

TESTE GRILĂ DE MATEMATICĂ 2026

A U T O R I

Prof.univ.dr.	Vasile Câmpian	Conf.univ.dr.	Lucia Blaga
Prof.univ.dr.	Dalia Cîmpean	Conf.univ.dr.	Adela Capătă
Prof.univ.dr.	Iuliu Crivei	Conf.univ.dr.	Maria Câmpian
Prof.univ.dr.	Bogdan Gavrea	Conf.univ.dr.	Alexandra Ciupa
Prof.univ.dr.	Ioan Gavrea	Conf.univ.dr.	Luminița Ioana Cotîrlă
Prof.univ.dr.	Daniela Inoan	Conf.univ.dr.	Eugenia Duca
Prof.univ.dr.	Dumitru Mircea Ivan	Conf.univ.dr.	Ovidiu Furdui
Prof.univ.dr.	Nicolaie Lung	Conf.univ.dr.	Adrian Holhoș
Prof.univ.dr.	Vasile Miheșan	Conf.univ.dr.	Daniela Marian
Prof.univ.dr.	Alexandru Mitrea	Conf.univ.dr.	Adela Carmen Novac
Prof.univ.dr.	Viorica Mureșan	Conf.univ.dr.	Vasile Pop
Prof.univ.dr.	Ioan Radu Peter	Conf.univ.dr.	Teodor Potra
Prof.univ.dr.	Dorian Popa	Conf.univ.dr.	Mircea Dan Rus
Prof.univ.dr.	Ioan Rașa	Conf.univ.dr.	Silvia Toader
Prof.univ.dr.	Daniela Roșca	Lect.univ.dr.	Daria Dumitraș
Prof.univ.dr.	Alina Sîntămărian	Lect.univ.dr.	Mircia Gurzău
Prof.univ.dr.	Gheorghe Toader	Lect.univ.dr.	Vasile Ile
Prof.univ.dr.	Constantin Cosmin Todea	Lect.univ.dr.	Tania Angelica Lazăr
Prof.univ.dr.	Neculae Vornicescu	Lect.univ.dr.	Rozica Moga
Conf.univ.dr.	Alina-Ramona Baias	Lect.univ.dr.	Vicuța Neagoș
Conf.univ.dr.	Mihaela Bercheșan	Lect.univ.dr.	Liana Timboș
Conf.univ.dr.	Marius Birou	Lect.univ.dr.	Floare Ileana Tomuța

Coordonator Prof.univ.dr. Dumitru Mircea Ivan

Referenți:

Conf.univ.dr. Ovidiu Furdui
Prof.univ.dr. Ioan Gavrea
Prof.univ.dr. Alexandru Mitrea
Conf.univ.dr. Vasile Pop
Prof.univ.dr. Dorian Popa
Conf.univ.dr. Mircea Dan Rus
Prof.univ.dr. Neculae Vornicescu

Prefață

Culegerea de probleme *Teste grilă de matematică* continuă tradiția Universității Tehnice din Cluj-Napoca de a selecta viitorii studenți printr-un concurs de admitere pe baza subiectelor sub formă de grilă. Prezenta culegere a fost elaborată cu scopul de a contribui la o mai bună pregătire a candidaților la admitere și de a-i familiariza cu noua tipologie a subiectelor.

Structurată pe patru capitole: Algebră, Analiză matematică, Geometrie analitică și Trigonometrie, culegerea contribuie la recapitularea materiei din Programa pentru Bacalaureat.

Parcurgând toate gradele de dificultate, de la probleme foarte simple care necesită un minim de cunoștințe, până la probleme a căror rezolvare presupune cunoștințe temeinice, lucrarea este utilă tuturor categoriilor de elevi care se pregătesc pentru un examen de matematică.

Fiecare problemă propusă este urmată de cinci răspunsuri dintre care numai unul este corect. La sfârșit se dau răspunsurile corecte și indicații de rezolvare.

Testele care se vor da la simularea de admitere și la concursul de admitere vor conține probleme cu grade diferite de dificultate, alcătuite după modelul celor din culegere.

Autorii

^{}*

1	Algebră	1
2	Analiză matematică	33
3	Geometrie analitică	73
4	Trigonometrie	79
5	Simulare admitere 8 mai 2021	89
6	Admitere 22 iulie 2021	95
7	Simulare admitere 7 mai 2022	101
8	Admitere 15 iulie 2022	107
9	Simulare admitere 6 mai 2023	113
10	Admitere 17 iulie 2023	119
11	Simulare admitere 27 aprilie 2024	125
12	Admitere 22 iulie 2024	129
13	Simulare admitere 10 mai 2025	135
14	Admitere 14 iulie 2025	139
15	Autori/Propunători	143
16	Răspunsuri	147
17	Indicații	153

* * *

1

Mulțimea soluțiilor ecuației $z^2 = 3 - 4i$, $z \in \mathbb{C}$, este:

- A** $\{1, 2\}$ **B** $\{i, 2 - i\}$ **C** $\{2 - i, -2 + i\}$ **D** $\{3, -2 + i\}$ **E** $\{2 - i, 3 + i\}$

2

Soluția ecuației $x(1 - \lg 5) = \lg(2^x + x - 1)$ este:

- A** $x = \frac{1}{5}$ **B** $x = -1$ **C** $x = 1$ **D** $x = \frac{1}{2}$ **E** $x = -5$

3

Se consideră ecuația $3\{x\}^2 + 2\{x\} - 1 = 0$, unde $\{x\}$ este partea fracționară a numărului real x . Numărul soluțiilor situate în intervalul $[-2, 2]$ este:

- A** 2 **B** 1 **C** 4 **D** 3 **E** 0

4

Mulțimea soluțiilor reale ale sistemului $\begin{cases} 2(x-1) \geq 4(x+1) \\ x^2 + 4x > 0 \end{cases}$ este:

- A** $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ **B** $(-\infty, -4) \cup (2, \infty)$ **C** $(-\infty, -4)$ **D** $(2, \infty)$ **E** $(-1, 1)$

5

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m+2)x + m+3$, intersectează axa Ox în două puncte distincte este:

- A** $\mathbb{R}$ **B** $\emptyset$ **C** $\{-3\}$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Fie $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^{100} + aX^{99} + bX + 1$.

- 6 Valorile coeficienților a și b pentru care $x = 1$ este rădăcină dublă sunt:
A $a = -1; b = -1$ **B** $a = 2; b = -4$ **C** $a = -2; b = 0$ **D** $a = 0; b = -2$
E $a = 4; b = -2$
- 7 Valorile coeficienților a și b pentru care f se divide cu $X^2 + X + 1$ sunt:
A $a = 1; b = 1$ **B** $a = -1; b = -1$ **C** $a = -1; b = 0$ **D** $a = 1; b = -1$
E $a = 0; b = -1$
- 8 Valorile coeficienților a și b pentru care restul împărțirii polinomului f la $X^3 - X^2 - X + 1$ este $X^2 + X + 1$ sunt:
A $a = 2; b = -1$ **B** $a = 0; b = 1$ **C** $a = -1; b = 2$ **D** $a = -1; b = 1$ **E** $a = 1; b = 0$

Se dă funcția $f(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1$, unde $m \neq 0$ este parametru real.

