a^4 C $-5a^4$ D $-4a^2$ E a^3

742 Mulțimea valorilor lui a pentru care două dintre rădăcinile ecuației au partea imaginară negativă este:

A $[-1,1]$ B $\emptyset$ C $(-\infty, 0]$ D $(-\infty, 0)$ E $\mathbb{R}$

743 Numărul valorilor parametrului real a pentru care sistemul $\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \end{cases}$

are cel puțin o soluție este:

A 0 B 2 C 1 D 3 E infinit

744 Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $\lambda \in \mathbb{R}$ astfel ca $A^2 - \lambda A + \lambda^2 I_2 = O_2$. Matricea A^{2018} este:

A $\lambda^{2018} I_2$ B A C $\lambda^{2016} A^2$ D $\lambda^2 A^2$ E O_2

Se consideră grupul $(G, \star)$, unde $G = (-1, 1)$ și $x \star y = \dfrac{x+y}{1+xy}$.

745 $\dfrac{2}{3} \star \dfrac{3}{4}$ este:

A $\dfrac{9}{12}$ B 0 C 1 D $\dfrac{14}{15}$ E $\dfrac{17}{18}$

746 Elementul neutru al grupului $(G, \star)$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B 0 C $-\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

747 Dacă $\big((0,\infty), \cdot\big)$ este grupul multiplicativ al numerelor reale pozitive, atunci funcția crescătoare $f\colon G \to (0,\infty)$, $f(x) = \dfrac{a+x}{b-x}$, este un izomorfism de grupuri pentru:

A $a = b = 2$ B $a = -b = 1$ C $a = -b = -1$ D $a = b = -1$ E $a = b = 1$

748 $\dfrac{1}{2} \star \dfrac{1}{4} \star \cdots \star \dfrac{1}{10}$ este:

A $\dfrac{5}{6}$ B $\dfrac{10}{13}$ C $\dfrac{11}{15}$ D $\dfrac{7}{9}$ E $\dfrac{8}{9}$

749 Numărul valorilor parametrului real m pentru care ecuația
$\sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} = m$ are soluții este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

Fie $f\colon [0, 3\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos(4x)$.

750 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ este:

A 2 B 1 C 0 D $\sqrt{2}$ E $2\sqrt{2}$

751 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 2$ este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 6

752 Ecuațiile dreptelor care sunt la distanță 2 de punctul $A(2, 1)$ și trec prin originea $O(0, 0)$ sunt:

A alt răspuns B $3x + 4y = 0$ C $y = \pm x$ D $2x \pm y = 0$ E $x \pm 2y = 0$

Se consideră punctele $A(6,0)$, $B(0,3)$ și $O(0,0)$ în plan.

753 Ecuația înălțimii din O a triunghiului AOB este:

A $x = 2y$ B $2y = 3x$ C $y = 2x$ D $x = y$ E $3x = y$

754 Coordonatele centrului de greutate al triunghiului AOB sunt:

A $(2,1)$ B $(1,1)$ C $(1,2)$ D $(2,2)$ E $(3,2)$

***

8

Admitere 16 iulie 2018

Calculați:

755 $\displaystyle\int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{x+3}$

A $\ln 2$ B $\ln 3$ C $\ln 4$ D $\ln 5$ E $\ln 8$

756 $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}$

A $\operatorname{arctg}\dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}+1}$ B $\operatorname{arctg}\mathrm{e}-\dfrac{\pi}{4}$ C $\operatorname{arctg}\dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}^2+1}$ D $\ln\dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}+1}$ E $\ln(2\mathrm{e})$

757 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(4x)}{\cos^4 x+\sin^4 x}\mathrm{d}x$

A $\ln 2$ B $\pi\ln 4$ C $\pi\ln 8$ D $\ln\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ E $\ln(\pi\mathrm{e})$

758 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Atunci $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\int_0^{\pi}\{x\}^n\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\pi}{2}$ B 4 C 2 D π E 3

759 $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{2\cdot 9^x+5^x+4}{9^{x+1}-5^x+2^x}$ este:

A $\dfrac{2}{9}$ B 2 C 1 D $\dfrac{1}{9}$ E $+\infty$

Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + ax$, unde a este un parametru real.

760 $f^{'}(0)$ este:

A $1 + a$ B a C $1 - a$ D 1 E 0

761 Graficul lui f este tangent axei Ox dacă:

A $a = 2$ B $a = -1$ C $a = 1$ D $a = 0$ E $a = 3$

762 Pentru $a = -3$, numărul punctelor de extrem local ale funcției $g(x) = |f(x)|$, $x \in \mathbb{R}$, este:

A 4 B 1 C 2 D 3 E 5

763 Pentru $a = 1$, $(f^{-1})'(2)$ este:

A $1/2$ B $1/4$ C $1/3$ D 0 E $+\infty$

Se consideră în plan punctul $A(0, -1)$, dreptele d_1: $x - y + 1 = 0$, d_2: $2x - y = 0$ și punctele $B \in d_1$, $C \in d_2$, astfel încât d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC.

764 Intersecția dreptelor d_1 și d_2 are coordonatele:

A $(-1, 2)$ B $(2, 3)$ C $(1, 2)$ D $(-1, 0)$ E $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$

765 Punctul B are coordonatele:

A $(3, 6)$ B $(0, 1)$ C $(1, 2)$ D $(-1, 0)$ E $(-2, -1)$

766 Se consideră punctele $A(2, 3)$ și $B(4, 5)$. Mediatoarea segmentului $[AB]$ are ecuația:

A $2x - y = 2$ B $2x + y = 10$ C $x + 2y = 11$ D $-x + y = 1$ E $x + y = 7$

Se consideră polinomul $P(X) = X^{20} + X^{10} + X^5 + 2$, având rădăcinile $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{20}$. Notăm cu $R(X)$ restul împărțirii polinomului $P(X)$ prin $X^3 + X$.

767 $P(i)$ este:

A $2+i$ B $1+i$ C 2 D i E 0

768 $R(X)$ este:

A $2+X+X^2$ B $2+X$ C $2+X-X^2$ D X E 1

769 $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{x_k - x_k^2}$ este:

A $\frac{15}{2}$ B 5 C 6 D 8 E 7

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și fie $A^n = \begin{pmatrix} x_n & -y_n \\ y_n & x_n \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Notăm $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

770 $2A - A^2$ este:

A $A + I_2$ B I_2 C $2I_2$ D O_2 E $A - I_2$

771 A^{48} este:

A O_2 B $2^{12}I_2$ C $2^{48}I_2$ D $2^{48}A$ E $2^{24}I_2$

772 $\frac{x_{10}^2 + y_{10}^2}{x_8^2 + y_8^2}$ este:

A 16 B 2 C 8 D 4 E 1

773 Perechea $(a,b) \in \mathbb{R}^2$, pentru care $\lim_{x \to -\infty} \left(\sqrt{x^2+x+1} + \sqrt{x^2+2x+2} - ax - b \right) = 0$, este:

A $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ B $(-2,-1)$ C $(-2,-2)$ D $(2,-2)$ E $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$

774 $\lim_{x \to 0} \mathrm{e}^{\frac{1}{x}} \cdot \sin x$ este:

A nu există B 0 C ∞ D $-\infty$ E 1

775

Se consideră șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n\geq 0}$, $a_0 = 1$, $a_1 = a$, $a_{n+1}^3 = a_n^2 a_{n-1}$, $n \geq 1$. Valoarea lui a, pentru care $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 8$, este:

A 2 B 16 C 8 D 32 E 4

Se consideră ecuația: $\cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cdot \cos x = m$, $m \in \mathbb{R}$.

776 Ecuația admite soluția $x = \dfrac{\pi}{2}$ pentru:

A $m = \dfrac{1}{4}$ B $m = 1$ C $m = 0$ D $m = -1$ E $m = -\dfrac{1}{4}$

777 Ecuația are soluție dacă și numai dacă m aparține intervalului:

A $[-1, 1]$ B $[-4, 4]$ C $\left[-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right]$ D $\left[-\dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{4}\right]$ E $[-2, 2]$

778

Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \dfrac{3}{5}$, atunci $\sin x$ este:

A $\dfrac{3}{4}$ B $\dfrac{4}{5}$ C $-\dfrac{4}{5}$ D 1 E $-\dfrac{3}{4}$

779

Dacă $\lg 5 = a$ și $\lg 6 = b$, atunci $\log_3 2$ este:

A $\dfrac{1+a}{a+b+1}$ B $\dfrac{1+a}{a-b+1}$ C $\dfrac{1-a}{a+b+1}$ D $\dfrac{1-a}{a+b-1}$ E $\dfrac{1-a}{b-1}$

780

Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ verifică relația $2\lg(x-2y) = \lg x + \lg y$, atunci mulțimea valorilor expresiei $\dfrac{x}{y}$ este:

A $\{4\}$ B $\{1\}$ C $\{1, 4\}$ D $\{1, 2, 4\}$ E $\emptyset$

781

Dacă $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $\alpha^3 = 1$, atunci $(1+\alpha)(1+\alpha^2)(1+\alpha^3)(1+\alpha^4)(1+\alpha^5)(1+\alpha^6)$ este:

A 64 B 0 C 16 D 4 E $8i$

Pe intervalul $(-1,1)$ se definește legea de compoziție $*$ prin
$x * y = \dfrac{2xy + 3(x+y) + 2}{3xy + 2(x+y) + 3}, \quad x, y \in (-1,1).$

782 Elementul neutru al legii $*$ este:

A 0 B $\dfrac{2}{3}$ C $-\dfrac{2}{3}$ D $\dfrac{1}{3}$ E $-\dfrac{1}{3}$

783 Dacă funcția $f : (-1,1) \to (0,\infty)$, $f(x) = a\dfrac{1-x}{1+x}$ verifică relația $f(x*y) = f(x)f(y)$, $\forall x, y \in (-1,1)$, atunci a este:

A $-\dfrac{2}{3}$ B $\dfrac{2}{3}$ C $-\dfrac{1}{3}$ D $\dfrac{1}{5}$ E $-\dfrac{1}{5}$

784 Numărul soluțiilor ecuației $\underbrace{x * x * \cdots * x}_{x \text{ de } 10 \text{ ori}} = \dfrac{1}{10}$ este:

A 2 B 0 C 1 D 10 E 5

***

9

Simulare admitere 18 mai 2019

785 Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A îl conțin pe 3 și îl au pe 7 ca fiind cel mai mare element?

A 2^5 B 2^7 C $2^7 - 1$ D C_7^3 E 2^6

Se consideră sistemul $(S) : \begin{cases} x - 2y - 3z = b \\ 2x + y + az = 2 \\ 3x + y - 2z = 4 \end{cases}$ $a, b \in \mathbb{R}$.

786 Sistemul (S) este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \neq 1$ B $a \neq -1$ C $a = 1, b = 2$ D $a = 3, b \neq 2$ E $a \neq -2$

787 Sistemul (S) este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:

A $a = 1,\ b = -5$ B $a = -1,\ b = 4$ C $a = -1,\ b = 6$ D $a = -1,\ b = -6$ E $a = 1,\ b = 5$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (2m + 1)x^2 - 2(m + 2)x + m + 2$, unde m este un parametru real, $m \neq -\dfrac{1}{2}$.

788 Ecuația $f(x) = 0$ are o unică soluție dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $\{-1, 2\}$ B $\{-1, 1\}$ C $\{-2, 2\}$ D $\{-2, 1\}$ E $\{0, 1\}$

789 Funcția f admite un minim global negativ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $\left(-\dfrac{1}{2}, 1\right)$ B $[-1, 2)$ C $\left(-\dfrac{1}{2}, 1\right]$ D $\left(-\infty, -\dfrac{1}{2}\right) \cup (1, \infty)$ E $\left(-\infty, -\dfrac{1}{2}\right] \cup (1, \infty)$

790 Soluțiile reale x_1, x_2 ale ecuației $f(x) = 0$ verifică $x_1 < 2$ și $x_2 > 2$ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $\left[0, \dfrac{2}{5}\right)$ B $\left[-\dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{5}\right)$ C $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{2}{5}\right]$ D $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{2}{5}\right)$ E $\mathbb{R}$

Pe mulțimea $(0,\infty)$ se definește legea de compoziție "$\star$" prin $x \star y = x^{\frac{\lg y}{\lg a}}$, unde $a \in (0,\infty) \setminus \{1\}$ este fixat.

791 Elementul neutru este:

A 1 B $-\lg a$ C $\lg a$ D a^{-1} E a

792 Simetricul unui element $x \in (0,\infty) \setminus \{1\}$ în raport cu legea "$\star$" este:

A $e^{\frac{\lg^2 a}{\lg x}}$ B $10^{\frac{\lg^2 a}{\lg x}}$ C $10^{\frac{\lg x}{\lg^2 a}}$ D $e^{\frac{\lg x}{\lg^2 a}}$ E x^{-1}

793 $\underbrace{x \star x \star \cdots \star x}_{x \text{ apare de } n \text{ ori}}$ este:

A $10^{\frac{\lg^n x}{\lg^{n-1} a}}$ B $e^{\frac{\lg^n x}{\lg^n a}}$ C $10^{n\frac{\lg x}{\lg a}}$ D $e^{\frac{\lg x}{n \lg^2 a}}$ E $10^{\frac{\lg x}{n \lg a}}$

794 Fie $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ și $\operatorname{tr}(A) = a + d$. Atunci $\det(A + I_2) - 1 - \det A$ este:

A $2\operatorname{tr}(A) + 1$ B $\operatorname{tr}(A) + 1$ C $2\operatorname{tr}(A)$ D $\operatorname{tr}(A) - 1$ E $\operatorname{tr}(A)$

Fie ε rădăcina pozitivă a ecuației $x^2 - x - 1 = 0$ și matricea $A = \begin{pmatrix} -\varepsilon + 1 & \frac{1}{\varepsilon} \\ 1 & \varepsilon - 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

795 ε^3 este egal cu:

A $\varepsilon - 2$ B $2\varepsilon - 1$ C $2\varepsilon + 1$ D $-\varepsilon + 2$ E ε

796 $\det\left(A^{2019}\right)$ este:

A 1 B 0 C 2019 D -1 E ε

797 Matricea A^{2019} este:

A εI_2 B $-A$ C I_2 D $-\varepsilon I_2$ E A

798 Fie polinomul $P(x) = x^3 + 3x + 2$, cu rădăcinile $x_1,\ x_2,\ x_3$. Polinomul cu rădăcinile $1 + x_1,\ 1 + x_2,\ 1 + x_3$ este:

A $x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ B $x^3 - 3x^2 - 5x - 1$ C $x^3 - 3x^2 - x + 2$ D $x^3 - 3x^2 + x - 1$ E $x^3 - 3x^2 - x - 5$

799 $\lim\limits_{n\to\infty} n \displaystyle\int_0^1 \frac{x^n}{1 + x + x^n}\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B $\ln 2$ C $\ln \frac{3}{2}$ D 2 E $2\ln 2$

800 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n - \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \cos \frac{2k}{n\sqrt{n}} \right)$ este:

A 2 B $\frac{1}{2}$ C 1 D $\frac{2}{3}$ E $+\infty$

Se consideră funcția $f : [-2, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \mathrm{e}^{-x}(x^2 + x - 1)$.

801 Numărul asimptotelor lui f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

802 Numărul punctelor de extrem local ale lui f este:

A 4 B 2 C 0 D 1 E 3

803 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n}{\sqrt{n^2 + 2n}}$ este:

A 0 B $\dfrac{2}{3}$ C 1 D $\sqrt{2}$ E 2

804 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}$ este:

A 0 B 1 C $\sqrt{2}$ D $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ E nu există

805 Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \left|2x^2 - 3x + 1\right| \cdot \cos(a\,x)$, unde $a \in [0, 2\pi]$ este un parametru real. Numărul valorilor lui a pentru care funcția f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

806 $\displaystyle\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{1+x}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B $2\sqrt{3}$ C $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ D 2 E $\dfrac{7}{12}$

Fie $a \in \mathbb{R}$ și fie funcțiile $f, g : (-1, \infty) \to \mathbb{R}$ definite prin
$f(x) = ax^2 + x$, $g(x) = \ln(1 + x)$.

807 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ este:

A 0 B $2a + 1$ C 1 D ∞ E $a + 1$

808 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficele funcțiilor f și g au tangentă comună într-un punct comun este:

A $\mathbb{R} \setminus \left\{1 - \dfrac{1}{\mathrm{e}}\right\}$ B $(-\infty, 0]$ C $[0, \infty)$ D $\left[-\dfrac{1}{2}, \infty\right)$ E $\mathbb{R}$

Fie șirul de numere reale $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n\sqrt{1-x_n^2}$, unde $x_0 = a \in (0,1)$.

809 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A 1 B 0 C a D $\sqrt{1-a^2}$ E nu există

810 $\lim\limits_{n\to\infty} n\,x_n^{\,2}$ este:

A 0 B 1 C a^2 D $1-a^2$ E $+\infty$

Fie $ABCD$ paralelogram, cu $A(-1,4)$, $B(1,6)$ și $C(3,-8)$.

811 Punctul de intersecție a diagonalelor are coordonatele:

A $(2,-1)$ B $(0,5)$ C $(1,-2)$ D $(2,-4)$ E $(1,-10)$

812 Simetricul lui D față de dreapta AB are coordonatele:

A $(-14,5)$ B $(6,-15)$ C $(-13,4)$ D $(-15,6)$ E $(-5,14)$

813 Aria paralelogramului $ABCD$ este:

A 32 B 16 C 8 D 48 E 24

814 Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x + \sin(3x) = \dfrac{8}{3\sqrt{3}}$ este:

A $\left\{(-1)^k \arcsin\dfrac{1}{\sqrt{3}} + k\pi \,:\, k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\dfrac{k\pi}{6} \,:\, k\in\mathbb{Z}\right\}$

C $\left\{(-1)^k \arcsin\dfrac{3\sqrt{3}}{8} + k\pi \,:\, k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\emptyset$ E $\left\{\dfrac{k\pi}{8} \,:\, k\in\mathbb{Z}\right\}$

10

Admitere 24 iulie 2019

815

Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Care este numărul submulțimilor lui A care îl conțin pe 5 și au cel puțin un element mai mare decât 5?

A 224 B 217 C 64 D 192 E 240

Pentru orice $m \in \mathbb{R}^*$ se definește funcția

$$f_m\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_m(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m + 2.$$

816 Numărul punctelor din plan comune tuturor graficelor funcțiilor f_m este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

817 Mulțimea valorilor m pentru care funcția f_m are ambele rădăcini reale și strict negative este:

A $(-\infty, -1) \cup (0, \infty)$ B $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$ C $\emptyset$ D $(0, \infty)$ E $(-\infty, -2) \cup (0, \infty)$

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ se definește legea de compoziție "$*$" prin $x * y = x + y + axy$, unde $a \in \mathbb{Z}$ este fixat.

818 Numărul valorilor lui a pentru care legea de compoziție are element neutru este:

A 1 B 2 C 4 D 5 E infinit

819 Dacă $a = -2$, atunci numărul elementelor simetrizabile este:

A 1 B 2 C 4 D 5 E infinit

820 Dacă $a = -2$, atunci $\underbrace{1 * 1 * \cdots * 1}_{\text{1 apare de 2019 ori}}$ este:

A -1 B 1 C $\dfrac{3^{2019}-1}{2}$ D $\dfrac{3^{2019}+1}{2}$ E 0

821 Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ inversabilă astfel încât $A + A^{-1} = I_2$.
Atunci matricea $I_2 + A + A^2 + \cdots + A^{2019}$ este:

A $2A - I_2$ B $2A + I_2$ C $-2A + I_2$ D $-2A - I_2$ E $A + I_2$

822 Fie $z = \cos\dfrac{2\pi}{3} + i\sin\dfrac{2\pi}{3}$. Atunci $(1-z)(1-z^2)(1-z^4)(1-z^5)$ este:

A 9 B 0 C i D 1 E z

Se consideră sistemul $\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = b \\ x + y + az = 1 \end{cases}$ cu $a, b \in \mathbb{R}$.

823 Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \neq \dfrac{2}{3}$ B $a = \dfrac{2}{3}$ C $a \neq \dfrac{3}{2}$ D $a = \dfrac{3}{2}$ E $a \neq 2$

824 Sistemul este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:

A $a = \dfrac{2}{3}, b = 2$ B $a = \dfrac{2}{3}, b \neq 2$ C $a = \dfrac{3}{2}, b = 2$ D $a = \dfrac{2}{3}, b = 3$ E $a \neq \dfrac{2}{3}, b = 2$

Se consideră polinomul $P(X) = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4.

825 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

A 2 B 0 C 1 D -1 E -2

826 $x_1^{2019} + x_2^{2019} + x_3^{2019} + x_4^{2019}$ este:

A -4 B 4 C 1 D -1 E 0

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n - x_n^2$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

827 Dacă $x_{100} = 1$, atunci valoarea lui x_0 este:

A -2 B 1 C -1 D 2 E nu există

828 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $[-1, 1]$ B $(-\infty, 0]$ C $[0, 1]$ D $[1, \infty)$ E $(-1, 1)$

829 Dacă $x_0 = \dfrac{1}{2}$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{x_n}$ este:

A 1 B 0 C $\dfrac{1}{2}$ D nu există E $+\infty$

830 Numărul punctelor de extrem ale funcției $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2-1)^2(x^2-9)^3$, este:

A 2 B 3 C 4 D 5 E 6

Fie $f\colon (-1, 1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \mathrm{e}^x(x^2 + x + m)$, $m \in \mathbb{R}$.

831 $f(0)$ este:

A 0 B $m-1$ C m D $m+1$ E $m+2$

832 Funcția f are un singur punct de extrem local dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(-5, 1)$ B $\{-5, 1\}$ C $[-5, 1)$ D $(-5, 2)$ E $\left\{\dfrac{5}{4}\right\}$

Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^{2x}+1}$.

833 Numărul asimptotelor la graficul funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

834 Imaginea funcției f este:

A $\left(-1, \dfrac{\sqrt{2}-1}{2}\right]$ B $[-1, 0)$ C $(-1, 0)$ D $\left(-1, \dfrac{1}{2}\right)$ E $[-1, \sqrt{2}]$

835 $\displaystyle\int_0^2 \frac{1}{x^2+4}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\ln 1$ B $\ln 2$ C $\frac{\pi}{8}$ D $\ln 3$ E $\frac{\pi}{2}$

836 $\displaystyle\int_1^9 \frac{1}{x+\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\ln 1$ B $\ln 2$ C π D $\ln 4$ E $-\ln 2$

837 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^n \frac{x-x^2}{(x^2+1)(x^3+1)}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C $\log\frac{3}{2}$ D $\log\frac{2}{3}$ E -1

838 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_{\frac{1}{n}}^n \frac{1}{(x^2+1)(x^7+1)}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{3}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{2}$ D $\frac{\pi}{8}$ E alt răspuns

În planul xOy se consideră punctele $A(8,0)$ și $B(0,6)$, iar M este un punct variabil pe segmentul $[AB]$. Fie P și N proiecțiile lui M pe axele Ox, respectiv Oy.

839 Ecuația dreptei AB este:

A $3x+4y=24$ B $3x+2y=24$ C $x+y=10$ D $2x+y=22$ E $x-y=1$

840 Lungimea minimă a lui $[OM]$ este:

A 4 B 6 C 5 D $\frac{24}{5}$ E $\frac{16}{3}$

841 Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $MNOP$ este:

A 10 B 12 C 13 D 14 E 15

Se dă ecuația $\cos^2 x - 2\sin x \cos x = a + \sin^2 x, \quad a \in \mathbb{R}$.

842 Ecuația are soluția $\frac{\pi}{4}$ dacă a este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

843 Ecuația admite soluții dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$ B $[-2, 2]$ C $[-1, 1]$ D $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ E $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

844 Dacă $\sin x + \cos x = 1, \quad x \in \mathbb{R},$ atunci valoarea minimă pe care o poate lua expresia $\sin^{2019} x + \cos^{2019} x$ este:

A -1 B 0 C $\frac{1}{2^{2019}}$ D 1 E $\frac{1}{4}$

***

11

Simulare admitere 8 mai 2021

Câte numere naturale de 3 cifre distincte (în baza 10) au cifrele scrise în ordine …

845 crescătoare?

A 168 B 120 C 126 D 504 E 84

846 descrescătoare?

A 84 B 720 C 126 D 168 E 120

Fie $(G, *)$ un grup astfel încât funcția

$$f : (\mathbb{R}, +) \to (G, *), \qquad f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad (x \in \mathbb{R})$$

să fie un izomorfism de grupuri.

847 Mulțimea G este:

A $(-1, 1)$ B $[0, \infty)$ C $[-1, 1]$ D $\mathbb{R}$ E $[0, 1)$

848 Inversa $f^{-1}(y)$ are expresia:

A $\dfrac{y}{\sqrt{1+y^2}}$ B $\dfrac{|y|}{\sqrt{1+y^2}}$ C $\dfrac{y}{\sqrt{y^2-1}}$ D $\dfrac{|y|}{\sqrt{1-y^2}}$ E $\dfrac{y}{\sqrt{1-y^2}}$

849 Valoarea expresiei $(f \circ f \circ \ldots \circ f)(1)$, unde f apare de 2021 de ori, este:

A $\dfrac{1}{2021}$ B $\dfrac{1}{\sqrt{2022}}$ C $\dfrac{1}{\sqrt{2021}}$ D $\sqrt{\dfrac{2020}{2021}}$ E $\dfrac{1}{\sqrt{2020 \cdot 2021}}$

850 $\dfrac{\sqrt{2}}{2} * \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ este:

A $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ B $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ C $\sqrt{2}$ D 1 E $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

851 Elementul neutru în $(G, *)$ este:

A 0 B 1 C $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ D $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E $\ln 2$

852 Valoarea expresiei $\dfrac{1}{\sqrt{2021}} * \dfrac{1}{\sqrt{2021}} * \cdots * \dfrac{1}{\sqrt{2021}}$, unde $\dfrac{1}{\sqrt{2021}}$ apare de 2020 de ori, este:

A $\dfrac{1}{2021}$ B $\dfrac{1}{\sqrt{2022}}$ C $\dfrac{1}{\sqrt{2021}}$ D $\sqrt{\dfrac{2020}{2021}}$ E $\dfrac{1}{\sqrt{2020 \cdot 2021}}$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

853 Determinantul matricei A este:

A 1 B 0 C -1 D -7 E 3

854 $(A - I_3)^2$ este:

A O_3 B I_3 C A D $A - I_3$ E $-I_3$

855 A^{2021} este:

A $2021A - 2020I_3$ B $A - I_3$ C $A + 2020I_3$ D $2020A - 2021I_3$ E $2021A + 2020I_3$

856 $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin x}{x^2 - \pi^2}$ este:

A $-\dfrac{1}{2\pi}$ B $\dfrac{1}{\pi^2}$ C $\dfrac{1}{2\pi}$ D 0 E $\dfrac{1}{\pi}$

857 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \sqrt{1+x^2}\cos x}{x^4}$ este:

A $\dfrac{1}{4}$ B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{1}{3}$ D $\dfrac{1}{6}$ E $\dfrac{1}{12}$

858 $\displaystyle\int_0^1 x^3 \operatorname{arctg} x \, \mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\pi}{2}$ B $\dfrac{1}{3}$ C $\dfrac{\pi}{4}$ D $\dfrac{1}{5}$ E $\dfrac{1}{6}$

859 $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} \, \mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\pi}{6}$ B $\dfrac{\pi}{2}$ C $\dfrac{\pi}{3}$ D $\dfrac{\pi}{4}$ E $\dfrac{\pi}{12}$

860 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{x} \displaystyle\int_0^x \mathrm{e}^{-t^2} \, \mathrm{d}t$ este:

A 1 B 0 C e D $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ E $\dfrac{2}{\mathrm{e}}$

861 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Limita șirului

$$\int_0^n \frac{\{x\}^n}{1+\{x\}}\,\mathrm{d}x, \quad n=1,2,\ldots \quad \text{este:}$$

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C 1 D $\ln 2$ E ∞

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin relația de recurență

$$x_{n+1} = x_n + 2^{-x_n} \quad \text{pentru orice } n \geq 0, \qquad x_0 = 0.$$

862 x_1 este:

A 1 B 2 C $\frac{3}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E 0

863 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A 2 B e C ∞ D e^2 E nu există

864 $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{\ln n}$ este:

A $\log_2 \mathrm{e}$ B $\ln 2$ C 1 D 2 E $\frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}}$

Fie $a\in\mathbb{R}$ și fie funcția $f:(-2,\infty)\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=\ln(2+x)+ax^2+4x$.

865 Dacă tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă -1 este perpendiculară pe dreapta de ecuație $x+y+1=0$, atunci valoarea lui a este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E -1

866 Dacă $f''(0)=0$, atunci valoarea lui a este:

A $\frac{1}{8}$ B $\frac{1}{2}$ C 2 D $-\frac{1}{4}$ E 0

867 Funcția f este concavă dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $(-\infty,0]$ B $(-\infty,0)$ C $(0,\infty)$ D $[0,\infty)$ E $\mathbb{R}^*$

În planul xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(-1,-2)$ și $C(1,0)$.

868 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $(0,0)$ B $(1,0)$ C $(0,-1)$ D $\left(0,\frac{4}{3}\right)$ E $\left(\frac{2}{3},0\right)$

869 Dacă D este un punct din plan cu proprietatea că $ABCD$ este paralelogram, atunci OD este:

A 4 B $2\sqrt{5}$ C 5 D $3\sqrt{3}$ E $3\sqrt{2}$

870 Dacă M este un punct din plan cu proprietatea că $MA^2+MB^2+MC^2=37$, atunci OM este:

A 2 B $2\sqrt{2}$ C 3 D $2\sqrt{3}$ E 4

871 Numărul complex $(1+i)(1+2i)(1+3i)$ este:

A -10 B $10i$ C $1-3i$ D $3-i$ E $9+i$

872 Valoarea expresiei $\operatorname{arctg} 1+\operatorname{arctg} 2+\operatorname{arctg} 3$ este:

A $\frac{5\pi}{6}$ B π C $\frac{3\pi}{2}$ D $\frac{3\pi}{4}$ E $\frac{5\pi}{4}$

Fie funcția $f:[0,4\pi]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin^5 x+\cos^5 x$.