- 9 Pentru ce valori ale lui m , $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$?
A $m \in (0, +\infty)$ **B** $m \in (1 + \sqrt{2}, +\infty)$ **C** $m \in (0, 1 + \sqrt{2})$ **D** $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$
E $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{2}, +\infty)$
- 10 Pentru ce valori ale lui m , $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$?
A $m \in (-\infty, 0)$ **B** $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$ **C** $m \in (-1, 1 - \sqrt{2})$
D $m \in (-\infty, 1 - \sqrt{2})$ **E** $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (0, \infty)$
- 11 Pentru ce valori ale lui m funcția admite rădăcină dublă?
A $m \in \{\pm 1\}$ **B** $m \in \{1, \pm\sqrt{2}\}$ **C** $m \in \{\pm\sqrt{2}\}$ **D** $m \in \{-1, 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$
E $m \in \{0, 1, \pm\sqrt{2}\}$

Se consideră ecuația $2x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$, unde $m \in \mathbb{R}$, iar x_1 și x_2 sunt rădăcinile reale ale ecuației.

- 12 Suma rădăcinilor $x_1 + x_2$ aparține intervalului
A $[0, 1]$ **B** $[0, 4]$ **C** $\mathbb{R}$ **D** $[0, 2]$ **E** $[-1, 4]$
- 13 Suma pătratelor rădăcinilor $x_1^2 + x_2^2$ aparține intervalului
A $[0, 4]$ **B** $[-2, 4]$ **C** $[0, 8]$ **D** $\mathbb{R}$ **E** $[0, 3]$
- 14 Produsul rădăcinilor x_1x_2 aparține intervalului
A $[-2, 0]$ **B** $[0, 4]$ **C** $[-\frac{1}{2}, 4]$ **D** $\mathbb{R}$ **E** $(0, 2)$

Fie funcțiile $f_m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_m(x) = mx^2 + 2(m-1)x + m-1$, $m \in \mathbb{R}$.

- 15 Mulțimea valorilor parametrului m pentru care ecuația $f_m(x) = 0$ are cel puțin o rădăcină reală este:

A $(-\infty, 1)$ **B** $(-\infty, 1]$ **C** $\mathbb{R}$ **D** alt răspuns **E** $[0, \infty)$

- 16 Vârfurile parabolilor asociate funcțiilor f_m , $m \neq 0$, se găsesc pe:

A parabola $y = x^2 + 2$ **B** dreapta $x + 2y = 0$ **C** dreapta $y = x$
D dreapta $y = -x$ **E** o paralelă la Ox

Fie funcția $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $g(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 0 \\ 3x+2, & \text{dacă } x > 0. \end{cases}$

- 17 Soluția inecuației $g(x) \geq 0$ este:

A $[-2, \infty)$ **B** $[-2, 0]$ **C** $[-\frac{2}{3}, \infty)$ **D** $[-2, -\frac{2}{3}]$ **E** $[0, \infty)$

- 18 Funcția $g^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este dată de:

A $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x \geq 2 \\ \frac{x-2}{4}, & \text{dacă } x < 2 \end{cases}$ **B** $g^{-1}(x) = \begin{cases} x-2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$
C $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3}, & \text{dacă } x \leq 2 \\ 2x-3, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$ **D** $g^{-1}(x) = \begin{cases} 2x-1, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$
E $g^{-1}(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

19

Se dau funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin

$$f(x) = \begin{cases} 5x+1, & x < 0 \\ 1-x^2, & x \geq 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -2 \\ 2x-1, & x > -2 \end{cases}.$$

Funcția $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h = f \circ g$ este definită prin:

A $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x > -2 \end{cases}$ **B** $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x \geq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & -2 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$
C $h(x) = \begin{cases} 4x(1-x), & x \leq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \end{cases}$ **D** $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x < -2 \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \\ 4x(1-x), & -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$
E $h(x) = \begin{cases} 2(5x-2), & x \geq -2 \\ 1-x^4, & x < -2 \end{cases}$

20

Fie $P \in \mathbb{R}[X]$, $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, un polinom cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 distincte două câte două. Pentru $Q \in \mathbb{R}[X]$ polinom de grad 1,

suma $\frac{Q(x_1)}{P'(x_1)} + \frac{Q(x_2)}{P'(x_2)} + \frac{Q(x_3)}{P'(x_3)}$ este egală cu

A $x_1 + x_2 + x_3$ **B** $x_1x_2x_3$ **C** $P(x_1 + x_2 + x_3)$ **D** 1 **E** 0

21

Fie $P, Q, R: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ funcții polinomiale de grad cel mult doi și $a, b, c \in \mathbb{C}$ astfel ca

$$\begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} = 1.$$

Suma $\begin{vmatrix} P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \end{vmatrix}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 3 **D** $P(0) + Q(0) + R(0)$ **E** $P(1)Q(1)R(1)$

22

Să se găsească numărul complex z dacă $|z| - z = 1 + 2i$.

- A** $z = \frac{3}{2} - 2i$ **B** $z = \frac{3}{2} + 2i$ **C** $z = \frac{1}{2} - 3i$ **D** $z = \frac{1}{2} + 3i$ **E** $z = -\frac{1}{2} + 3i$

Fie $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(z) = z^2 + z - \bar{z}$.

23

Soluțiile ecuației $f(z) = 0$ sunt:

- A** $\{0, 1 + 2i, 1 - 2i\}$ **B** $\{0, 1 + i, 1 - i\}$ **C** $\{0, i, -i\}$ **D** $\{0, 2 + i, 2 - i\}$
E $\{0, -1 + i, -1 - i\}$

24

Se consideră ecuația $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$. Mulțimea soluțiilor ecuației are:

- A** un element **B** două elemente **C** nici un element **D** trei elemente
E o infinitate de elemente

25

Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_{1+x}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3$.

- A** $x = 0$ **B** $x = -2$ **C** $x = 3$ **D** $x = \frac{1}{2}$ **E** $x = \frac{1}{3}$

26

Mulțimea soluțiilor ecuației $\frac{2 \lg x}{\lg(5x - 4)} = 1$ este:

- A** $\{1, 4\}$ **B** $\{4\}$ **C** $\{10\}$ **D** $\emptyset$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{0, \frac{4}{5}\}$

27

Se consideră mulțimea tripletelor de numere reale (a, b, c) care verifică relația $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Atunci $\min(ab + bc + ac)$ pentru această mulțime este:

- A** -1 **B** $-\frac{3}{4}$ **C** $-\frac{1}{2}$ **D** $-\frac{1}{3}$ **E** nu există minim

Fie $A_1 = \left\{x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z}\right\}$ și $A_2 = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid x = \frac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z}\right\}$.

28 Mulțimea A_1 este:

- A** $A_1 = \{1, 2, 3\}$ **B** $A_1 = \mathbb{N}$ **C** $A_1 = \{-2, 1, 4\}$ **D** $A_1 = \{1, 3, 5\}$
E $A_1 = \emptyset$

29 Mulțimea A_2 este:

- A** $A_2 = \{-1, 1, 3, 5\}$ **B** $A_2 = \{3, 5\}$ **C** $A_2 = \{3\}$ **D** $A_2 = \emptyset$ **E** $A_2 = \{-1\}$

30

Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 x) \geq 1$ este:

- A** $[3, \infty)$ **B** $(0, \sqrt[3]{9})$ **C** $(1, \sqrt[3]{3}]$ **D** $(\frac{1}{3}, 1]$ **E** $(0, 1) \cup (\sqrt[3]{3}, +\infty)$

Restul împărțirii polinomului X^{10}

31 la $X + 1$ este:

- A** -1 **B** 0 **C** 1 **D** 9 **E** alt răspuns

32 la $(X + 1)^2$ este:

- A** -10 **B** $-10X$ **C** $10X + 9$ **D** $-10X - 9$ **E** $X - 9$

33 la $(X + 1)^3$ este:

- A** $-9X^2 + 22$ **B** $45X^2 + 80X + 36$ **C** $X + 2$ **D** 1 **E** 0

34

Mulțimea soluțiilor ecuației $2A_n^{n-3}x^2 + 4A_n^{n-2}x + 3P_n = 0$, $n \geq 3$, este:

- A** $\{n, \frac{n}{2}\}$ **B** $\{1, A_n^2\}$ **C** $\{-3\}$ **D** $\{A_n^3\}$ **E** $\emptyset$.