873 $f(\pi)$ este:

A -1 B 0 C 1 D 2 E -2

874 Numărul soluțiilor ecuației $f(x)=1$ este:

A 4 B 5 C 7 D 9 E 10

***

12

Admitere 22 iulie 2021

875 Numărul complex $1 - i + i^2 - i^3 + \cdots - i^{2021}$ este:

A $1 - i$ B $1 + i$ C $-i$ D 1 E 0

876 Dacă $a = \lg 5$, atunci $\log_3 5 \cdot \log_{20} 9$ este:

A $\dfrac{2a}{2-a}$ B $\dfrac{2-a}{2a}$ C $\dfrac{1-a}{2a}$ D $\dfrac{a}{2-a}$ E $\dfrac{2-a}{a}$

877 Câte numere naturale de patru cifre (în baza 10) se pot scrie, dacă se pot folosi doar cifrele 1, 2, 3, 4 iar cifra 1 se folosește obligatoriu?

A 256 B 252 C 110 D 192 E 175

Pe $\mathbb{C}$ se definește legea de compoziție $z_1 * z_2 = z_1 z_2 - i(z_1 + z_2) - 1 + i$, $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$.

878 $i * i$ este:

A 1 B 0 C i D $-i$ E 2

879 Elementul neutru al legii "$*$" este:

A $-i$ B $-1 + i$ C $-1 - i$ D $1 + i$ E $1 - i$

880 Mulțimea elementelor inversabile în monoidul $(\mathbb{C}, *)$ este:

A $\mathbb{C} \setminus \{i\}$ B $\{-1 + i, 1 + i\}$ C $\{1 - i, -1 - i\}$ D $\{i\}$ E $\mathbb{C} \setminus \{i, -i\}$

881 Dacă $\varepsilon = \dfrac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$, atunci valoarea expresiei $(\varepsilon + i) * (\varepsilon + i) * \cdots * (\varepsilon + i)$, unde $\varepsilon + i$ apare de 2022 ori, este:

A $1 + i$ B $-1 + i$ C $1 - i$ D i E $-i$

Fie $a, b \in \mathbb{R}$ și fie sistemul (S) în necunoscutele x, y, z:

$$(S) : \begin{cases} x - 2y - 3z = b \\ 2x + y - z = 2 \\ 3x + y + az = 4 \end{cases}.$$

882 Sistemul (S) este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \neq -2$ B $a = -2$ C $a \neq 2$ D $a \neq -1$ E $a = 2$

883 Sistemul (S) este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă perechea (a, b) este:

A $(-2, 6)$ B $(-2, -6)$ C $(-2, 5)$ D $(2, 5)$ E $(2, -6)$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

884 A^{2022} este:

A $4^{2021}A$ B $4^{2022}A$ C $4A$ D $4^{2022}I_2$ E O_2

885 Numărul matricelor $X \in M_2(\mathbb{R})$ care verifică ecuația $X^{2022} = A$ este:

A 2 B 0 C 2022 D 4 E 1

Fie funcția $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - \dfrac{1}{x}$ pentru orice $x > 0$.

886 Numărul soluțiilor ecuației $f(x^2) = f(x)$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

887 Mulțimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are soluție este:

A $\mathbb{R}$ B $(0,\infty)$ C $(-1,1)$ D $(-1,\infty)$ E $\mathbb{R}^*$

888 Numărul asimptotelor la graficul funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

889 $f'(x)$ este:

A $1 + \dfrac{1}{x^2}$ B $1 - \ln x$ C $\dfrac{x^2}{2} - \ln x$ D $1 - \dfrac{1}{x^2}$ E $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$

890 Ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de intersecție a graficului cu axa Ox este:

A $x + 2y = 1$ B $x - y = 1$ C $2x - y = 2$ D $2x + y = 2$ E $y = 0$

891 $\displaystyle\int_1^{\sqrt{e}} f(x)\,dx$ este:

A $\dfrac{e}{2} - 1$ B $\dfrac{e}{2}$ C $1 - \dfrac{1}{e}$ D $e - \dfrac{1}{2}$ E $1 + \dfrac{1}{e}$

892 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_{\frac{1}{n}}^{n} e^{-|f(x)|}\,dx$ este:

A 0 B 1 C $\dfrac{1}{e}$ D e E $e - \dfrac{1}{e}$

893 $\displaystyle\int_0^1 2^{-x}\,dx$ este:

A $\dfrac{1}{2\ln 2}$ B $\dfrac{\ln 2}{2}$ C $-\dfrac{1}{2\ln 2}$ D $-\dfrac{\ln 2}{2}$ E $2^{\ln 2} - 1$

894 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \cos x}\,dx$ este:

A 2 B $2\sqrt{2} - 2$ C $2\sqrt{2}$ D $2 + \sqrt{2}$ E $2 - \sqrt{2}$

Fie funcția continuă $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ cu $f(x)=\dfrac{x-\mathrm{e}}{\ln x\ -1}$ pentru orice $x\in(0,\infty)\setminus\{\mathrm{e}\}$.

895 $f(\mathrm{e})$ este:

A 0 B e C 1 D $\dfrac{1}{2}$ E 2

896 $f'(\mathrm{e})$ este:

A 0 B e C 1 D $\dfrac{1}{2}$ E $\dfrac{\mathrm{e}}{2}$

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1}=x_n^2+2x_n$ pentru orice $n\in\mathbb{N}$, unde $x_0\in\mathbb{R}$.

897 Dacă $x_0\in(0,1)$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ este:

A ∞ B nu există C 0 D $1+\sqrt{5}$ E e^2

898 Șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $[-2,0]$ B $[-1,0]$ C $[-1,1)$ D $\{-1,0\}$ E $(-\infty,1)$

899

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(2^x-1)\cdot\ln(1+\sin^2 x)}{\left(\sqrt{1+x^2}-1\right)\cdot\operatorname{tg} x}$ este:

A $2\ln 2$ B $\ln 2$ C 0 D $\dfrac{\ln 2}{2}$ E 1

În planul xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-2,-3)$ și $C(3,-3)$.

900 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $(1,-1)$ B $(0,0)$ C $(0,-1)$ D $\left(\dfrac{3}{2},-\dfrac{3}{2}\right)$ E $\left(\dfrac{7}{3},3\right)$

901 Dacă D este un punct din plan cu proprietatea că $COAD$ este paralelogram, atunci CD este:

A 5 B $\sqrt{13}$ C $3\sqrt{2}$ D $2\sqrt{3}$ E $\sqrt{19}$

902 Dacă M este un punct oarecare din plan, atunci valoarea minimă a expresiei $MA^2+MB^2+MC^2$ este:

A 35 B 44 C 38 D 41 E 53

Fie $a \in \mathbb{R}$ și fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x + \cos(ax)$.

903 $f(0)$ este:

A 2 B 0 C 1 D π E -2

904 Ecuația $f(x) = 2$ are soluție unică dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ B $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ C $\{-\pi, \pi\}$ D $\mathbb{R}^*$ E $(-1, 1)$

***

13

Simulare admitere 7 mai 2022

Se consideră mulțimea $M = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Care este numărul submulțimilor lui M ce conțin ...

905 cel puțin un element mai mic decât 5?

A 496 B 480 C 448 D 248 E 240

906 cel puțin un element mai mic decât 5 și cel puțin un element mai mare decât 5?

A 434 B 448 C 217 D 224 E 248

Pe $\mathbb{Z}$ se definește legea de compoziție $x * y = x + (-1)^x y$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$. Care este ...

907 elementul neutru în raport cu legea "$*$"?

A 0 B 1 C -1 D 2 E nu există element neutru

908 simetricul lui 2022 în raport cu legea "$*$"?

A -2023 B 2022 C 2022 nu are element simetric D 2021 E -2022

909 numărul soluțiilor ecuației $x * x = 2022$ $(x \in \mathbb{Z})$?

A 0 B 1 C 2 D 2022 E 2023

910 Numărul soluțiilor complexe ale ecuației $z^2 = -2\overline{z}$ este:

A 4 B 0 C 1 D 2 E 3

Pentru orice $m \in \mathbb{R}^*$ se definește funcția

$$f_m : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_m(x) = mx^2 - (2m+1)x + m + 1, \quad \text{pentru orice } x \in \mathbb{R}.$$

911 Valoarea lui m pentru care $x = 2$ este soluție a ecuației $f_m(x) = 0$ este:

A -2 B -1 C 1 D 2 E 3

912 Vârfurile parabolelor reprezentate de graficele funcțiilor f_m se află pe dreapta de ecuație:

A $x + 2y = 1$ B $2x + y = 1$ C $x - 2y = 1$ D $2x - y = 1$ E $x - 2y = 2$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

913 A^2 este:

A $-A$ B A C I_2 D $-4I_2$ E O_2

914 Numărul soluțiilor $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^2 = A$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E infinit

915 Dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ verifică ecuația $X^2 = A$, atunci X^{2022} este:

A A B $2022 \cdot I_2$ C $-A$ D $i \cdot I_2$ E $i \cdot A$

916 Valoarea expresiei $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} x \, dx + \int_0^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} x \, dx$ este:

A $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ B 1 C $\frac{2\pi}{3} - \ln 2$ D $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$ E $\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2}\ln 2.$

Fie funcția continuă $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, cu $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$ pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$.

917 $f(0)$ este:

A 0 B 1 C 2 D $\dfrac{1}{2}$ E $\sqrt{2}$

918 Mulțimea soluțiilor ecuației $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}+1}$ este:

A $\{1\}$ B $\{0,1\}$ C $\emptyset$ D $\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ E $\{0\}$.

919 $f'(0)$ este:

A 0 B 1 C 2 D $\dfrac{1}{2}$ E $\sqrt{2}$

920 Mulțimea valorilor funcției f este:

A $(-1,1)$ B $\mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$ C $\mathbb{R}$ D $[-2,2]$ E $\left[1-\sqrt{2}, \sqrt{2}-1\right]$.

921 Numărul soluțiilor ecuației $f(\operatorname{tg} x) = \operatorname{tg} \dfrac{x}{2}$ din intervalul $[0, 4\pi]$ este:

A 1 B 2 C 4 D 6 E infinit

922 $\displaystyle\int_0^{2\sqrt{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $1+\sqrt{2}$ B $\sqrt{2}-\dfrac{1}{2}\ln 2$ C 0 D $1-\ln\dfrac{3}{2}$ E $2-\ln 2$

923 $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B 1 C 2 D e E $\frac{\mathrm{e}^2}{2}$.

924 $\displaystyle\int_0^2 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{2-x}}\cdot\sin\frac{\pi x}{2}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{2}{\pi}$ B $\frac{\pi}{2}$ C $2\sqrt{2}$ D $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ E $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$.

925 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)}\,\mathrm{d}x$ este:

A $2\ln 3$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ C $2\sqrt{3}$ D $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ E $\frac{\pi\ln 3}{2}$.

926 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x\cdot\cos 2x\cdot\cos 3x}{x^2}$ este:

A 7 B 6 C 3 D $\frac{11}{2}$ E $\frac{15}{2}$

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1}=x_n^2+x_n$, pentru orice $n\in\mathbb{N}$, unde $x_0\in\mathbb{R}$.

927 $x_3=0$ dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\{-1,0\}$ B $\{0\}$ C $\{1\}$ D $\{-1,0,1\}$ E $[-1,1]$

928 Dacă șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ este convergent, atunci limita sa este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

929 Dacă $x_0=-\frac{1}{2}$, atunci $\displaystyle\lim_{n\to\infty} nx_n$ este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

În planul xOy se consideră pătratul $ABCD$, astfel încât vârfurile lui sunt ordonate în sens trigonometric, $A(2,7)$ iar $M(-2,1)$ este punctul de intersecție a diagonalelor.

930 Panta dreptei BD este:

A $-\frac{2}{3}$ B $\frac{3}{2}$ C $-\frac{3}{5}$ D $\frac{5}{3}$ E $-\frac{1}{2}$

931 Aria pătratului $ABCD$ este:

A 104 B 61 C 85 D 101 E 122

932 Punctul B are coordonatele:

A $(-8,5)$ B $(-9,5)$ C $(-8,6)$ D $(-9,6)$ E $(-7,5)$

933 Numărul soluțiilor ecuației $\sin x \cdot \sin 2x = 1$ din intervalul $[0,4\pi]$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

934 Dacă $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$, atunci $\sin^6 x + \cos^6 x$ este:

A $\frac{1}{4}$ B 1 C $\frac{1}{8}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

***

14

Admitere 15 iulie 2022

Se consideră mulțimea $M = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Care este numărul submulțimilor lui M ce conțin ...

935 cel puțin un număr impar?

A 496 B 480 C 448 D 248 E 240

936 cel puțin un număr par mai mic decât 5 și cel puțin un număr par mai mare decât 5?

A 434 B 336 C 217 D 352 E 416

Fie numărul complex $z = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(1 - i)$.

937 z^2 este:

A $-i$ B $\dfrac{i}{2}$ C $\dfrac{z}{2}$ D i E $2z$

938 Valoarea expresiei $1 + z + z^2 + \cdots + z^{2022}$ este:

A $-\overline{z}$ B $-z$ C z D 1 E i

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

939 Valoarea lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care $A^2 = x \cdot A$ este:

A 5 B 1 C 2 D 6 E 3

940 A^{2022} este:

A $5^{2021}A$ B $5A$ C $5^{2021}I_2$ D $6^{2021}A$ E 0_2

941 $\det\left(A + A^2 + \cdots + A^{2022}\right)$ este:

A 0 B 2022 C 5^{4044} D $\dfrac{5^{2023}-1}{4}$ E 6^{2023}

Pe $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ se definește legea de compoziție $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

942 Elementul neutru în raport cu legea „$*$" este:

A 1 B 0 C -1 D $\sqrt{2}$ E -2

943 Simetricul lui -2022 în raport cu legea „$*$" este:

A $\dfrac{1}{2022}$ B 2022 C $-\dfrac{1}{2022}$ D -2022 E Numărul -2022 nu este simetrizabil

944 Numărul soluțiilor ecuației $x * x = 1$ este:

A 4 B 1 C 2 D 0 E infinit

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{k-1}{k!}$, pentru orice $n \geq 0$.

945 x_1 este:

A -2 B -1 C 0 D 1 E 2

946 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A e B -1 C 0 D 1 E $\mathrm{e}-1$

947 $\lim\limits_{n\to\infty} n\sqrt[n]{|x_n|}$ este:

A e B $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ C 0 D 1 E $\mathrm{e}-1$

948 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{e^x-1}-\dfrac{1}{\ln(1+x)}\right)$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B 1 C 2 D $-\dfrac{1}{2}$ E -1

949 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\dfrac{x^\pi-(\sin x)^\pi}{x^{\pi+2}}$ este:

A $\dfrac{\pi}{2}$ B $\dfrac{\pi}{3}$ C $\dfrac{\pi}{4}$ D $\dfrac{\pi}{6}$ E limita nu există

950 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\displaystyle\int_0^n \dfrac{x^2}{\sqrt{x^4+1}}\,dx$ este:

A 1 B $\dfrac{\pi}{2}$ C ∞ D $\dfrac{1}{2}$ E $\ln 2$

Fie funcția $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$, cu $f(x)=\dfrac{2-x}{1+2x}$, pentru orice $x\geq 0$.