35

Să se determine primul termen a_1 și rația q a unei progresii geometrice $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ dacă:

$$\begin{cases} a_4 - a_2 = 6, \\ a_3 - a_1 = 3. \end{cases}$$

- A** $a_1 = -1; q = 3$ **B** $a_1 = 3; q = \frac{1}{2}$ **C** $a_1 = 2; q = -2$
D $a_1 = 1; q = 2$ **E** $a_1 = 1; q = 3$.

36

Care sunt valorile coeficienților reali a și b din ecuația

$$x^3 - ax^2 + bx + 1 = 0,$$

dacă acești coeficienți sunt rădăcini ale ecuației?

- A** $a = 1, b = 0$ **B** $a = 1, b \in \mathbb{R}$ **C** $a = 1, b = -1$ **D** $a \in \mathbb{R}, b = -1$ **E** $a \in \mathbb{R}, b = 1$

37

Coeficientul lui x^{99} din dezvoltarea polinomului

$$(x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-99)(x-100)$$

este:

- A** -4950 **B** -5050 **C** 99 **D** -100 **E** 3450

38

Cel mai mare divizor comun al polinoamelor $(x+1)^{4n+3} + x^{2n}$, $n \in \mathbb{N}^*$ și $x^3 - 1$ este:

- A** $x^3 - 1$ **B** $x - 1$ **C** $x^2 + x + 1$ **D** sunt prime între ele **E** $(x+1)^{4n+3} + x^{2n}$

39

Valoarea expresiei $(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^4)(1-\alpha^5)$, unde $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $\alpha^3 = 1$, este:

- A** -1 **B** 9 **C** 0 **D** $9i$ **E** $3i$

40

Fie numerele reale $a, b, c, d \in (0, 1) \cup (1, \infty)$. Dacă $\log_a b \log_b c \log_c d = 1$ atunci:

- A** $a = b \in (0, 1)$ și $c = d \in (1, \infty)$ **B** $a = b \in (1, \infty)$ și $c = d \in (0, 1)$
C $a = c \in (0, 1)$ și $b = d \in (1, \infty)$ **D** $a = d$ **E** $a = c \in (1, \infty)$ și $b = d \in (0, 1)$

41

Suma $\sum_{k=1}^n k \cdot k!$ este:

- A** $n(n+1)$ **B** $n \cdot n!$ **C** $(n+1)! - 1$ **D** $n!$ **E** $2n \cdot n!$

Se consideră matricea $U(a, b) = \begin{pmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{pmatrix}$.

42

Matricea $U(a, b)$ este singulară dacă și numai dacă

- A** $a = b$ **B** $a \neq -3b$ **C** $(a-b)(3b+a) = 0$ **D** $a+3b = 0$ **E** alt răspuns

43

$U^{11}(1, 1)$ este

- A** $U(1, 1)$ **B** $4^{100}U(1, 1)$ **C** $2^{22}U(1, 1)$ **D** $2^{20}U(1, 1)$ **E** $4^8U(1, 1)$

44

Inversa matricei $U(1, 2)$ este:

- A** $U(1, 2)$ **B** $U(1, 2) - U(1, 1)$ **C** $\frac{U(1, 2) - 6I_4}{7}$ **D** nu există **E** alt răspuns

45

Dacă $a^2 + b^2 = 1$, atunci inversa matricei $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ este:

- A** $\begin{pmatrix} -a & -b \\ b & -a \end{pmatrix}$ **B** $\begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$ **C** $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ **D** $\begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$

46

Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & a & 3 \end{pmatrix}$ are rangul minim pentru:

- A** $a = 0$ **B** $a = 1$ **C** $a = 7$ **D** $a = 21$ **E** $a = -21$

Se consideră matricea: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{pmatrix}$.

47

Determinantul matricei A este:

- A** $16i$ **B** $-16i$ **C** 16 **D** -16 **E** 0

48

A^4 este:

- A** I_4 **B** $2I_4$ **C** $4I_4$ **D** $16I_4$ **E** $256I_4$

49

Numărul soluțiilor $n \in \mathbb{Z}$ ale ecuației $16A^{8n} + 16I_4 = 257A^{4n}$ este:

- A** 16 **B** 8 **C** 4 **D** 2 **E** 1

Se dă matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

50

$\det A$ este:

- A** 1 **B** 0 **C** -1 **D** 2 **E** ∞

51

Numărul de soluții în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^2 = A$ este:

- A** 10 **B** 1 **C** 2 **D** 0 **E** ∞

52

Sistemul de ecuații cu parametrul real m , $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 6x - 8y = 1 \\ 5x + 2y = m \end{cases}$, este compatibil numai dacă:

- A** $m = 0$ **B** $m = 1$ **C** $m = 2$ **D** $m = 3$ **E** $m = 4$

53

Sistemul de ecuații cu parametrii $m, n \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} mx + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ (2m - 1)x + 2y + z = n \end{cases}$$

este compatibil nedeterminat pentru:

- A** $m = 3; n \neq 3$ **B** $m \neq 3; n = 3$ **C** $m = 3; n = 3$ **D** $m \neq 3; n \neq 3$
E $m = 5; n = 3$

54

Dacă $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & n & 44 \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}$, atunci:

- A** $n = 1$ **B** $n = 2$ **C** $n = 4$ **D** $n = 8$ **E** $n = 16$

55

Fie $m, n \in \mathbb{R}$, x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 + mx + n = 0$ și matricea
 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix}$. Determinantul matricei A^2 este:

- A** $-4m^3 - 27n^2$ **B** $4m^3 - 27n^2$ **C** $-4m^3 + 27n^2$ **D** $-2n^3 - 27m^2$ **E** $-3n^3 - 27m^2$

56

Dacă $a < b < c$ și $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+2 & b+2 & c+2 \\ (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$, atunci:

- A** $D = 0$ **B** $D \leq 0$ **C** $D < 0$ **D** $D > 0$ **E** $D = -a^2 - b^2 - c^2$

Se consideră sistemul

$$(S) : \begin{cases} x & +2y & +3z & = 1 \\ 2x & -y & +az & = -3 \\ 3x & +y & +4z & = b \end{cases}.$$

57

 (S) este compatibil determinat dacă și numai dacă

- A** $a = 0$ **B** $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ **C** $a = 1, b = -2$

58

 (S) este compatibil nedeterminat dacă

- A** $a = 1, b = -2$ **B** $a = 1, b = 2$ **C** $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ **D** $a = 2, b = 1$

59

 (S) este incompatibil dacă și numai dacă

- A** $a = 1, b = 2$ **B** $a \neq 2, b = 1$ **C** $a \neq 1, b \neq -2$ **D** $a \neq 0, b = 2$ **E** $a = 1, b \neq -2$

60

Numărul valorilor parametrului real m pentru care sistemul

$$\begin{cases} 2x + 2y + mxy &= 5 \\ (m-1)(x+y) + xy &= 1 \\ 3x + 3y - xy &= m+1 \end{cases}, \text{ are soluții } (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \text{ este:}$$

A 0**B** 1**C** 2**D** 3**E** 4

61

Dacă sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x + ay + 4z &= 0 \\ x - y - z &= 0 \\ 3x - 2y - z &= 0 \end{cases}, a \in \mathbb{R}$
este compatibil determinat, atunci:

A $a = 1$ **B** $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ **C** $a \in \mathbb{R}^*$ **D** $a \in (0, \infty)$ **E** $a \in (1, \infty)$

62

Dacă $A = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$, atunci:

A $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t & -\sin^n t \\ \sin^n t & \cos^n t \end{pmatrix}$

B $A^n = \begin{pmatrix} \cos t^n & -\sin t^n \\ \sin t^n & \cos t^n \end{pmatrix}$

C $A^n = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt \\ \sin nt & \cos nt \end{pmatrix}$

D $A^n = \begin{pmatrix} \sin nt & -\cos nt \\ \cos nt & \sin nt \end{pmatrix}$

E $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t - \sin^n t & -n \sin t \cos t \\ n \sin t \cos t & \cos^n t - \sin^n t \end{pmatrix}$

63

Dacă $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, atunci A^{12} este:

A $\begin{pmatrix} 3^6 & 1 \\ 1 & 3^6 \end{pmatrix}$

B $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

C $\begin{pmatrix} 12\sqrt{3} & -12 \\ 12 & 12\sqrt{3} \end{pmatrix}$

D $2^{12} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

E $\begin{pmatrix} (\sqrt{3})^{12} & (-1)^{12} \\ 1 & (\sqrt{3})^{12} \end{pmatrix}$

64

Mulțimea soluțiilor ecuației $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & 2x & 3 \\ -1 & -2 & x \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} x & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + 3 = 0$ este:

A $\{-1\}$

B $\{-1, 1, -i, i\}$

C $\{-1, 0, 1 - i\sqrt{3}, 1 + i\sqrt{3}\}$

D $\left\{-1, \frac{1-i\sqrt{3}}{2}, \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right\}$

E $\left\{-1, \frac{1-i}{2}, \frac{1+i}{2}\right\}$

Se dă mulțimea $M = [5, 7]$ și operația $*$ definită prin $x * y = xy - 6x - 6y + \alpha$.

- 65 Valoarea parametrului real α pentru care mulțimea M este parte stabilă în raport cu operația $*$ este:
- A $\alpha = 42$ B $\alpha = 36$ C $\alpha = -36$ D $\alpha = 6$ E $\alpha = -6$
- 66 În monoidul $(M, *)$, elementul neutru este:
- A $e = 7$ B $e = 6$ C $e = 5$ D $e = 1$ E nu există
- 67 În monoidul $(M, *)$, mulțimea elementelor simetrizabile este:
- A $[5, 7] \setminus \{6\}$ B $\{6\}$ C $\{5, 7\}$ D $[5, 7]$ E $\mathbb{R} \setminus \{6\}$

Definim pe $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ legea de compoziție $(x, y) * (a, b) = (xa, xb + ya)$.

- 68 Elementul neutru al legii $*$ este:
- A $(0, 1)$ B $(1, 0)$ C $(0, 0)$ D $(1, 1)$ E $(-1, 1)$
- 69 Numărul elementelor simetrizabile (x, y) având proprietatea $x^2 + y^2 + x + y = 8$, este:
- A 4 B 1 C 2 D 3 E 0

- 70 Fie legea de compoziție $*$ definită prin $x * y = \frac{x-y}{1-xy}$, $\forall x, y \in (-1, 1)$. Elementul neutru pentru această lege este:
- A $e = 0$ B nu există C $e = 1$ D $e = -1$ E $\frac{1}{2}$

- 71 Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ a numerelor întregi se definește legea $*$ prin $x * y = x + y - 2$, $\forall x, y \in \mathbb{Z}$. Să se determine simetricul x' al lui x .
- A x' nu există B $x' = 1 - x$ C $x' = 4 - x$ D $x' = \frac{1}{x}$ E $x' = -x$

Pe mulțimea $\mathbb{C}$ a numerelor complexe definim legea de compoziție $*$ prin $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 - z_1 z_2$.

72 Numărul $2 * i$ este:

A $2 - i$

B $2i$

C $2 + i$

73 Elementul neutru față de $*$ este:

A 1

B 0

C i

D -1

74 Elementul simetric al lui i față de $*$ este:

A $-i$

B $1 - i$

C $\frac{1-i}{2}$

D $\frac{1+i}{2}$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (m-1)x + 3m - 4$, $m \in \mathbb{R}$.

75 Mulțimea valorilor lui m pentru care f se anulează în $(0, 1)$ și $f(x) \geq 0$, $\forall x \in (0, 1)$ este:

A $(-\infty, 7 - 4\sqrt{2})$ **B** $(7 + 4\sqrt{2}, \infty)$ **C** $\{7 - 4\sqrt{2}, 7 + 4\sqrt{2}\}$ **D** $\{7 - 4\sqrt{2}\}$ **E** $\emptyset$

76 Mulțimea valorilor lui m pentru care $f(x) < 0$, $\forall x \in (0, 1)$ este

A $(0, 1)$

B $(2, \infty)$

C $(-\infty, 1]$

D $\emptyset$

E $(0, \infty)$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 2$, $m \in \mathbb{R}$.

77 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este strict crescătoare pe intervalul $[-1, 1]$ este

A $[-2, 2]$

B $(-\infty, -2)$

C $(-\infty, -2]$

D $\mathbb{R}$

E Alt răspuns

78 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este injectivă pe $[-1, 1]$ este:

A $\mathbb{R}$

B $(-1, 1)$

C $(-\infty, -2] \cup (2, \infty)$

D $(-2, 2)$

E Alt răspuns

79

Familia de parabole asociate funcțiilor

$$f_m(x) = (m+1)x^2 - 3mx + 2m - 1, \quad m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\},$$

A are un punct fix pe axa Oy

B are un punct fix situat pe prima bisectoare

C are două puncte fixe

D are trei puncte fixe

E nu are puncte fixe

Fie parabolele de ecuații: $P_1 : y = x^2 + 5x + 4$
 și $P_2 : y = (m - 1)x^2 + (4m + n - 4)x + 5m + 2n - 4$, unde $m, n \in \mathbb{R}$, $m \neq 1$.

80 Parabolele se intersectează în $A(-2, -2)$ și $B(0, 4)$ dacă:

- A** $m = -2, n = 9$ **B** $m = 2, n = -9$ **C** $m = 5, n = 4$ **D** $m = \frac{1}{2}, n = 3$
E $m = \frac{1}{3}, n = -2$

81 Parabolele au singurul punct comun $C(1, 10)$ dar nu sunt tangente dacă:

- A** $m = -\frac{2}{3}, n = \frac{1}{3}$ **B** $m = 2, n = -\frac{1}{3}$ **C** $m = -\frac{1}{3}, n = 3$ **D** $m = -2, n = \frac{1}{2}$
E $m = n = 2$

82 Parabolele sunt tangente în punctul $T(-2, -2)$ dacă:

- A** $m = 0, n = -3$ **B** $m = 2, n = -1$ **C** $m = -2, n = -1$ **D** $m = -2, n = 1$
E $m = \frac{1}{2}, n = -4$

83

Fie $E(x) = \frac{x^2 - 2(m - 1)x + m + 1}{mx^2 - mx + 1}$. Mulțimea valorilor reale ale lui m pentru care E este bine definită oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, este:

- A** $\mathbb{R}$ **B** $\{4\}$ **C** $\{-1\}$ **D** $(0, 4)$ **E** alt răspuns

84

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$(m - 1)x^2 + (m - 1)x + m - 3 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este:

- A** $\emptyset$ **B** $(-\infty, 1) \cup (\frac{11}{3}, \infty)$ **C** $(-\infty, 0)$ **D** $(-\infty, 1)$ **E** alt răspuns

85

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}^*$, pentru care parabolele asociate funcțiilor $f_a(x) = ax^2 - (a + 2)x - 1$ și $g_a(x) = x^2 - x - a$ sunt tangente, este:

- A** $\{-1, 2\}$ **B** $\{3, -1\}$ **C** $\{3\}$ **D** $\{\frac{1}{3}, 3\}$ **E** $\emptyset$

86

Ecuația $x^4 + (2m - 1)x^2 + 2m + 2 = 0$, cu necunoscuta x și parametrul real m , are toate rădăcinile reale dacă:

- A** $m = 0$ **B** $1 \leq m \leq 2$ **C** $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$ **D** $m \in \emptyset$ **E** $m > \frac{1}{2}$

87

Se dă ecuația $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$. Rădăcinile ei sunt în progresie aritmetică dacă și numai dacă

- A** $a = 0$ **B** $a \in \{0, 1\}$ **C** $a \in \{-1, 1\}$ **D** $a = 2$ **E** $a = 3$

Fie x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 - 2x + 3 = 0$. Notăm $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k$, $k \in \mathbb{Z}$.

88

 S_{-1} este:

- A** 0 **B** $\frac{2}{3}$ **C** $-\frac{2}{3}$ **D** 1 **E** -1

89

 S_{-2} este:

- A** $\frac{4}{9}$ **B** $-\frac{4}{9}$ **C** $\frac{2}{3}$ **D** $-\frac{3}{2}$ **E** 0

90

 S_4 este:

- A** 4 **B** $\frac{4}{9}$ **C** -4 **D** 8 **E** -8

91

Dacă funcția polinomială $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$$P(0) + \dots + P(n) = n^5, \quad n = 0, 1, \dots,$$

atunci:

- A** $P(0) = 0$ **B** $P(1) = 2$ **C** $P(0) + P(1) + P(2) = 3$ **D** $P(1) = 0$ **E** alt răspuns

92

Dacă funcția polinomială $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisface egalitățile:

$$P(n) = \sum_{k=1}^n k^{10}, \quad n = 1, 2, \dots,$$

atunci $P(-2)$ este:

- A** 0 **B** -1 **C** 1023 **D** -1025 **E** alt răspuns

Se dă ecuația $x^3 - px^2 + qx - r = 0$, $r \neq 0$.

93

Ecuația admite două rădăcini opuse dacă:

- A** $p + q = r$ **B** $r^2 - pq = 0$ **C** $rp - q = 1$ **D** $q^2 - rp = 0$ **E** $pq - r = 0$

94

Rădăcinile sunt în progresie geometrică dacă:

- A** $p^2r - q = 0$ **B** $p^3 - rq = 0$ **C** $q^2 - rp = 0$ **D** $q^3 + p + q = 0$ **E** $p^3r - q^3 = 0$

95

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației

$$\sqrt{x+2-4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+7-6\sqrt{x-2}} = 1$$

este:

- A** $\{5, 12\}$ **B** $\{7, 10\}$ **C** $[2, \infty)$ **D** $[6, 11]$ **E** $\{8, 12\}$

96

Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3} < \sqrt{2} - \sqrt{3}$ este:

- A** $(-\infty, 0)$ **B** $[-2, 0)$ **C** $[-2, \infty)$ **D** $\emptyset$ **E** $(0, \infty)$

Se consideră funcția $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x-11}$.

97

Mulțimea de definiție a funcției este:

- A** $\mathbb{R}$ **B** $[0, \infty)$ **C** $(-\infty, 0)$ **D** $[11, \infty)$ **E** $(-\infty, 11)$

98

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $f(x) = 7$ este:

- A** $\{27\}$ **B** $\{0\}$ **C** $\{11\}$ **D** $\{1\}$ **E** conține cel puțin două elemente

99

Câte soluții întregi are ecuația

$$8(4^x + 4^{-x}) - 54(2^x + 2^{-x}) + 101 = 0?$$

- A** 2 **B** 4 **C** 1 **D** nici una **E** 3

100

Mulțimea valorilor reale ale lui a , pentru care funcția

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3 + ax + 1,$$

este injectivă, este:

- A** $(-\infty, 0)$ **B** $[0, \infty)$ **C** $\emptyset$ **D** $\{1\}$ **E** $\mathbb{R}$

101

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$(m-2)x^2 - (2m+1)x + m-3 = 0$$

are rădăcinile în $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ cu partea reală negativă este:

- A** $(-\frac{1}{2}, \frac{23}{24})$ **B** $(-\infty, \frac{23}{24})$ **C** $[-\frac{1}{2}, \infty)$ **D** $[\frac{23}{24}, \infty)$ **E** $\emptyset$

102

Valoarea minimă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = (x-a_1)^2 + (x-a_2)^2 + \dots + (x-a_n)^2$$

unde $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$, se obține pentru:

- A** $x = 0$ **B** $x = a_1$ **C** $x = a_2$ **D** $x = \frac{a_1+a_2+\dots+a_n}{n}$ **E** $x = \frac{a_1+a_n}{2}$

103

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2mx - 1 & ; x \leq 0 \\ mx - 1 & ; x > 0 \end{cases}$, $m \in \mathbb{R}^*$, este injectivă dacă:

- A** $m \in (-\infty, 1)$ **B** $m \in (1, \infty)$ **C** $m \in (-\infty, 0)$ **D** $m \in (0, \infty)$ **E** $m \in (-1, 1)$

104

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x+m, & x \leq 1 \\ 2mx-1, & x > 1 \end{cases}$. Funcția f este surjectivă dacă și numai dacă:

- A** $m \in (0, 1)$; **B** $m \in (-\infty, 2]$; **C** $m = 2$; **D** $m \in (0, 2]$; **E** $m \in (-\infty, 1]$

105

Sistemul $\begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ x + y + z = a \end{cases}$, are o singură soluție $(x, y, z) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, dacă:

- A** $a = -\frac{1}{2}$ **B** $a = \frac{1}{2}$ **C** $a = 2$ **D** $a = \frac{1}{4}$ **E** $a = -\frac{1}{4}$

106

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x = \sqrt{2-x}$ este:

- A** $\emptyset$ **B** $\{1, -2\}$ **C** $\{1\}$ **D** $[1, 2]$ **E** $\{2\}$

107

Pentru ca funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow B$, $f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x^2+x+1}$ să fie surjectivă, trebuie ca:

- A** $B = \mathbb{R}$ **B** $B = \left[\frac{9-2\sqrt{21}}{3}, \frac{9+2\sqrt{21}}{3}\right]$ **C** $B = [1, 2]$ **D** $B = (1, 2)$ **E** $B = [-3, 3]$

108

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care valorile funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - ax + 1}{x^2 + 1}$, sunt cuprinse în intervalul $(0, 3)$, este:

- A** $(-4, 4)$ **B** $(-\infty, -4)$ **C** $(0, 3)$ **D** $(-2, 2)$ **E** $\{-2, 2\}$

109

Numărul soluțiilor $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ale ecuației $2|x-2| + 3|y-3| = 0$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 4 **E** o infinitate

110

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 2x$ este:

- A** $[-1, 3]$ **B** $(0, \infty)$ **C** $[2, \infty)$ **D** $[-2, 2]$ **E** $(-\infty, 2]$