951 Numărul soluțiilor ecuației $f(f(x))=x$ este:

A infinit B 0 C 1 D 2 E 4

952 $f'(x)$ este:

A $-\dfrac{2x}{(1+2x)^2}$ B $\dfrac{4}{(1+2x)^2}$ C $\dfrac{3-4x}{(1+2x)^2}$ D $-\dfrac{5}{(1+2x)^2}$ E $\dfrac{2}{1+2x}$

953 Mulțimea valorilor funcției f este:

A $\left(-\dfrac{1}{2},2\right]$ B $\left(-\dfrac{1}{2},\infty\right)$ C $(-2,2]$ D $(-\infty,2]$ E $\mathbb{R}$

954 Mulțimea valorilor $a\in\mathbb{R}$ pentru care expresia $\operatorname{arctg}(x+a)+\operatorname{arctg}(f(x)+a)$ nu depinde de x este:

A $\{0,1\}$ B $\{0\}$ C $\{-1,0\}$ D $\emptyset$ E $\{-1,0,1\}$

955 $\displaystyle\int_0^2 \operatorname{arctg} f(x)\,dx$ este:

A $\dfrac{\ln 5}{2}$ B $\operatorname{arctg} 2$ C $\dfrac{\pi\ln 5}{2}$ D $2\cdot\ln 5\cdot\operatorname{arctg} 2$ E $2\cdot\operatorname{arctg} 2$

Fie $a > 0$ și fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, cu $f(x) = a^x - 2x - 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

956 $f(0)$ este:

A 0 B 1 D $a-1$ E -1 E $a+1$

957 Mulțimea valorilor lui a pentru care $f(x) \geq 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$ este:

A $(0,1) \cup \{e^2\}$ B $(1, e^2] \setminus \{e\}$ C $\left(\frac{1}{e}, e^2\right)$ D $\{e^2\}$ E $\{2e, e^2\}$

958 Dacă $a = e$, atunci $\int_0^1 f(x)\,dx$ este:

A $e-3$ B 1 C 0 D $e-2$ E $e+2$

959 Valoarea expresiei $\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{x\cos^2 x}{1+\sin x}\,dx$ este:

A $\frac{\pi}{2} - 1$ B $\frac{\pi}{2} + 1$ C $\frac{3\pi}{2} + 1$ D $\frac{\pi - 1}{2}$ E $\frac{\pi + 1}{2}$

În planul xOy se consideră un triunghi ABC, în care $A(0,4)$, mediana din B are ecuația $x - 4y + 6 = 0$, iar mediana din C are ecuația $x + 6y - 14 = 0$.

960 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $(2,2)$ B $(2,1)$ C $(1,2)$ D $(1,3)$ E $(2,3)$

961 Mijlocul laturii $[BC]$ are coordonatele:

A $(3,1)$ B $(2,1)$ C $(2,0)$ D $(3,0)$ E $(4,0)$

Fie funcția $f\colon [0,2\pi] \to \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = 2\cos^2 x + \sin 2x$, pentru orice $x \in [0,2\pi]$.

962 $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ este:

A $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$ B $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$ C $1+\sqrt{2}$ D $1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ E $1+\sqrt{6}$

963 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 2$ este:

A 5 B 4 C 3 D 2 E 1

964 Maximul funcției f este:

A $1+\sqrt{2}$ B 2 C $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$ D $1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ E $1+\sqrt{3}$

* * *

15

Simulare admitere 6 mai 2023

965 Numărul polinoamelor $P \in \mathbb{C}[X]$ de grad 3 ce au toate rădăcinile în mulțimea $\{0, 1, 2, \ldots, 8\}$ și verifică $\lim_{x\to\infty} \frac{P(x)}{x^3} = 1$ este:

A 165 B 129 C 84 D 120 E 240

Pentru orice $m \in \mathbb{R}$ se definește funcția

$$f_m\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_m(x) = mx^2 - 2(m+1)x + m - 1, \quad \text{pentru orice } x \in \mathbb{R}.$$

966 Mulțimea valorilor lui m pentru care ecuația $f_m(x) = 0$ are soluții reale este:

A $[0, \infty)$ B $[-1, \infty)$ C $\left[-\frac{1}{3}, \infty\right)$ D $[1, \infty)$ E $\mathbb{R}^*$

967 Vârfurile parabolelor reprezentate de graficele funcțiilor f_m $(m \neq 0)$ se află pe dreapta de ecuație:

A $x + y = -2$ B $x - y = 6$ C $2x + y = -1$ D $y = -2x$ E $y = -x$

968 Mulțimea punctelor comune tuturor graficelor funcțiilor f_m $(m \in \mathbb{R})$ este inclusă în dreapta:

A $x = 0$ B $y = 3$ C $y = x$ D $y = -2x + 1$ E $y = -3x$

969 Restul împărțirii polinomului $X^{2023} - 2X^{22} + 3X^{10} - 2$ la $X^3 + X^2 + X + 1$ este:

A $-X - 3$ B $2X^2 - X - 1$ C $X^2 - X$ D $2X + 1$ E 0

Pe mulțimea $(0,\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = \dfrac{xy}{x+y}$ pentru orice $x, y \in (0,\infty)$.

970 Elementul neutru în raport cu legea „$*$" este:

A 0 B 1 C $\sqrt{2}$ D 2 E nu există element neutru.

971 Numărul perechilor (x,y) (cu $x,y>0$) care verifică relația $\dfrac{1}{x*y} = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}$ este:

A infinit B 1 C 2 D 4 E 6

972 $\lim\limits_{n\to\infty} 1*2*3*\cdots*n$ este:

A 0 B $\ln 2$ C ∞ D limita nu există E $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$

Fie $a \in \mathbb{C}$ și fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -a & 1 \end{pmatrix}$.

973 Mulțimea valorilor lui a pentru care $A^2 - 2A + I_2 = O_2$ este:

A $\{1,-1\}$ B $\{i,-i\}$ C $\{0\}$ D $\{\sqrt{2},-\sqrt{2}\}$ E $\emptyset$

974 Dacă $a = i$, atunci numărul soluțiilor $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ ale ecuației $AX = I_2$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E infinit

975 Dacă $a = i$, atunci A^{100} este:

A $2^{99}A$ B $2^{100}iA$ C $-2^{99}A$ D $-2^{99}iA$ E O_2

976 Fie numărul complex $z = \sin\dfrac{5\pi}{6} + i\cos\dfrac{5\pi}{6}$. Atunci z^6 este:

A 1 B -1 C i D $-i$ E $\dfrac{\sqrt{3}-i}{2}$

977 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x - \sin x \cdot \cos x}{x^3}$ este:

A $\dfrac{2}{3}$ B $\dfrac{1}{6}$ C $\dfrac{1}{3}$ D $-\dfrac{1}{3}$ E $\dfrac{4}{3}$

978 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{\operatorname{arctg}^2 x} - \dfrac{1}{\operatorname{tg}^2 x}\right)$ este:

A $\dfrac{4}{3}$ B $\dfrac{1}{6}$ C $\dfrac{1}{3}$ D 2 E $\dfrac{2}{3}$

979 $\displaystyle\int_0^2 \sqrt{|x-1|}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{4}{3}$ B $\dfrac{2}{3}$ C $\dfrac{1}{2}$ D 0 E 2

980 $\displaystyle\int_0^\pi x \cdot \cos x\,\mathrm{d}x$ este:

A -2 B $\pi - 2$ C $2 - \pi$ D $\pi + 2$ E 0

981 $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin \pi x}{9^x + 3}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{1}{3\pi}$ B $\dfrac{2}{3\pi}$ C $\dfrac{2}{9\pi}$ D $\dfrac{1}{\pi}$ E $\dfrac{2}{\pi}$

982 Limita șirului $\displaystyle\frac{1}{n\pi}\int_0^{n\pi} \frac{1}{2+\sin^2 x}\,\mathrm{d}x, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$ este:

A 1 B $\sqrt{6}$ C $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$ D $\dfrac{\pi}{\sqrt{6}}$ E $\dfrac{2}{\pi\sqrt{6}}$

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = 2x_n^2 - 1$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde $x_0 \in \mathbb{R}$.

983 Numărul valorilor lui x_0 pentru care șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ e constant este:

A 2 B 0 C 1 D 3 E infinit

984 Dacă $x_0 = \sqrt{2}$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A 0 B $-\infty$ C ∞ D 4 E limita nu există

985 Dacă $x_0 = \sqrt{2}$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n \cdot x_0 x_1 \cdots x_n}{x_{n+1}}$ este:

A 0 B 1 C $\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E 2

Fie $a \in \mathbb{R}$ fixat și fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, cu $f(x) = ax + \sin x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

986 Mulțimea valorilor lui a pentru care funcția f este inversabilă este:

A $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ B $\left[\dfrac{1}{\pi}, \infty\right)$ C $[1, \infty)$ D $\left(-\infty, -\dfrac{1}{\pi}\right] \cup \left[\dfrac{1}{\pi}, \infty\right)$ E $(0, \infty)$

987 Dacă $a = 2$, iar g este inversa funcției f, atunci $g'(0)$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B 1 C 2 D $\dfrac{1}{3}$ E 3

988 Numărul valorilor lui a pentru care dreapta de ecuație $y = x$ este tangentă la graficul funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

În planul xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(0,3)$ și M un punct variabil pe segmentul (AB). Fie P proiecția lui M pe Ox și N proiecția lui M pe Oy.

989 Ecuația dreptei AB este:

A $3x+4y=12$ B $4x+3y=12$ C $4x-3y=12$ D $3x-4y=12$ E $4x+3y=7$

990 Panta bisectoarei unghiului $\widehat{OAB}$ este:

A $-\frac{1}{3}$ B $-\frac{1}{2}$ C $-\frac{3}{8}$ D $-\frac{1}{4}$ E 1

991 Aria maximă a dreptunghiului $MNOP$ este:

A 3 B 4 C 2 D $2\sqrt{2}$ E $2\sqrt{3}$

Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, definită prin $f(x)=\cos x\cdot\cos 2x\cdot\cos 3x\cdot\cos 4x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

992 $f(\pi)$ este:

A 1 B -1 C 0 D $\frac{1}{4}$ E 2

993 Perioada principală a funcției f este:

A π B 2π C $\frac{\pi}{2}$ D $\frac{\pi}{4}$ E 8π

994 Numărul soluțiilor ecuației $f(x)=1$ din intervalul $[0,4\pi]$ este:

A 5 B 11 C 3 D 0 E 4

***

16

Admitere 17 iulie 2023

995 Numărul submulțimilor lui $\{2,3,4,5,6,7,8,9\}$ cu cel puțin două elemente numere prime este:

A 176 B 240 C 192 D 208 E 128

Pentru orice $m \in \mathbb{R}$ se definește funcția $f_m : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f_m(x) = mx^2 - (4m+3)x + 4m + 6, \quad \text{pentru orice } x \in \mathbb{R}.$$

996 Mulțimea valorilor lui m pentru care ecuația $f_m(x) = 0$ are soluții reale este:

A $[-1,\infty)$ B $(-\infty,1)$ C $\mathbb{R}$ D $[0,\infty)$ E $\mathbb{R}^*$

997 Numărul punctelor comune tuturor graficelor funcțiilor f_m ($m \in \mathbb{R}$) este:

A 1 B 0 C 2 D 3 E infinit

998 Numărul perechilor (m,n), cu $0 < m < n$, pentru care graficele funcțiilor f_m și f_n au tangentă comună într-un punct comun este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

Fie polinoamele $P(X) = X^{2024} + (X+1)^{2023}$ și $Q(X) = X^2 + X + 1$, iar $x_1, x_2 \in \mathbb{C}$ rădăcinile lui $Q(X)$.

999 Restul împărțirii lui $P(X)$ la $Q(X)$ este:

A $-2X-1$ B $2X+1$ C $X+2$ D 0 E $X-1$

1000 $P\left(\dfrac{x_1}{x_2}\right) + P\left(\dfrac{x_2}{x_1}\right)$ este:

A $1+2^{2023}$ B -2 C 2 D $2i$ E 0

Pe mulțimea $(0,\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = \dfrac{x^{\lg y} + y^{\lg x}}{2}$, pentru orice $x, y > 0$.

1001 $1 * 2$ este:

A 10 B 1 C $\dfrac{3}{2}$ D $\dfrac{1+\lg 2}{2}$ E $1 + \dfrac{\lg 2}{2}$

1002 Elementul neutru în raport cu legea „$*$" este:

A 10 B 1 C 2 D $\dfrac{1}{10}$ E $\lg 2$

1003 Numărul elementelor $x \in (0,\infty)$ care **nu** sunt simetrizabile în raport cu legea „$*$" este:

A 0 B 2 C infinit D 10 E 1

1004 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{10} * \sqrt[3]{10} * \cdots * \sqrt[n]{10}$ este:

A 0 B 1 C 10 D $10^{\frac{1}{e}}$ E ∞

Pentru $a \in \mathbb{R}$ se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ -2x + az = -2 \\ -x + 3y - z = -1 \end{cases}$ în necunoscutele x, y, z, iar prin A se notează matricea sistemului.

1005 Mulțimea valorilor lui a pentru care $\operatorname{rang} A = 3$ este:

A $\mathbb{R} \setminus \{-3,-2\}$ B $\emptyset$ C $\{-3,-2\}$ D $\{2,3\}$ E $\mathbb{R} \setminus \{2,3\}$

1006 Numărul valorilor lui a pentru care sistemul admite o infinitate de soluții este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

1007 Numărul valorilor lui a pentru care sistemul admite soluție, cu x, y, z în progresie aritmetică în această ordine, este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E infinit

1008 Mulțimea soluțiilor $z \in \mathbb{C}$ ale ecuației $|z| + \overline{z} = 3 + i\sqrt{3}$ este:

A $\{1 - i\sqrt{3}\}$ B $\{1 - i\sqrt{3}, 1 + i\sqrt{3}\}$ C $\{1 - i\sqrt{3}, 2 - i\sqrt{3}\}$ D $\{2 - i\sqrt{3}\}$ E $\{2 - i\sqrt{3}, 2 + i\sqrt{3}\}$

1009 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \dfrac{\ln \frac{2x}{x+1}}{\ln x}$ este:

A 1 B 0 C $\ln 2$ D $1+\ln 2$ E 2

1010 $\lim\limits_{x\to\pi} \left(\dfrac{1}{1+\cos x} - \dfrac{2}{\sin^2 x}\right)$ este:

A -1 B $-\dfrac{1}{2}$ C 1 D 0 E $\dfrac{1}{2}$

1011 $\displaystyle\int_3^7 \frac{x}{x^2-4}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\ln 3$ B $\dfrac{1}{2}\left(\operatorname{arctg}\dfrac{7}{2} - \operatorname{arctg}\dfrac{3}{2}\right)$ C $\ln 7$ D $\ln\dfrac{5}{3}$ E $\dfrac{\pi}{4}$

1012 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\int_1^2 \frac{1}{x+x^{n+1}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\ln 2$ B $\dfrac{3}{2}$ C $\dfrac{1}{2}$ D $\ln\dfrac{3}{2}$ E $\operatorname{arctg} 2 - \dfrac{\pi}{4}$

1013 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n+1}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n}\right)$ este:

A 1 B 2 C $\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E 0

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = \dfrac{x_n}{2} + \dfrac{1}{x_n}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde $x_0 > 0$.