111

Soluția ecuației $(3 - 2\sqrt{2})^x - 2(\sqrt{2} - 1)^x = 3$ este:

- A** -1 **B** $\ln 2$ **C** 2 **D** $\log_2(3 - 2\sqrt{2})$ **E** $\frac{1}{\log_3(\sqrt{2}-1)}$

112

Soluția ecuației $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{6}\right)^x + \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^x = 1$ este:

- A** orice număr real **B** 1 **C** 0 **D** $-\frac{1}{2}$ **E** ecuația nu are soluție

113

Ecuația $(5 + \sqrt{24})^{\sqrt{x+1}} + (5 - \sqrt{24})^{\sqrt{x+1}} = 98$ are mulțimea soluțiilor:

- A** $\{3\}$ **B** $\{-3; 3\}$ **C** $\{-3\}$ **D** $\{\sqrt{3}; 3\}$ **E** $\{\frac{1}{3}; 3\}$

Fie $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\log_x 2 \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \log_x 8} + \cdots + \frac{1}{\log_x 2^n \log_x 2^{n+1}}$, unde $n \geq 5$ este un număr întreg.

114 $f(\frac{1}{2})$ este:

A $\frac{n}{n+1}$

B 1

C $\frac{n+1}{n}$

D $\frac{1}{2} \frac{n+1}{n}$

E $2 \frac{n+1}{n}$

115 Soluția ecuației $f(x) = \frac{4n}{n+1}$ este:

A $\frac{1}{2}$

B $\frac{1}{4}$

C $\frac{1}{\sqrt{2}}$

D 4

E $\frac{1}{2^n}$

116

Mulțimea soluțiilor sistemului de ecuații $\begin{cases} x^2 + y^2 = 425 \\ \lg x + \lg y = 2 \end{cases}$ este:

A $\{(1; 1)\}$

B $\{(1; 1); (10; 10)\}$

C $\{(20; 5); (5; 20)\}$

D $\{(1; 10); (10; 1)\}$

E $\{(20; 5)\}$

117

Soluțiile ecuației $\log_{2x} 4x + \log_{4x} 16x = 4$ aparțin mulțimii:

A $\{3\}$

B $\{2\}$

C $\left[\frac{1}{2\sqrt{2}}, 2\right]$

D $\{\log_2 3\}$

E $(2, \infty)$

118

Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg((x^3 - x - 1)^2) < 2 \lg(x^3 + x - 1)$ este:

A $\mathbb{R}$

B $(0, \infty)$

C $(1, \infty)$

D $(0, 1)$

E alt răspuns

Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 9^x - 5^x - 4^x$.

119 Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) = 0$ este:

A 0

B 1

C 2

D 3

E 4

120 Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) - 2\sqrt{20^x} = 0$ este:

A 0

B 1

C 2

D 3

E 4

121

Mulțimea soluțiilor ecuației $\log_3 x^2 - 2 \log_{-x} 9 = 2$ este:

A $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0, x \neq -1\}$

B $\{-9\}$

C $\emptyset$

D $\{9\}$

E $\{-\frac{1}{3}, -9\}$

Se consideră funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln(x+a)}{\sqrt{x}}$, $a \in \mathbb{R}$.

122 Domeniul de definiție al funcției este:

- A** $(0, \infty)$ **B** $(0, \infty) \setminus \{1\}$ **C** (a, ∞) **D** $(-a, \infty)$ **E** $(\frac{-a+|a|}{2}, \infty)$

123 Mulțimea valorilor lui a pentru care $f(x) > 0$, pentru orice $x \in D$ este:

- A** $(-\infty, 0)$ **B** $(-1, 1)$ **C** $[1, \infty)$ **D** $(2, \infty)$ **E** alt răspuns

124

Dacă $\log_6 2 = a$, atunci valoarea lui $\log_6 324$ este:

- A** $a + 3$ **B** $5a - 2$ **C** $4 - 2a$ **D** $a^2(2 - a)^4$ **E** $3 + 2a$

125

Fie $a = \lg 2$ și $b = \lg 3$. Dacă $x = 3^{\log_{27}(\lg 150)^3}$ atunci:

- A** $x = 3 - 2b + a$ **B** $x = 2 + b - a$ **C** $x = 1$ **D** $x + 1 = a + b$ **E** $x = 81ab$

126

Soluția S a sistemului $\begin{cases} 2^x 5^y = 250 \\ 2^y 5^x = 40 \end{cases}$ este:

- A** $S = \emptyset$ **B** $S = \{(1, 3)\}$ **C** $S = \{(1, 0), (1, 3)\}$ **D** $S = \{(1, 0)\}$
E $S = \{(-1, 1), (1, 0)\}$

127

Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ este:

- A** 1 **B** 3 **C** 2 **D** $\sqrt{5}$ **E** $2\sqrt{5}$

128

Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{50}+7} - \sqrt[3]{\sqrt{50}-7}$ este:

- A** $2\sqrt{50}$ **B** 2 **C** 1 **D** 3 **E** $\sqrt{50}$

129

Știind că a este rădăcina reală a ecuației $x^3 + x + 1 = 0$, să se calculeze

$$\sqrt[3]{(3a^2 - 2a + 2)(3a^2 + 2a)} + a^2.$$

- A** $a + 1$ **B** 1 **C** 3 **D** 2 **E** a

130

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$m 9^x + 4(m - 1)3^x + m > 1$$

oricare ar fi x real este:

- A** $(-\infty, 1)$ **B** $[1, \infty)$ **C** $(0, \infty)$ **D** $(1, \infty)$ **E** $\emptyset$

131

Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg((x-1)^{10}) < 10 \lg x$ este:

- A** $\mathbb{R}$ **B** $(0, \infty)$ **C** $(0, 1) \cup (1, \infty)$ **D** $(\frac{1}{2}, 1) \cup (1, \infty)$ **E** $\emptyset$

132

Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_x(1+x) + \log_{x^2}(1+x) + \log_{x^4}(1+x) \geq \frac{7}{4}$ este:

- A** $(0, 1) \cup (1, \infty)$ **B** $(1, \infty)$ **C** $(0, \infty)$ **D** $\emptyset$ **E** $\mathbb{R}$

133

Valoarea sumei $S_n = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este:

- A** $\frac{n}{3n+1}$ **B** $\frac{3n}{3n+1}$ **C** $\frac{n+1}{3n+1}$ **D** $\frac{n-1}{3n+1}$ **E** $\frac{n}{3(3n+1)}$

134

Suma $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n}{(n+1)!}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

- A** $\frac{1}{n+1}$ **B** $\frac{2n-1}{2}$ **C** $\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}$ **D** $\frac{n^2}{(n+1)!}$ **E** $\frac{n}{n+1}$

135

Suma $\sum_{k=3}^n A_k^3 C_n^k$, $n \geq 3$, are valoarea:

- A** $8C_n^3$ **B** $2^n A_n^3$ **C** $A_n^3 2^{n-3}$ **D** $2^{n-2} C_{n+1}^3$ **E** 3^n

136

Suma $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

- A** $n2^{n-1}$ **B** $n2^n - 1$ **C** n **D** $\frac{n(n+1)}{2}$ **E** alt răspuns

137

Suma $\sum_{k=1}^n \frac{kC_n^k}{C_n^{k-1}}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

- A** $\frac{n(n+1)}{2}$ **B** $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ **C** $\frac{n(n+1)(2n+1)}{4}$ **D** $n(2n-1)$ **E** $n^3 - n^2 + n$

138

Soluția ecuației $A_x^6 - 24xC_x^4 = 11A_x^4$ aparține mulțimii:

- A** $[5, 7]$ **B** $[8, 10]$ **C** $\{10\}$ **D** $\{4\}$ **E** $\{6\}$

139

Să se determine termenul independent de a al dezvoltării $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$.