1014 Valoarea minimă pe care o poate lua x_1 este:

A $\sqrt{2}$ B 1 C nu există o valoare minimă D $\dfrac{3}{2}$ E $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

1015 Dacă $x_0 = 1$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A $\sqrt{2}$ B ∞ C 0 D 1 E $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

1016 $f''(0)$ este:

A 1 B -2 C 0 D -1 E 2

1017 Numărul punctelor de extrem ale funcției f este:

A 2 B 1 C 3 D 4 E 0

Fie $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}$ o funcție derivabilă, cu derivata continuă pe $[0, \pi]$. Pentru orice $n \in \mathbb{N}$, se definește $I_n = \displaystyle\int_0^{\pi} f(x) \cos^2(nx)\, \mathrm{d}x$.

1018 Dacă $f(x) = 1$, pentru orice $x \in [0, \pi]$, atunci I_1 este:

A π B $\dfrac{\pi}{2}$ C 2π D 1 E 0

1019 Dacă $\displaystyle\int_0^{\pi} f(x)\, \mathrm{d}x = 1$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} I_n$ este:

A 1 B $\dfrac{\pi}{2}$ C 0 D $\dfrac{1}{2}$ E π.

În planul xOy se consideră punctele $A(\sqrt{3}, 0)$, $B(0, 1)$ și C simetricul lui O față de dreapta AB.

1020 Panta dreptei OC este:

A $\sqrt{3}$ B 1 C $-\sqrt{3}$ D $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ E $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

1021 Lungimea segmentului $[OC]$ este:

A $\sqrt{3}$ B 2 C 3 D $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ E $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

1022 Dacă M este un punct oarecare în interiorul patrulaterului $OACB$, atunci valoarea minimă pe care o poate lua suma $MO + MA + MB + MC$ este:

A $2 + \sqrt{3}$ B $3 + \sqrt{3}$ C $2 + 2\sqrt{3}$ D $3 + 2\sqrt{3}$ E $1 + 2\sqrt{3}$

Fie funcția $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos x$, pentru orice $x \in [0, 2\pi]$.

1023 $f(\pi)$ este:

A 1 B -1 C 0 D $\sqrt{2}$ E $\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$

1024 Dacă $f(x) = \sqrt{2}$, atunci $\sin 2x$ este:

A 1 B $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ C $-\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ E -1

***

17

Autori/Propunători

1	Maria Câmpian	42	Ioan Gavrea	83	Mihaela Bercheșan
2	Daria Dumitraș	43	Ioan Gavrea	84	Mihaela Bercheșan
3	Vicuța Neagoș	44	Ioan Gavrea	85	Eugenia Duca
4	Maria Câmpian	45	Daniela Roșca	86	Mircea Ivan
5	Eugenia Duca	46	Eugenia Duca	87	Alexandra Ciupa
6	Liana Timboș	47	Eugenia Duca	88	Alexandru Mitrea
7	Liana Timboș	48	Alexandru Mitrea	89	Ioan Rașa
8	Liana Timboș	49	Alexandru Mitrea	90	Ioan Rașa
9	Dalia Cîmpean	50	Alexandru Mitrea	91	Ioan Rașa
10	Dalia Cîmpean	51	Alexandru Mitrea	92	Ioan Rașa
11	Dalia Cîmpean	52	Alexandru Mitrea	93	Mircea Ivan
12	Maria Câmpian	53	Eugenia Duca	94	Mircea Ivan
13	Maria Câmpian	54	Tania Lazar	95	Daria Dumitraș
14	Maria Câmpian	55	Gheorghe Toader	96	Daria Dumitraș
15	Alexandra Ciupa	56	Daniela Marian	97	Vasile Pop
16	Alexandra Ciupa	57	Ioan Rașa	98	Silvia Toader
17	Viorica Muresan	58	Ioan Rașa	99	Nicolaie Lung
18	Viorica Muresan	59	Ioan Rașa	100	Nicolaie Lung
19	Dalia Cîmpean	60	Ioan Rașa	101	Daniela Roșca
20	Radu Peter	61	Ioan Rașa	102	Dorian Popa
21	Mircea Ivan	62	Alexandru Mitrea	103	Neculae Vornicescu
22	Daria Dumitraș	63	Ioan Rașa	104	Neculae Vornicescu
23	Daniela Inoan	64	Daniela Roșca	105	Vasile Miheșan
24	Nicolaie Lung	65	Daniela Roșca	106	Daria Dumitraș
25	Daria Dumitraș	66	Floare Tomuța	107	Vasile Miheșan
26	Daniela Roșca	67	Daniela Roșca	108	Daniela Roșca
27	Daniela Roșca	68	Daniela Roșca	109	Daniela Roșca
28	Adela Novac	69	Daniela Roșca	110	Daniela Roșca
29	Adela Novac	70	Alexandru Mitrea	111	Vasile Pop
30	Floare Tomuța	71	Alexandru Mitrea	112	Vasile Pop
31	Mircea Dan Rus	72	Gheorghe Toader	113	Silvia Toader
32	Mircea Dan Rus	73	Eugenia Duca	114	Silvia Toader
33	Mircea Dan Rus	74	Silvia Toader	115	Gheorghe Toader
34	Floare Tomuța	75	Silvia Toader	116	Rozica Moga
35	Iuliu Crivei	76	Silvia Toader	117	Rozica Moga
36	Viorica Mureșan	77	Ioan Gavrea	118	Viorica Mureșan
37	Neculae Vornicescu	78	Ioan Gavrea	119	Dorian Popa
38	Neculae Vornicescu	79	Bogdan Gavrea	120	Mircea Ivan
39	Alexandra Ciupa	80	Bogdan Gavrea	121	Iuliu Crivei
40	Vasile Pop	81	Alexandra Ciupa	122	Iuliu Crivei
41	Vasile Câmpian	82	Mihaela Bercheșan	123	Daniela Roșca

124 - Ioan Gavrea
125 - Ioan Gavrea
126 - Vasile Pop
127 - Alexandru Mitrea
128 - Viorica Mureșan
129 - Ovidiu Furdui
130 - Ovidiu Furdui
131 - Alina Sîntămărian
132 - Vasile Pop
133 - Mircea Ivan
134 - Mircea Ivan
135 - Eugenia Duca
136 - Neculae Vornicescu
137 - Iuliu Crivei
138 - Gheorghe Toader
139 - Alexandra Ciupa
140 - Silvia Toader
141 - Vasile Câmpian
142 - Daniela Inoan
143 - Dorian Popa
144 - Neculae Vornicescu
145 - Mircea Ivan
146 - Vasile Pop
147 - Mircea Ivan
148 - Daniela Inoan
149 - Dorian Popa
150 - Gheorghe Toader
151 - Viorica Mureșan
152 - Vasile Pop
153 - Floare Tomuța
154 - Vasile Miheșan
155 - Ioan Gavrea
156 - Ioan Gavrea
157 - Radu Peter
158 - Ioan Rașa
159 - Vasile Pop
160 - Vasile Pop
161 - Neculae Vornicescu
162 - Alexandru Mitrea
163 - Alexandru Mitrea
164 - Floare Tomuța
165 - Daniela Roșca
166 - Mircea Ivan
167 - Mircea Dan Rus
168 - Mircea Dan Rus
169 - Alexandra Ciupa
170 - Vasile Miheșan
171 - Vasile Pop
172 - Floare Tomuța
173 - Alexandru Mitrea
174 - Alexandru Mitrea
175 - Alexandru Mitrea
176 - Alexandru Mitrea
177 - Alexandru Mitrea
178 - Alexandru Mitrea
179 - Alexandru Mitrea
180 - Dorian Popa
181 - Dorian Popa
182 - Dorian Popa
183 - Dorian Popa
184 - Dorian Popa
185 - Vasile Pop
186 - Gheorghe Toader
187 - Viorica Mureșan
188 - Viorica Mureșan
189 - Daniela Roșca
190 - Nicolaie Lung
191 - Iuliu Crivei
192 - Iuliu Crivei
193 - Daniela Roșca
194 - Vasile Miheșan
195 - Vasile Miheșan
196 - Vasile Miheșan
197 - Vasile Pop
198 - Vasile Pop
199 - Vasile Pop
200 - Vasile Pop
201 - Silvia Toader
202 - Silvia Toader
203 - Silvia Toader
204 - Ioan Rașa
205 - Ioan Rașa
206 - Ioan Rașa
207 - Mircia Gurzău
208 - Vasile Pop
209 - Vasile Pop
210 - Alexandru Mitrea
211 - Gheorghe Toader
212 - Dorian Popa
213 - Dorian Popa
214 - Dorian Popa
215 - Iuliu Crivei
216 - Iuliu Crivei
217 - Daniela Inoan
218 - Dorian Popa
219 - Ioan Rașa
220 - Adela Novac
221 - Adela Novac
222 - Dorian Popa
223 - Dorian Popa
224 - Dorian Popa
225 - Mircea Ivan
226 - Nicolaie Lung
227 - Nicolaie Lung
228 - Nicolaie Lung
229 - Constantin Todea
230 - Vasile Pop
231 - Ioan Gavrea
232 - Vasile Pop
233 - Vasile Pop
234 - Vasile Pop
235 - Mircea Rus
236 - Mircea Rus
237 - Mircea Rus
238 - Mircea Rus
239 - Mircea Rus
240 - Mircea Rus
241 - Mircea Rus
242 - Mircea Rus
243 - Mircea Rus
244 - Mircea Rus
245 - Mircea Rus
246 - Mircea Rus
247 - Silvia Toader
248 - Silvia Toader
249 - Daniela Roșca
250 - Vicuța Neagoș
251 - Alexandru Mitrea
252 - Ioan Gavrea
253 - Dorian Popa
254 - Dorian Popa
255 - Daniela Roșca
256 - Ioan Rașa
257 - Maria Câmpian
258 - Maria Câmpian
259 - Maria Câmpian
260 - Adela Novac
261 - Viorica Mureșan
262 - Daniela Roșca
263 - Alexandra Ciupa
264 - Ioan Rașa
265 - Nicolaie Lung
266 - Alexandra Ciupa
267 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
268 - Ioan Rașa
269 - Daria Dumitraș
270 - Adela Capătă
271 - Ioan Gavrea
272 - Ioan Gavrea
273 - Ioan Gavrea
274 - Mircea Ivan
275 - Alina Sîntămărian
276 - Mircea Ivan
277 - Neculae Vornicescu
278 - Silvia Toader
279 - Marius Birou
280 - Alexandra Ciupa
281 - Adrian Holhos
282 - Adrian Holhos
283 - Ioan Rașa
284 - Eugenia Duca
285 - Mircea Ivan
286 - Adela Capătă
287 - Adela Capătă
288 - Viorica Mureșan
289 - Dorian Popa
290 - Dorian Popa
291 - Dorian Popa
292 - Dorian Popa
293 - Dorian Popa
294 - Dorian Popa
295 - Dorian Popa
296 - Dorian Popa
297 - Dorian Popa
298 - Mircea Ivan
299 - Mircea Ivan
300 - Mircea Ivan
301 - Mircea Ivan
302 - Vasile Pop

303 - Adela Novac
304 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
305 - Mircea Ivan
306 - Vasile Pop
307 - Mircea Ivan
308 - Radu Peter
309 - Adrian Holhoș
310 - Floare Tomuța
311 - Floare Tomuța
312 - Dorian Popa
313 - Alexandra Ciupa
314 - Vasile Pop
315 - Radu Peter
316 - Radu Peter
317 - Alexandru Mitrea
318 - Ovidiu Furdui
319 - Mircea Ivan
320 - Mircea Ivan
321 - Mircea Ivan
322 - Mircea Ivan
323 - Daniela Roșca
324 - Daniela Roșca
325 - Lucia Blaga
326 - Lucia Blaga
327 - Alexandra Ciupa
328 - Alexandra Ciupa
329 - Alexandra Ciupa
330 - Vasile Pop
331 - Maria Câmpian
332 - Neculae Vornicescu
333 - Daniela Inoan
334 - Vicuța Neagoș
335 - Tania Lazar
336 - Tania Lazar
337 - Daniela Inoan
338 - Dorian Popa
339 - Vasile Pop
340 - Maria Câmpian
341 - Radu Peter
342 - Iuliu Crivei
343 - Alexandra Ciupa
344 - Vasile Câmpian
345 - Adrian Holhoș
346 - Alina-Ramona Baias
347 - Adrian Holhoș
348 - Neculae Vornicescu
349 - Mircea Ivan
350 - Mircea Ivan
351 - Mircea Ivan
352 - Mircea Dan Rus
353 - Mircea Dan Rus
354 - Mircea Dan Rus
355 - Neculae Vornicescu
356 - Neculae Vornicescu
357 - Daniela Roșca
358 - Vasile Pop
359 - Alexandru Mitrea
360 - Dorian Popa
361 - Tania Lazar
362 - Adela Novac
363 - Adela Novac
364 - Mircea Ivan
365 - Daniela Roșca
366 - Ioan Rașa
367 - Alexandru Mitrea
368 - Alexandru Mitrea
369 - Daniela Marian
370 - Vasile Pop
371 - Mircea Ivan
372 - Mircea Ivan
373 - Ioan Gavrea
374 - Neculae Vornicescu
375 - Mircea Ivan
376 - Mircea Ivan
377 - Mircea Ivan
378 - Daniela Marian
379 - Daniela Marian
380 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
381 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
382 - Mircea Ivan
383 - Alexandra Ciupa
384 - Alexandru Mitrea
385 - Daniela Roșca
386 - Daniela Roșca
387 - Mircea Dan Rus
388 - Mircea Dan Rus
389 - Mircea Dan Rus
390 - Dorian Popa
391 - Ioan Gavrea
392 - Alexandru Mitrea
393 - Mircea Ivan
394 - Dorian Popa
395 - Vasile Ile
396 - Alexandru Mitrea
397 - Lucia Blaga
398 - Mircea Ivan
399 - Daniela Roșca
400 - Alexandru Mitrea
401 - Gheorghe Toader
402 - Gheorghe Toader
403 - Mircea Dan Rus
404 - Mircea Dan Rus
405 - Mircea Dan Rus
406 - Dorian Popa
407 - Dorian Popa
408 - Dorian Popa
409 - Ioan Gavrea
410 - Ioan Gavrea
411 - Alexandru Mitrea
412 - Dalia Cîmpean
413 - Dorian Popa
414 - Vasile Pop
415 - Vasile Pop
416 - Vasile Pop
417 - Neculae Vornicescu
418 - Iuliu Crivei
419 - Mircea Ivan
420 - Alexandru Mitrea
421 - Ioan Rașa
422 - Vasile Pop
423 - Vasile Pop
424 - Mircia Gurzău
425 - Neculae Vornicescu
426 - Daniela Marian
427 - Daniela Marian
428 - Neculae Vornicescu
429 - Mihaela Bercheșan
430 - Mihaela Bercheșan
431 - Mihaela Bercheșan
432 - Alexandru Mitrea
433 - Adela Novac
434 - Daniela Roșca
435 - Silvia Toader
436 - Gheorghe Toader
437 - Silvia Toader
438 - Gheorghe Toader
439 - Mircia Gurzău
440 - Mircia Gurzău
441 - Vasile Miheșan
442 - Mircea Ivan
443 - Vasile Câmpian
444 - Dorian Popa
445 - Mircea Ivan
446 - Mircea Ivan
447 - Mircea Ivan
448 - Mircea Ivan
449 - Daniela Inoan
450 - Mircea Ivan
451 - Teodor Potra
452 - Alexandru Mitrea
453 - Viorica Mureșan
454 - Daniela Marian
455 - Gheorghe Toader
456 - Ioan Rașa
457 - Rozica Moga
458 - Alexandra Ciupa
459 - Ovidiu Furdui
460 - Maria Câmpian
461 - Alexandru Mitrea
462 - Mircea Ivan
463 - Rozica Moga
464 - Rozica Moga
465 - Alina Sîntămărian
466 - Rozica Moga
467 - Nicolaie Lung
468 - Maria Câmpian
469 - Maria Câmpian
470 - Neculae Vornicescu
471 - Vasile Miheșan
472 - Viorica Mureșan
473 - Ovidiu Furdui
474 - Viorica Mureșan
475 - Mircea Ivan
476 - Luminita Cotirla
477 - Daniela Roșca
478 - Luminita Cotirla
479 - Luminita Cotirla