- A** C_{17}^6 **B** C_{17}^7 **C** C_{17}^8 **D** C_{17}^{10} **E** C_{17}^{11}

140

O progresie aritmetică crescătoare $(a_n)_{n \geq 1}$ verifică relațiile $a_9 + a_{10} + a_{11} = 15$ și $a_9 a_{10} a_{11} = 120$. Suma primilor 20 de termeni din progresie este:

- A** 150 **B** 100 **C** 120 **D** 110 **E** 160

141

Ecuția $x^3 - (4 - i)x^2 - (1 + i)x + a = 0$, $a \in \mathbb{R}$, are o rădăcină reală dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

- A** $\{1, 2\}$ **B** $\{0, 1\}$ **C** $\{-1, 4\}$ **D** $\{0, 4\}$ **E** $\mathbb{R}$

142

Pentru ce valori ale parametrului real b ecuația

$$x^3 + a(a + 1)x^2 + ax - a(a + b) - 1 = 0$$

admite o rădăcină independentă de a ?

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** a **E** -1

143

Numerele reale nenule a, b, c sunt rădăcinile ecuației $x^3 - ax^2 + bx + c = 0$. În acest caz tripletul (a, b, c) este:

- A** $(1, 1, 1)$ **B** $(-1, -1, -1)$ **C** $(1, -1, 1)$ **D** $(1, -1, -1)$ **E** alt răspuns

144

Care este valoarea parametrului rațional m , dacă ecuația

$$x^4 - 7x^3 + (13 + m)x^2 - (3 + 4m)x + m = 0$$

admite soluția $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ și soluțiile x_3 și x_4 verifică relația $x_3 = 2x_4$?

- A** -1 **B** $\frac{3}{4}$ **C** $\frac{5}{3}$ **D** 2 **E** 4

145

Soluțiile ecuației $z\bar{z} + 2(z - \bar{z}) = 20 + 8i$, $z \in \mathbb{C}$, sunt:

- A** $\pm 2 + 4i$ **B** $\pm 4 + 2i$ **C** $4 + 2i$ **D** $4 - 2i$ **E** alt răspuns

146

Fie $x_1, x_2, \dots, x_n$ rădăcinile ecuației $x^n - 3x^{n-1} + 2x + 1 = 0$. Valoarea sumei

$$S = \sum_{k=1}^n \frac{x_k}{x_k - 1}$$
 este:

- A** $3n - 5$ **B** $2n + 1$ **C** $\frac{n}{n-1}$ **D** $\frac{n(n+1)}{n^2+n-1}$ **E** 0

147

Valoarea lui m pentru care ecuația $x^3 - 6x^2 + 11x + m = 0$ are rădăcinile în progresie aritmetică aparține mulțimii:

- A** $[-1, 1]$ **B** $[2, 4]$ **C** $[-4, -2]$ **D** $[-7, -5]$ **E** $[5, 6]$

148

Dacă ecuația $2x^3 + mx^2 + 4x + 4 = 0$ admite o rădăcină reală dublă, atunci m aparține mulțimii:

- A** $[-5, 0]$ **B** $[0, 2]$ **C** $[-8, -5]$ **D** $\{3\}$ **E** $(6, \infty)$

149

Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $x^3 - 28x + m = 0$ are o rădăcină egală cu dublul altei rădăcini este:

- A** $\{48\}$ **B** $\{-48\}$ **C** $\mathbb{R} \setminus \{48\}$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{-48\}$ **E** $\{-48, +48\}$

150

Sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \end{cases}$ are:

- A** o soluție **B** două soluții **C** trei soluții **D** patru soluții **E** șase soluții

151

Se consideră ecuația $x^4 - 5x^3 + ax^2 - 7x + 2 = 0$ cu a parametru real. Valoarea sumei $\sum_{i=1}^4 \frac{1}{x_i}$, unde x_i sunt rădăcinile ecuației, este

- A** $-\frac{7}{2}$ **B** $-\frac{3}{2}$ **C** 0 **D** $\frac{3}{2}$ **E** $\frac{7}{2}$

Fie $(x+1)(x^2+2)(x^2+3)(x^2+4)(x^2+5) = \sum_{k=0}^9 A_k x^k$.

152

$\sum_{k=0}^9 A_k$ este:

- A** 720 **B** 724 **C** 120 **D** 600 **E** alt răspuns

153

$\sum_{k=0}^4 A_{2k}$ este:

- A** 360 **B** 120 **C** 100 **D** 240 **E** 300

154

Fie polinomul $P \in \mathbb{C}[X]$, $P = X^3 + pX + q$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 . Să se determine polinomul cu rădăcinile x_1^2, x_2^2, x_3^2 .

- A** $X^3 + 2pX^2 + p^2X - q^2$ **B** $X^3 + 2pX^2 - 4pX + q$ **C** $X^3 + 2pX^2 + p^2X + q^2$
D $X^4 + qX^2 + 5$ **E** $X^3 - pX^2 + qX + q^2$

155

Restul împărțirii polinomului $1 + X + X^2 + \dots + X^{1998}$ la $1 + X$ este egal cu:

- A** 0 **B** -1 **C** 1 **D** 1997 **E** 1999

156

Polinomul $(X^2 + X - 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 - 1$ dacă și numai dacă:

- A** $n = 2k, k \in \mathbb{N}^*$ **B** $n = 3k, k \in \mathbb{N}^*$ **C** $n = 2k - 1, k \in \mathbb{N}^*$ **D** $n = 3k + 1, k \in \mathbb{N}^*$
E $n = 3k + 2, k \in \mathbb{N}^*$

157

Polinomul $(X^2 + X + 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 + 1$ dacă și numai dacă:

- A** $n = 3k, k \in \mathbb{N}^*$ **B** $n = 4k, k \in \mathbb{N}^*$ **C** $n = 4k + 1, k \in \mathbb{N}$ **D** $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}^*$
E $n = 4k + 3, k \in \mathbb{N}^*$

158

Mulțimea valorilor parametrului real a , pentru care ecuația $x^3 + ax + 1 = 0$ are toate rădăcinile reale și ele verifică relația $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 18$, este:

- A** $\{-12\}$ **B** $\{3\}$ **C** $\{-3\}$ **D** $\{-3, 3\}$ **E** $\emptyset$

159

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$x(x-1)(x-2)(x-3) = m$$

are toate rădăcinile reale este:

- A** $[-1, 9/4]$ **B** $[-1, 9/16]$ **C** $[-1, 9]$ **D** $[1, 1/16]$ **E** $\emptyset$

160

Restul împărțirii polinomului $P(X) = X^{100} + X^{50} - 2X^4 - X^3 + X + 1$ la polinomul $X^3 + X$ este:

- A** $X + 1$ **B** $2X^2 + 1$ **C** $2X^2 - 2X - 1$ **D** $2X^2 + 2X + 1$ **E** $X^2 + 1$

161

Se consideră polinoamele cu coeficienți complecși $P(X) = a_0 + a_1X + \dots + a_nX^n$ și $Q(X) = b_0 + b_1X + \dots + b_mX^m$. Știind că polinomul $Q(X)$ se divide cu $X - 1$, să se determine suma coeficienților polinomului $P(Q(X))$.