480 - Luminita Cotirla
481 - Luminita Cotirla
482 - Ovidiu Furdui
483 - Alina-Ramona Baias
484 - Alina-Ramona Baias
485 - Alina-Ramona Baias
486 - Ovidiu Furdui
487 - Alexandru Mitrea
488 - Alexandru Mitrea
489 - Floare Tomuța
490 - Daniela Inoan
491 - Daniela Inoan
492 - Daniela Inoan
493 - Floare Tomuța
494 - Maria Câmpian
495 - Iuliu Crivei
496 - Dorian Popa
497 - Mircea Ivan
498 - Ioan Gavrea
499 - Ioan Gavrea
500 - Mircea Ivan
501 - Alexandru Mitrea
502 - Alexandru Mitrea
503 - Vasile Miheșan
504 - Vasile Miheșan
505 - Adela Novac
506 - Dorian Popa
507 - Dorian Popa
508 - Alina Sîntămărian
509 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
510 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
511 - Vasile Pop
512 - Ioan Gavrea
513 - Alexandra Ciupa
514 - Liana Timboș
515 - Liana Timboș
516 - Liana Timboș
517 - Vasile Pop
518 - Daniela Roșca
519 - Alexandra Ciupa
520 - Alexandra Ciupa
521 - Mircia Gurzău
522 - Daniela Marian
523 - Daniela Marian
524 - Nicolaie Lung
525 - Alexandru Mitrea
526 - Alexandru Mitrea
527 - Alexandru Mitrea
528 - Mircea Dan Rus
529 - Mircea Dan Rus
530 - Mircea Dan Rus
531 - Mircea Dan Rus
532 - Ovidiu Furdui
533 - Ovidiu Furdui
534 - Mircea Ivan
535 - Mircea Ivan
536 - Mircea Ivan
537 - Mircea Ivan
538 - Mircea Ivan
539 - Mircea Ivan
540 - Mircea Ivan
541 - Mircea Ivan
542 - Vasile Miheșan
543 - Mircea Ivan
544 - Mircea Ivan
545 - Mircea Ivan
546 - Mircea Ivan
547 - Mircea Ivan
548 - Vasile Câmpian
549 - Ioan Rașa
550 - Maria Câmpian
551 - Maria Câmpian
552 - Alexandra Ciupa
553 - Vasile Miheșan
554 - Viorica Mureșan
555 - Viorica Mureșan
556 - Teodor Potra
557 - Silvia Toader
558 - Daria Dumitraș
559 - Vasile Pop
560 - Vasile Pop
561 - Dorian Popa
562 - Dorian Popa
563 - Mircia Gurzău
564 - Mihaela Bercheșan
565 - Mihaela Bercheșan
566 - Mihaela Bercheșan
567 - Alina-Ramona Baias
568 - Alina-Ramona Baias
569 - Alina-Ramona Baias
570 - Liana Timboș
571 - Liana Timboș
572 - Floare Tomuța
573 - Floare Tomuța
574 - Floare Tomuța
575 - Daniela Inoan
576 - Vasile Pop
577 - Vasile Pop
578 - Vasile Pop
579 - Vasile Pop
580 - Vasile Pop
581 - Vasile Pop
582 - Vasile Pop
583 - Rozica Moga
584 - Mircea Ivan
585 - Mircia Gurzău
586 - Mircea Dan Rus
587 - Mircea Dan Rus
588 - Mircea Dan Rus
589 - Viorica Mureșan
590 - Bogdan Gavrea
591 - Bogdan Gavrea
592 - Ioan Gavrea
593 - Ioan Gavrea
594 - Vasile Miheșan
595 - Adrian Holhoș
596 - Alina Sîntămărian
597 - Alina Sîntămărian
598 - Marius Birou
599 - Maria Câmpian
600 - Floare Tomuța
601 - Vasile Miheșan
602 - Eugenia Duca
603 - Vasile Câmpian
604 - Daniela Roșca
605 - Daniela Roșca
606 - Dorian Popa
607 - Vasile Pop
608 - Vasile Miheșan
609 - Maria Câmpian
610 - Alexandru Mitrea
611 - Alexandru Mitrea
612 - Alexandru Mitrea
613 - Vasile Miheșan
614 - Gheorghe Toader
615 - Mircea Ivan
616 - Alexandru Mitrea
617 - Daria Dumitraș
618 - Radu Peter
619 - Luminita Cotirla
620 - Mircea Ivan
621 - Vasile Miheșan
622 - Dorian Popa
623 - Silvia Toader
624 - Alina Sîntămărian
625 - Alexandru Mitrea
626 - Silvia Toader
627 - Viorica Mureșan
628 - Mircea Ivan
629 - Maria Câmpian
630 - Alexandru Mitrea
631 - Dorian Popa
632 - Alexandru Mitrea
633 - Dorian Popa
634 - Dorian Popa
635 - Daniela Inoan
636 - Daniela Inoan
637 - Daniela Inoan
638 - Daniela Inoan
639 - Vasile Miheșan
640 - Vasile Miheșan
641 - Ioan Rașa
642 - Dalia Cîmpean
643 - Dalia Cîmpean
644 - Dalia Cîmpean
645 - Marius Birou
646 - Marius Birou
647 - Alexandru Mitrea
648 - Vasile Miheșan
649 - Alexandra Ciupa
650 - Daria Dumitraș
651 - Alina-Ramona Baias
652 - Alina-Ramona Baias
653 - Alina-Ramona Baias
654 - Ioan Gavrea
655 - Ioan Gavrea
656 - Ioan Gavrea
657 - Daniela Inoan

658 - Daniela Inoan
659 - Daniela Inoan
660 - Daria Dumitraș
661 - Dorian Popa
662 - Vasile Pop
663 - Vasile Miheșan
664 - Eugenia Duca

***

18

Răspunsuri

1: C	31: C	61: E	91: A	121: B	151: E
2: C	32: D	62: B	92: D	122: B	152: C
3: C	33: B	63: B	93: E	123: E	153: E
4: C	34: C	64: C	94: B	124: E	154: D
5: D	35: D	65: D	95: E	125: C	155: A
6: A	36: C	66: D	96: E	126: C	156: A
7: B	37: B	67: A	97: D	127: B	157: A
8: C	38: C	68: A	98: B	128: B	158: C
9: B	39: B	69: C	99: D	129: A	159: C
10: C	40: D	70: B	100: A	130: B	160: C
11: D	41: C	71: C	101: B	131: B	161: C
12: B	42: C	72: B	102: B	132: B	162: B
13: C	43: D	73: C	103: A	133: D	163: D
14: C	44: C	74: A	104: D	134: B	164: D
15: B	45: C	75: B	105: C	135: A	165: D
16: D	46: B	76: C	106: D	136: C	166: C
17: A	47: E	77: D	107: A	137: C	167: C
18: B	48: A	78: C	108: C	138: A	168: D
19: B	49: D	79: C	109: B	139: A	169: B
20: E	50: D	80: E	110: D	140: B	170: D
21: B	51: C	81: C	111: B	141: C	171: C
22: A	52: D	82: A	112: C	142: D	172: B
23: E	53: D	83: B	113: E	143: D	173: B
24: B	54: C	84: D	114: B	144: C	174: A
25: C	55: D	85: E	115: A	145: C	175: B
26: B	56: A	86: E	116: A	146: D	176: D
27: C	57: D	87: D	117: B	147: B	177: B
28: D	58: C	88: C	118: C	148: A	178: A
29: A	59: B	89: A	119: C	149: D	179: E
30: C	60: A	90: B	120: E	150: C	180: C

181: A	225: A	269: C	313: E	357: C	401: C
182: B	226: B	270: A	314: D	358: A	402: A
183: C	227: A	271: B	315: A	359: E	403: D
184: D	228: B	272: A	316: C	360: A	404: E
185: C	229: E	273: A	317: E	361: B	405: B
186: C	230: A	274: A	318: B	362: C	406: C
187: C	231: B	275: B	319: B	363: D	407: B
188: C	232: E	276: B	320: E	364: B	408: B
189: A	233: D	277: B	321: E	365: E	409: D
190: C	234: B	278: D	322: A	366: E	410: C
191: C	235: A	279: C	323: E	367: E	411: E
192: B	236: E	280: C	324: D	368: D	412: D
193: E	237: C	281: A	325: B	369: A	413: B
194: E	238: A	282: C	326: A	370: E	414: C
195: D	239: B	283: E	327: B	371: C	415: A
196: B	240: D	284: E	328: C	372: B	416: A
197: D	241: A	285: D	329: D	373: C	417: B
198: E	242: C	286: B	330: E	374: E	418: A
199: C	243: D	287: E	331: D	375: D	419: D
200: C	244: A	288: E	332: D	376: B	420: B
201: B	245: B	289: B	333: A	377: A	421: B
202: D	246: C	290: E	334: E	378: A	422: D
203: A	247: A	291: A	335: D	379: A	423: D
204: B	248: C	292: C	336: B	380: A	424: B
205: B	249: A	293: A	337: B	381: A	425: C
206: B	250: B	294: A	338: A	382: C	426: A
207: C	251: D	295: A	339: E	383: C	427: A
208: C	252: B	296: B	340: C	384: A	428: C
209: D	253: D	297: A	341: B	385: B	429: C
210: B	254: B	298: E	342: D	386: D	430: E
211: C	255: D	299: A	343: A	387: B	431: E
212: D	256: C	300: A	344: B	388: A	432: D
213: D	257: C	301: A	345: A	389: C	433: B
214: B	258: D	302: D	346: A	390: C	434: E
215: B	259: B	303: B	347: A	391: D	435: E
216: A	260: E	304: A	348: E	392: B	436: D
217: B	261: D	305: C	349: E	393: E	437: A
218: D	262: A	306: C	350: D	394: E	438: C
219: A	263: D	307: E	351: B	395: A	439: B
220: A	264: D	308: E	352: C	396: B	440: B
221: B	265: B	309: C	353: E	397: D	441: D
222: B	266: A	310: A	354: B	398: E	442: E
223: B	267: A	311: B	355: B	399: C	443: E
224: E	268: B	312: E	356: B	400: E	444: B

445: D	489: B	533: C	577: A	621: E	665: B
446: A	490: E	534: E	578: B	622: B	666: E
447: C	491: A	535: E	579: E	623: C	667: D
448: E	492: B	536: C	580: A	624: A	668: E
449: B	493: C	537: E	581: C	625: D	669: A
450: C	494: D	538: B	582: D	626: E	670: B
451: E	495: B	539: C	583: E	627: C	671: A
452: C	496: A	540: B	584: D	628: E	672: D
453: C	497: B	541:	585: D	629: B	673: A
454: A	498: C	542:	586: D	630: D	674: B
455: A	499: B	543:	587: A	631: E	675: D
456: A	500: A	544:	588: C	632: D	676: E
457: B	501: E	545:	589: D	633: B	677: C
458: C	502: D	546:	590: D	634: E	678: E
459: A	503: C	547:	591: D	635: A	679: C
460: C	504: B	548: C	592: B	636: B	680: D
461: D	505: E	549: A	593: C	637: A	681: E
462: B	506: A	550: D	594: A	638: C	682: A
463: A	507: E	551: E	595: B	639: C	683: E
464: E	508: A	552: A	596: A	640: B	684: A
465: A	509: A	553: C	597: C	641: D	685: C
466: A	510: A	554: A	598: C	642: D	686: A
467: B	511: E	555: D	599: D	643: B	687: C
468: D	512: A	556: A	600: E	644: A	688: B
469: A	513: A	557: A	601: B	645: D	689: C
470: A	514: A	558: D	602: C	646: A	690: D
471: A	515: B	559: B	603: C	647: D	691: B
472: D	516: C	560: A	604: B	648: C	692: D
473: D	517: C	561: B	605: E	649: E	693: B
474: B	518: D	562: D	606: B	650: A	694: C
475: A	519: B	563: C	607: D	651: B	695: E
476: A	520: B	564: D	608: D	652: D	696: B
477: B	521: C	565: B	609: C	653: C	697: A
478: A	522: A	566: C	610: A	654: B	698: C
479: A	523: B	567: A	611: A	655: A	699: B
480: A	524: D	568: B	612: C	656: B	700: A
481: A	525: B	569: B	613: B	657: C	701: E
482: C	526: C	570: A	614: E	658: A	702: D
483: A	527: D	571: B	615: A	659: D	703: E
484: C	528: B	572: D	616: D	660: B	704: A
485: D	529: D	573: B	617: C	661: D	705: E
486: B	530: A	574: D	618: B	662: E	706: A
487: A	531: C	575: A	619: A	663: D	707: B
488: C	532: C	576: A	620: A	664: B	708: C

709: D	753: C	797: E	841: B	885: A	929: C
710: B	754: A	798: A	842: C	886: B	930: A
711: A	755: A	799: C	843: E	887: A	931: A
712: C	756: B	800: D	844: D	888: C	932: A
713: B	757: A	801: B	845: E	889: A	933: A
714: C	758: E	802: E	846: E	890: C	934: A
715: D	759: A	803: E	847: A	891: A	935: B
716: E	760: B	804: E	848: E	892: B	936: B
717: D	761: D	805: A	849: B	893: A	937: A
718: E	762: E	806: D	850: A	894: B	938: A
719: D	763: B	807: C	851: A	895: B	939: A
720: C	764: C	808: E	852: D	896: D	940: A
721: B	765: B	809: B	853: A	897: A	941: A
722: D	766: E	810: B	854: A	898: A	942: A
723: C	767: A	811: C	855: A	899: A	943: D
724: A	768: B	812: D	856: A	900: A	944: E
725: D	769: E	813: A	857: C	901: B	945: B
726: C	770: C	814: A	858: E	902: C	946: C
727: D	771: E	815: A	859: E	903: A	947: A
728: E	772: D	816: B	860: A	904: A	948: E
729: B	773: E	817: E	861: A	905: A	949: D
730: C	774: A	818: E	862: A	906: A	950: A
731: E	775: B	819: B	863: C	907: A	951: A
732: D	776: C	820: B	864: A	908: E	952: D
733: E	777: D	821: A	865: B	909: A	953: A
734: A	778: C	822: A	866: A	910: A	954: A
735: D	779: D	823: A	867: A	911: C	955: A
736: C	780: A	824: A	868: A	912: A	956: A
737: D	781: D	825: D	869: B	913: C	957: D
738: A	782: C	826: D	870: C	914: A	958: A
739: B	783: D	827: E	871: A	915: A	959: A
740: C	784: C	828: C	872: B	916: A	960: A
741: D	785: E	829: A	873: A	917: A	961: A
742: E	786: B	830: D	874: B	918: A	962: A
743: B	787: C	831: C	875: A	919: D	963: A
744: C	788: D	832: A	876: A	920: A	964: A
745: E	789: A	833: C	877: E	921: E	965: A
746: B	790: D	834: A	878: C	922: E	966: C
747: E	791: E	835: C	879: D	923: A	967: A
748: A	792: B	836: D	880: A	924: A	968: E
749: B	793: A	837: A	881: A	925: A	969: A
750: A	794: E	838: B	882: A	926: A	970: E
751: B	795: C	839: A	883: A	927: A	971: A
752: A	796: D	840: D	884: A	928: A	972: A

973: C	982: C	991: A	1000: E	1009: A	1018: B
974: A	983: A	992: A	1001: B	1010: B	1019: D
975: A	984: C	993: A	1002: A	1011: A	1020: A
976: A	985: C	994: A	1003: E	1012: A	1021: A
977: A	986: A	995: A	1004: B	1013: A	1022: A
978: A	987: D	996: C	1005: A	1014: A	1023: B
979: A	988: E	997: A	1006: C	1015: A	1024: A
980: A	989: A	998: E	1007: B	1016: B	
981: A	990: A	999: D	1008: A	1017: A	

19

Indicații

$\boxed{2}$ $\lg 2^x = \lg(2^x + x - 1)$.

$\boxed{6}$ $f(1) = 0 \Rightarrow a + b = -2, f'(1) = 0 \Rightarrow 99a + b = -100 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

$\boxed{7}$ $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ este rădăcina polinomului $X^2 + X + 1$ și $\omega^3 = 1$. Din $f(\omega) = 0 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

$\boxed{8}$ $f = (X-1)^2(X+1) \cdot q + X^2 + X + 1$. Avem că $f(1) = 3, f(-1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$ iar din $f'(1) = 3 \Rightarrow 99a + b = -97$, deci $a = -1; b = 2$.

$\boxed{16}$ Coordonatele vârfului unei parabole sunt $x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{1-m}{m}$, $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{m-1}{m}$. Se observă relația $y_V = -x_V$.

$\boxed{24}$ Ecuație echivalentă cu $9^{x-1} + 7 = 4(3^{x-1} + 1)$, $\Longrightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$.

$\boxed{25}$ $1+x > 0$, $x \neq 0$, $2x^3+2x^2-3x+1 > 0$. Ecuația se mai scrie $2x^3+2x^2-3x+1 = (1+x)^3$.

$\boxed{27}$ Din $(a+b+c)^2 \geq 0$ rezultă $ab + bc + ac \geq -\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$. Minimul se atinge pentru $a + b + c = 0$, de exemplu, $a = 1/\sqrt{2}$, $b = -1/\sqrt{2}$, $c = 0$.

$\boxed{38}$ Ambele polinoame se divid cu $x^2 + x + 1$, iar primul nu se divide cu $x - 1$.

$\boxed{50}$ $\det(A) = V(1, -i, -1, i)$ și $A^4 = 16I_4$.

$\boxed{56}$ Se calculează mai întâi AA^t iar apoi determinantul acestei matrici,
$x_1 + x_2 + x_3 = 0$, $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2m$, $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3n$, $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 2m^2$.

$\boxed{66}$ Se obține ecuația $2(x^3 + 1) = 0$.

$\boxed{82}$ Se verifică ușor faptul ca $A \in P_1$ și $B \in P_1$. Pe de altă parte, $A \in P_2$ și $B \in P_2$ este echivalent cu

$$\begin{cases} 5 \cdot m + 2 \cdot n = 8 \\ m = -2. \end{cases}$$

Prin urmare, $m = -2$ și $n = 9$ este soluția.

$\boxed{\mathbf{83}}$ Se observă că $C \in P_1$. Punem condiția ca $C \in P_2$ și obținem relația $10m + 3n = 19$. Pentru că parabolele nu sunt tangente, ecuația

$$(m-1)x^2 + (4m+n-5)x + 5m + 2n - 4 = x^2 + 5x + 4$$

este de gradul I și atunci $m = 2$. Din relația $10m + 3n = 19$, rezultă $n = -\frac{1}{3}$. Prin urmare, soluția este $m = 2$ și $n = -\frac{1}{3}$.

$\boxed{\mathbf{84}}$ Din faptul că $T \in P_2$ rezultă că $m = -2$. Dacă parabolele sunt tangente, ecuația $-4x^2 + (n-17)x + 2n - 18 = 0$ are rădăcină dublă și din condiția $\Delta = 0$ obținem $n = 1$. Soluția este $m = -2$ și $n = 1$.

$\boxed{\mathbf{93}}$ Nu există un astfel de polinom.

$\boxed{\mathbf{101}}$ Notăm $y = 2^x + 2^{-x}$. Ecuația devine $8y^2 - 54y + 85 = 0$, cu soluțiile $y_1 = \dfrac{17}{4}$, $y_2 = \dfrac{5}{2}$. Soluțiile ecuației date sunt $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -2$.

$\boxed{\mathbf{106}}$ Pentru ca $f(x)$ să fie surjectivă trebuie ca $m > 0$ și $2m - 1 \leq 1 + m \ \Rightarrow\ m \in (0, 2]$.

$\boxed{\mathbf{107}}$ Se obține ecuația $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = a + \frac{1}{2}$.

$\boxed{\mathbf{164}}$ Suma coeficienților unui polinom este valoarea sa pentru $x = 1$.

$\boxed{\mathbf{179}}$ Fie a, b, c, d elementele matricei X. Se consideră situațiile:
$a + d = Tr(X) \neq 2$ si $a + d = 2$.

$\boxed{\mathbf{180}}$ $\operatorname{rang}(A \cdot B) \leq \min(\operatorname{rang}(A), \operatorname{rang}(B))$.

$\boxed{\mathbf{217}}$ Se scriu toți logaritmii în baza x.

$\boxed{\mathbf{229}}$ Avem: $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $\alpha^3 = 1$, $\alpha^2 = -\alpha - 1$, $\alpha^2 = \frac{1}{\alpha}$.
Deducem: $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2) = \det(I_2 + \alpha A - \alpha A^2 - A^2)$
$= \det\big((I_2 - A)(I_2 + A) + \alpha A(I_2 - A)\big) = \det\big((I_2 - A)(I_2 + (\alpha + 1)A)\big)$
$= \det(I_2 - A) \cdot \det(I_2 - \alpha^2 A) = \det(I_2 - A) \cdot \det\left(\frac{\alpha I_2 - A}{\alpha}\right) = 1$.
(Un exemplu de astfel de matrice $A \neq O_2$ este $A = (1 + \alpha) I_2$.)

$\boxed{\mathbf{230}}$ Avem $A^2 - (a + d)A + I_2 \det(A) = O_2$. Deducem: $A^n = O_2 \Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow A^n = (a + d)^{n-1} A \Rightarrow a + d = 0 \Rightarrow A^2 = O_2$.

$\boxed{\mathbf{234}}$ $f : (-1, 1) \to (0, \infty)$, $f(x) = f^{-1}(x) = \frac{1-x}{1+x}$ izomorfism de la $((-1, 1), *)$ la $((0, \infty), \cdot)$.
$\prod_{k=2}^{n} f(1/k) = \frac{2}{n+n^2}$; $f^{-1}\left(\frac{2}{n+n^2}\right) = \frac{-2+n+n^2}{2+n+n^2}$.

$\boxed{\mathbf{237}}$ Este suficient ca dintre cele două submulțimi să se precizeze doar aceea care îl conține pe 8 (cealaltă submulțime va fi complementară). Această submulțime se poate obține reunind cu $\{8\}$ oricare submulțime a mulțimii $A' = \{1, 2, \ldots, 7\}$ însă exceptând-o pe A' (în acest caz, ar rezulta că submulțimea obținută este chiar A, deci cea de a doua submulțime ar fi vidă). Sunt $2^7 - 1$ submulțimi ale mulțimii A', excluzînd-o pe ea însăși.

$\boxed{\mathbf{238}}$ Și în acest caz, este suficient să precizăm doar una dintre submulțimi (spre exemplu, pe aceea care îl conține pe 8). Pentru a completa submulțimea, mai rămân de ales oricare 3 elemente din $A' = \{1, 2, \ldots, 7\}$.

$\boxed{\mathbf{240}}$ Este suficient să se elimine din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin niciun număr impar (în număr de 2^4).

241 Similar cu problema anterioară, se elimină din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin numere pare (2^4 submulțimi) și pe cele care nu conțin numere impare (tot 2^4). Deoarece mulțimea vidă (este singura submulțime care) se elimină de două ori, răspunsul trebuie ajustat adunând înapoi 1. Rezultă răspunsul $2^8 - 2^4 - 2^4 + 1$.

242 Orice distribuție a bilelor în cutii este o funcție de la mulțimea bilelor la mulțimea cutiilor.

243 Similar cu punctul anterior, cu deosebirea că se mai introduce o cutie pentru bilele care ar putea rămâne nedistribuite.

254 $x_{n+1} - x_n = \frac{1}{x_n} > 0$, deci șirul este crescător. Rezultă că șirul are o limită L, finită sau infinită. Dacă presupunem că L este finită, avem $L = L+2/L$, deci $2/L = 0$, fals. Prin urmare $L = \infty$. Conform Lemei Stolz-Cesaro avem $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n^2}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} x_{n+1}^2 - x_n^2 = \lim\limits_{n\to\infty} 4 + 4/x_n^2 = 4$. Rezultă $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{\sqrt{n}} = 2$.

262 $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$.

263 $\frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+2^k} - \frac{1}{1+2^{k+1}}\right)$.

267 Se observă că $k! \cdot (k^2+1) = (k+2)! - 3(k+1)! + 2k!$.

270 Se scade $2n\pi$ la argumentul funcției cosinus.

272 Se pot folosi, de exemplu, inegalitățile $n \le a_n \le n+1$, $n \in \mathbb{N}^*$.

273 $n \le a_n \le n+1$ și Stolz-Cesaro

274 Se aplică Problema 541.

280 $p_n = \frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}$.

288 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} \ln\left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \cdots + a^{\frac{n}{n}}\right)$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n} \ln a + \lim_{n\to\infty} \frac{\ln(1 + a^{-\frac{n}{2}} + \cdots + a^{-n+1})}{n} = \ln a.$$

290 $f(x_n) := x_{n+1} - x_n = e^{x_n} - x_n - 1 \ge 0$, $\forall n \ge 0$, deci șirul este crescător.

291 Cum șirul este crescător rezultă că există $\lim\limits_{n\to\infty} x_n \in \overline{\mathbb{R}}$. Dacă presupunem că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$, $x \in \mathbb{R}$, din recurență obținem $x = e^x - 1$, de unde $x = 0$ contradicție cu $x_0 > 0$ și monotonia lui $(x_n)_{n\ge 0}$. Deci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$.

292 Pentru $x_0 \le 0$, șirul este crescător și mărginit superior de 0.

293 $\lim\limits_{n\to\infty} n x_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{\frac{1}{x_n}}$ și se aplică Stolz-Cesaro.

294 $x_{100} = 1 \Rightarrow x_{99} \in \{0, 1\}$. $x_{99} = 0$ nu convine deoarece implică $x_{98}^2 - x_{98} + 1 = 0$, etc.

295 $x_{n+1} - x_n = (x_n - 1)^2$, $n \ge 1$ deci șirul este nedescrescător. Dacă presupunem că există $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = l$, $l \in \mathbb{R}$, obținem $l = l^2 - l + 1$, deci $l = 1$. Dacă $x_1 < 0$ sau $x_1 > 1$ obținem

$x_n > 1$, $\forall n \geq 1$. Dacă $x_1 \in [0,1]$, obținem $x_n \in [0,1]$, $\forall n \geq 1$. Deci șirul este convergent pentru $x_1 \in [0,1]$ și are limita $l = 1$.

296 $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1)$. $\prod_{k=1}^{n} x_k = \frac{x_{n+1}-1}{x_1-1}$

297 $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1)$. $\frac{1}{x_n} = \frac{1}{x_n-1} - \frac{1}{x_{n+1}-1}$; $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{x_k} = \frac{1}{x_1-1} - \frac{1}{x_{n+1}-1}$

298 Mai general, fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcție strict crescătoare și strict convexă astfel încât există $a < b$ pentru care $f(a) = a$, $f(b) = b$. Atunci șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = f(x_n)$ converge spre a dacă și numai dacă $x_0 \in (-\infty, b)$.

301 Vezi problema 541.

304 Termenul general al șirului se poate scrie sub forma $n\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}-\ln n\right)}\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}} - 2\right)$.

309 $x_n = [n \lg_3 2 + \lg_3 2008]$.

315 $x_{2n} = y_n + \frac{1}{4}x_n$.

320 Se scrie:

$$x - \overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}} = (x - \sin x) + \left(\frac{\sin x - \overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{(\sin x)^3}\right) \cdot (\sin x)^3.$$

$L_n = \frac{1}{6} + L_{n-1}$; $L_n = \frac{n}{6}$.

333 Se pune $t = \dfrac{1}{x}$ și apoi se aplică regula lui L'Hospital:

$$\lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} \frac{(1+t)^{\frac{1}{t}} - e}{t} = \lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} (1+t)^{\frac{1}{t}} \left[\frac{1}{t(t+1)} - \frac{\ln(1+t)}{t^2}\right] = e \lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} \frac{t-(t+1)\ln(t+1)}{t^3+t^2} = -\frac{e}{2}.$$

337 Se aplică regula lui L'Hospital de două ori.

345 Se folosește limita $\lim\limits_{x\to 0}(e^x - 1)/x = 1$.

347 $|1/a| < 1$ și $(1/a)^n \to 0$.

360 Se scrie ecuația sub forma $xe^{-\frac{2}{x-1}} = m$ și se aplică șirul lui Rolle.

368 Trebuie ca derivata funcției f să aibă două rădăcini strict pozitive.

372 Pentru $b \neq 0$ se consideră $f(x) = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} b - \operatorname{arctg} \frac{x+b}{1-xb}$, $x \neq 1/b$. Se obține $f'(x) = 0$.

379 f surjectivă $\Leftrightarrow f([-2,1]) = M$, deci $M = [0,4]$, studiind graficul funcției.

381 Avem $g'(x) = f'(f(f(x))) \cdot f'(f(x)) \cdot f'(x)$.

384 $f'(0) = \sqrt[5]{\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{1}{6}x^3 - x + \sin x}{x^5}}$.

398 Se demonstrează imediat și elementar că

$$(x^m \log x)^{(k+m)} = m!\,(-1)^{k-1}(k-1)!\,x^{-k}, \quad m = 0, 1, \ldots,\ k = 1, 2, \ldots.$$

427 $f'(x) = 0$ deci f este constantă pe fiecare din intervalele din domeniu.

429 Ținând cont de domeniile funcțiilor care intervin în definiția funcției f avem: $|\frac{2x}{1+x^2}| \le 1$ și $|x| \in \mathbb{R}$ ceea ce este echivalent cu $x \in \mathbb{R}$.

430 Calculăm derivata funcției f și obținem

$$f'(x) := \begin{cases} \frac{-2}{1+x^2}, & x \in (-\infty, -1); \\ 0, & x \in (-1, 0) \cup (1, \infty); \\ \frac{2}{1+x^2}, & x \in (0, 1). \end{cases}$$

Prin urmare, pe intervalul $[1, \infty)$ funcția este constantă, deci $f(\pi) = f(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{2}$.

431 $f'(x) < 0$ pentru orice $x \in (-\infty, -1)$.

442 $e^{-\frac{x}{2}}(x+2) = t$.

449 Notație $t = \sqrt{\dfrac{x}{x+3}}$.

452 $x - 1 = t$; se obține $\int\limits_{-1}^{1} f(t)\mathrm{d}t$ unde $f(t) = \frac{2t^3+3t}{(t^2+4)^n}$ este funcție impară.

453

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x = 2\int_0^1 \frac{x^2+1-x^2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x.$$

454 Facem schimbarea de variabilă $x = 3 - t$.

455 Schimbare de variabilă $\sqrt{x+1} = t$.

457 $P(n) = n^5 - (n-1)^5$, $n \ge 2$.

478 Se integrează prin părți de două ori.

479 Se face schimbarea de variabilă $y = \arcsin\sqrt{x}$ în a doua integrală.

480 Prin schimbarea de variabilă $x = \frac{\pi}{4} - y$, integrala se reduce la $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \mathrm{tg}^2\, x\,\mathrm{d}x$.

481 $\frac{1}{x^2+x+1} = \frac{1}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$.

483 Se folosește substituția $u = \mathrm{tg}\, x$.

485 Se folosește relația $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \mathrm{tg}^2\, x$ și se aplică problema 483.

487 $L(0) = 1$ și $L(a) = \dfrac{1}{a}(e^a - 1)$ pentru $a > 0$; $e^2 = 7.29\ldots$.

488 Limita este $\displaystyle\int_0^1 x^2 \arcsin x \; \mathrm{d}x$.

489 Se integrează prin părți, după ce s-a utilizat formula $2\cos^2 x = 1 + \cos 2x$.

492 Avem $f(a) = \begin{cases} \frac{1}{2} - a, & a \leq 0, \\ \frac{1}{2} - a + a^2, & 0 < a < 1, \\ -\frac{1}{2} + a, & a \geq 1. \end{cases}$

496 $\arcsin(\sin x) = x$, dacă $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\arcsin(\sin x) = \pi - x$, dacă $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi]$.

508 Avem

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x} \mathrm{d}x &= \int_1^2 \frac{1}{e^x} \mathrm{d}x - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} \mathrm{d}x - \int_1^2 \frac{2}{x^3 e^x} \mathrm{d}x = \\ &= -\frac{1}{e^x}\bigg|_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} \mathrm{d}x + \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2}\right)' \frac{1}{e^x} \mathrm{d}x. \end{aligned}$$

510 $I + J = \displaystyle\int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2} \mathrm{d}x = \frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$ și $J - I = \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x} \mathrm{d}x = \ln 2$.

512 $a_{n+1} - a_n = \int_{a_n}^{a_{n-1}} e^{-x^2} \, \mathrm{d}x = (a_{n-1} - a_n) e^{-c^2}$.

513 Dacă $G(x) = \int\limits_0^x e^{t^3} \mathrm{d}t,\ G'(x) = e^{x^3},\ F(x^2) = G(x^2),\ F'(x) = e^{x^6}\, 2x$.

514 $f_1(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} t \cdot e^t \; \mathrm{d}t = e^t(t-1)\; |_0^{x^2} = e^{x^2}(x^2 - 1) + 1$.

515 $f_n'(x) = (F(x^2) - F(0))' = 2x \cdot F'(x^2) = 2x(x^2)^n e^{x^2} = 2x^{2n+1} e^{x^2}$, pentru $n = 1$ se obține $f_n'(1) = 2e$.

516 $0 \leq \displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^1 t^n \cdot e^t \; \mathrm{d}t \leq \lim_{n\to\infty} e \int_0^1 t^n \; \mathrm{d}t = \lim_{n\to\infty} \frac{e}{n+1} = 0$.

518 $nx - 1 \leq [nx] \leq nx$

521 Schimbare de variabilă $x = \pi - t$.

523 $I = \int_0^\pi x f(\sin x) \; \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \; \mathrm{d}x + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x f(\sin x) \; \mathrm{d}x$. Facem schimbarea de variabilă $x = \pi - y$ în a doua integrală și obținem $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \; \mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi - y) f(\sin y) \; \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \; \mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x) \; \mathrm{d}x - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \; \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x) \; \mathrm{d}x$. Pentru calcularea integralei I_1 aplicăm rezultatul de la întrebarea de mai sus și avem $I_1 = \int_0^\pi \frac{x \sin x \, \mathrm{d}x}{1+\sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \, \mathrm{d}x}{1+\sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \, \mathrm{d}x}{2-\cos^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin x \, \mathrm{d}x}{\cos^2 x - 2} = \pi \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{\cos x - \sqrt{2}}{\cos x + \sqrt{2}} \right| \Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3 + 2\sqrt{2}\right)$.

531 Deoarece $f(0) = -1$, rezultă că $g(-1) = 0$ și, deci, $g'(-1) = \frac{1}{f'(0)}$. Prin schimbarea de variabilă $x = f(y)$, se obține $\int_{-1}^{1-1/e} g(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 y f'(y)\mathrm{d}y = y f(y)|_0^1 - \int_0^1 f(y)\mathrm{d}y$.

532 Fie $I_n = \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n}\,dx$. Avem că

$$I_n \le \int_0^{1/2} \sqrt[n]{(1-x)^n + (1-x)^n}\,dx + \int_{1/2}^1 \sqrt[n]{x^n + x^n}\,dx = \frac{3}{4}\sqrt[n]{2}.$$

$$I_n \ge \int_0^{1/2} (1-x)\,dx + \int_{1/2}^1 x\,dx = \frac{3}{4}.$$

533

$$\frac{1}{n}\int_0^1 \ln\left(1+e^{nx}\right)\,dx - \frac{1}{n}\int_0^1 \ln(e^{nx})\,dx = \frac{1}{n}\int_0^1 \ln(1+e^{-nx})\,dx \le \frac{\ln 2}{n}.$$

536 $x = e^u$, $\int\limits_{t\ln 2}^{t\ln 3} \frac{e^{2u}}{u}du$; se aplică teorema de medie sau inegalități pentru e^{2u};

$\int\limits_{2^t}^{3^t} x\frac{x-1}{\ln x}\cdot\frac{1}{x-1}\,dx = c\frac{c-1}{\ln c}\cdot\int\limits_{2^t}^{3^t}\frac{1}{x-1}\,dx \sim \frac{c-1}{\ln c}\ln\left(\frac{3^t-1}{2^t-1}\right) \sim 1\cdot\ln\left(\frac{\ln 3}{\ln 2}\right)$

Mai general (Ivan 2004): Fie, de exemplu, $a, b > 1$ și fie f o funcție continuă pe o mulțime de forma $(1-\varepsilon, 1)\cup(1, 1+\varepsilon)$ astfel încât să existe limita $\lim\limits_{c\to 1}(c-1)f(c)$. Conform primei teoreme de medie a calculului integral există c în intervalul de capete a^t și b^t astfel ca

$\int\limits_{a^t}^{b^t} f(x)\,dx = \int\limits_{a^t}^{b^t}(x-1)f(x)\cdot\frac{1}{x-1}\,dx = (c-1)f(c)\cdot\int\limits_{a^t}^{b^t}\frac{1}{x-1}\,dx = (c-1)f(c)\cdot\ln\left(\frac{b^t-1}{a^t-1}\right),$

deci $\lim\limits_{t\to 0}\int\limits_{a^t}^{b^t} f(x)\,dx = \lim\limits_{c\to 1}(c-1)f(c)\cdot\ln\left(\frac{\ln b}{\ln a}\right)$.

537 Se folosește substituția $f(x) = x + e^x = y$, $x = f^{-1}(y)$ și problema 543.

538 Schimbare de variabilă $x = 3/t$.

539 Schimbare de variabilă $x = (2-t)/(1+2t)$.

540 Se folosește egalitatea $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg}\frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$, $x > 0$.

541 Mai general, fie $x_n, a_n > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$, astfel ca $\sum\limits_{n\ge 1}\frac{1}{a_n} = \infty$ și

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n} < 1.$$

Să demonstrăm că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$. Fie $0 < q < 1$ și $p \in \mathbb{N}^*$ astfel ca

$$\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n} < q, \qquad n \ge p.$$

Rezultă

$$x_{n+1} < x_p\, q^{\frac{1}{a_p}+\cdots+\frac{1}{a_n}}, \qquad n \ge p,$$

de unde $x_n \to 0$.

542 $x = a + b - t$.

$\boxed{\textbf{545}}$ $\displaystyle\int_0^1 f(nx)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^n f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor+T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor} f(x)\,\mathrm{d}x$ $\displaystyle+\frac{1}{n}\int_{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor+T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}{n}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x + \frac{1}{n}\int_0^{T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x \to \frac{1}{T}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x + 0.$

$\boxed{\textbf{564}}$ Panta dreptei AB este $m_{AB} = 1$ iar panta perpendicularei pe ea, este $m = -1$. Ecuația perpendicularei, scrisă prin punctul C, este: $x + y - 8 = 0$. Ecuația dreptei AB este $x - y + 1 = 0$. Intersectând cele două drepte, obținem proiecția punctului C pe dreapta AB, punctul $P(\frac{7}{2}, \frac{15}{4})$. Urmează că simetricul punctului C fată de dreapta AB este $C^{'}(1, 7)$.

$\boxed{\textbf{565}}$ Suma $DM + MC$ este minimă dacă punctul M este la intersecția dreptelor $DC^{'}$ și AB. Ecuația dreptei $DC^{'}$ este $x = 1$, prin urmare, rezultă $M(1, 2)$.

$\boxed{\textbf{566}}$ Fie punctul $M(x, x+1) \in AB$. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = DM^2 + MC^2$, adică $f(x) = (x-1)^2 + (x+1-1)^2 + (6-x)^2 + (2-x-1)^2$, sau $f(x) = 4\cdot x^2 - 16\cdot x + 38$. Funcția f își atinge minimul pentru $x = 2$. Obținem $M(2, 3)$.

$\boxed{\textbf{570}}$ $A(-4, 1) \notin d : 3x - y - 2 = 0$, $d(A, BD) = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Rightarrow BD = 3\sqrt{10} \Rightarrow l = 3\sqrt{5} \Rightarrow \mathcal{A} = 45$.

$\boxed{\textbf{571}}$ C este simetricul punctului A față de d, $AC \perp d \Rightarrow AC : x + 3y + 1 = 0$, $AC \cap d = \{M(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})\}$, M este mijlocul $[AC] \Rightarrow C(5, -2)$.

$\boxed{\textbf{580}}$ $\overrightarrow{MG} = \frac{\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}}{3} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow M = G$.

$\boxed{\textbf{581}}$ $\overrightarrow{NI} = \frac{a\overrightarrow{NA}+b\overrightarrow{NB}+c\overrightarrow{NC}}{a+b+c} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow N = I$.

$\boxed{\textbf{582}}$ $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow P = O$.

$\boxed{\textbf{610}}$ $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ sau $\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$

$\boxed{\textbf{611}}$ $(\sin x)^2 (\sin 2x)^2 \ldots (\sin nx)^2 = 1$; $(\sin x)^2 = 1$, $(\sin 2x)^2 = 1$

$\boxed{\textbf{617}}$ Ecuația se scrie $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = 1$

$\boxed{\textbf{619}}$ Se verifică $\cos x \neq 0$. Prin împărțirea cu $\cos^2 x$ în ambii membri, se obține o ecuație de gradul al doilea în $t = \operatorname{tg} x$.

$\boxed{\textbf{650}}$ $E = \cos 4\alpha + i\sin 4\alpha, \quad \sin 4\alpha = 0 \Rightarrow 4\alpha = k\pi$.

$\boxed{\textbf{653}}$ Se folosește reprezentarea geometrică a numerelor complexe.

$\boxed{\textbf{659}}$ $\displaystyle\cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n}$, $k = 1, \ldots, n$ sunt rădăcinile complexe ale ecuației $z^n - 1 = 0$; se folosesc relațiile lui Viète.

$\boxed{\textbf{660}}$ $\sqrt{3} - i = 2\left(\cos\frac{11\pi}{6} + i\sin\frac{11\pi}{6}\right)$; $-1 + i\sqrt{3} = 2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$.

$\boxed{\textbf{837}}$ Pentru $a, b \geq 1$, $x \geq 0$, avem

$$\begin{aligned}\int \frac{x^{b-1} - x^{a-1}}{(x^a+1)(x^b+1)}\,\mathrm{d}x &= \int \frac{x^{b-1} + x^{a+b-1} \quad - \quad x^{a+b-1} - x^{a-1}}{(x^a+1)(x^b+1)}\,\mathrm{d}x \\ &= \int\left(\frac{x^{b-1}}{x^b+1} - \frac{x^{a-1}}{x^a+1}\right)\mathrm{d}x = \ln\frac{\left(x^b+1\right)^{1/b}}{(x^a+1)^{1/a}} + \mathcal{C}.\end{aligned}$$

$\boxed{\mathbf{838}}$ Pentru $a \in \mathbb{R}$ și $b \in (0, \infty)$, avem $\displaystyle\int_{\frac{1}{b}}^{b} \frac{1}{(x^2+1)(x^a+1)}\,\mathrm{d}x \overset{x=1/y}{=\!=\!=} \frac{1}{2}\int_{\frac{1}{b}}^{b} \frac{1}{x^2+1}\,\mathrm{d}x.$

$\boxed{\mathbf{912}}$ $V_{f_m}(x_m, y_m)$, unde $x_m = \dfrac{2m+1}{2m} = 1 + \dfrac{1}{2m}$, iar $y_m = f_m(x_m) = -\dfrac{1}{4m}$. Atunci $x_m - 1 = (-2)y_m$, deci $x_m + 2y_m = 1$.

$\boxed{\mathbf{916}}$ Schimbare de variabilă / integrare prin părți / calcul separat al integralelor, sau direct:

$$\underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} x\,\mathrm{d}x}_{t=\operatorname{tg} x,\ x=\operatorname{arctg} t} + \int_0^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} x\,\mathrm{d}x = \int_0^{\sqrt{3}} \big(t \cdot \operatorname{arctg}' t + \operatorname{arctg} t\big)\,\mathrm{d}t = t \cdot \operatorname{arctg} t\Big|_0^{\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{3} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}.$$

$\boxed{\mathbf{922}}$ $\displaystyle\int_0^{2\sqrt{2}} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}+1}\,\mathrm{d}x.$ Facem schimbarea de variabilă

$$y = \sqrt{1+x^2}, \quad y^2 = 1 + x^2, \quad y\,\mathrm{d}y = x\,\mathrm{d}x,$$

astfel că $\displaystyle\int_0^{2\sqrt{2}} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_1^3 \frac{y}{y+1}\,\mathrm{d}y = (y - \ln(y+1))\Big|_1^2 = 2 - \ln 2.$