- A** $\sum_{i=0}^n a_i$ **B** $\left(\sum_{i=0}^n a_i\right) \left(\sum_{i=0}^m b_i\right)$ **C** a_nb_m **D** a_0 **E** a_0b_0

162

Un polinom de grad mai mare sau egal cu 2, împărțit la $X - 1$ dă restul 3 și împărțit la $X + 1$ dă restul -5 . Restul împărțirii la $X^2 - 1$ este:

- A** -15 **B** $3X - 5$ **C** $-3X + 5$ **D** $4X - 1$
E nu se poate determina din datele problemei

163

Restul împărțirii polinomului $X^{400} + 400X^{399} + 400$ la polinomul $X^2 + 1$ este:

- A** $400X + 401$ **B** $400X - 399$ **C** $-400X + 401$ **D** $-400X + 399$ **E** 0

Fie numărul complex $z = 1 + i$.

- 164 Numărul complex $\frac{1}{z}$ este:
A $-1 - i$ **B** $1 - i$ **C** $\frac{1-i}{2}$ **D** $\frac{1+i}{2}$ **E** Alt răspuns

- 165 Dacă z^n este real, pentru o anumite valoare $n \in \mathbb{N}^*$, atunci numărul complex z^{2n} este:
A i^n **B** -1 **C** 1 **D** 2^n **E** $(\sqrt{2})^n$

- 166 Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Dacă $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}$ și $|z_1| = |z_2| = 1$, atunci $|z_1 - z_2|$ este:
A 2 **B** 1 **C** $\sqrt{3}$ **D** $\sqrt{2}$ **E** $\sqrt{3} - 1$.

- 167 Valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care rădăcinile x_1, x_2, x_3 ale ecuației $x^3 + x + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, verifică relația $x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 = 10$ este:
A 1 **B** -1 **C** 3 **D** 2 **E** -2

- 168 Dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuației $x^3 - 2x^2 + 2x + 6 = 0$, atunci valoarea determinatului
- $$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$$
- este:
A 6 **B** 4 **C** 2 **D** 0 **E** -2

- 169 Dacă $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ este o matrice inversabilă astfel ca $A + A^{-1} = 2I_n$, atunci are loc egalitatea:
A $A = 3I_n$ **B** $A^3 + A^{-3} = 2I_n$ **C** $A = -A$ **D** $A^2 + A^{-2} = I_n$ **E** $A - A^{-1} = 2I_n$

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 rădăcinile polinomului $P = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$.

- 170 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ este:
A -1 **B** 1 **C** -2 **D** $1/2$ **E** 0

- 171 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ este:
A 1 **B** -1 **C** -2 **D** -4 **E** 0

- 172 $x_1^8 + x_2^{18} + x_3^{28} + x_4^{38}$ este:
A 1 **B** -2^3 **C** 2^4 **D** -1 **E** $4(1 + i)$

173

Numărul soluțiilor ecuației $X^2 = I_2$ în $\mathcal{M}_2(\mathbb{N})$ este:

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 16

Se consideră ecuația matriceală $X^2 = 2X + 3I_2$, $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

174

X^3 este:

- A** $7X + 6I_2$ **B** $6X + 7I_2$ **C** I_2 **D** X **E** $8X + 9I_2$

175

Numărul soluțiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ ale ecuației este:

- A** 0 **B** 2 **C** 8 **D** 16 **E** infinit

176

Fie $A \in M_{3,2}(\mathbb{C})$. Atunci $\det(A \cdot A^T)$ este:

- A** strict pozitiv **B** strict negativ **C** zero **D** de modul 1 **E** 1

Se dă ecuația: $X^n = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$, $X \in M_2(\mathbb{R})$.

177

Determinantul matricei $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

178

Câte soluții are ecuația pentru n impar?

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** n **E** o infinitate

179

Câte soluții are ecuația pentru n par?

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** n **E** o infinitate

180

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul $x + y + z = 0$, $x + 2y + az = 0$, $x + 4y + a^2z = 0$ are soluție nebanală, este:

- A** $\mathbb{R}$ **B** $\mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$ **C** $\{1, 3\}$ **D** $\{1, 2\}$ **E** $\{2, 3\}$

181

Dacă $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $n \in \mathbb{N}^*$, atunci:

- A** $A^n = (a^2 + bc)I_2$ **B** $A^n = (a^2 + bc)^n I_2$ **C** $A^{2n} = (a^2 + bc)^n I_2$
D $A^{2n+1} = (a^2 + bc)^n I_2$ **E** $A^{2n} = (a^2 + bc)^n A$

182

Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care sistemul de ecuații

$$\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \end{cases}$$

este compatibil este:

- A** $\mathbb{R}$ **B** $\emptyset$ **C** $\{-2, 1\}$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$ **E** $\{-2\}$

183

Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ verifică relația $A^3 = pA^2 + qA$ pentru:

- A** $p = -2, q = 3$ **B** $p = -2, q = 2$ **C** $p = 3, q = -2$ **D** $p = -3, q = 2$
E $p = 1, q = 1$

184

Mulțimea valorilor reale ale lui m , pentru care sistemul

$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + 2my + z = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

este compatibil determinat și soluția (x, y, z) verifică relația $x + y \geq z$, este:

- A** $(-\infty, 1]$ **B** $[-1, \infty)$ **C** $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}] \cup (1, \infty)$ **D** $(0, 1)$ **E** $(-1, 1)$

185

Mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$, pentru care determinantul

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & -1 & 2 \\ 1 & x^3 & -1 & 8 \\ 1 & x^2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

este nul, este:

- A** $\{-1, 1, 2\}$ **B** $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1, -2\}$ **C** $\{-1, 1, -2\}$ **D** $\emptyset$ **E** $\{1\}$

186

Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție: $x * y = xy - ax + by$. Numerele $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care $(\mathbb{R}, *)$ este monoid sunt:

- A** $a = b \neq 0$ **B** $a = 0, b = 1$ **C** $a = b = 0$ sau $a = -1, b = 1$ **D** $a = -1, b = 0$
E nu există astfel de numere

187

Fie grupurile $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ și $(\mathbb{R}^*, \cdot)$. Să se determine $a \in \mathbb{R}^*$ și $b \in \mathbb{R}$ astfel ca funcția $f: \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{R}^*, f(z) = a|z| + b$, să fie morfism de grupuri.

- A** $a = 2, b = 1$ **B** $a = -1, b = 1$ **C** $a = 1, b = 0$ **D** $a = -2, b = 3$ **E** $a = 0, b = 5$

188

Mulțimea elementelor inversabile ale monoidului $(\mathbb{Z}[i], \cdot)$ este:

- A** $\{-2, 2\}$ **B** $\{-1, 1, -i, i\}$ **C** $\{1 - i, 1 + i\}$ **D** $\{1, i, 2i, -2\}$ **E** $\emptyset$

189

Fie $m \in \mathbb{Z}$ și operația $*$ definită prin $x * y = xy + mx + my + a$. Valoarea lui a pentru care operația $*$ definește o structură de monoid pe $\mathbb{Z}$ este:

- A** $1 - m$ **B** m^2 **C** $m - 1$ **D** 0 **E** $m^2 - m$

190

Legea de compoziție $x * y = \sqrt[n]{x^n + y^n}$, determină pe $\mathbb{R}$ o structură de grup, dacă și numai dacă:

- A** $n = 1$ **B** $n = 3$ **C** $n = 2k, k \in \mathbb{N}^*$ **D** $n = 2k + 1, k \in \mathbb{N}^*$ **E** $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$

191

În monoidul $(\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}), \cdot)$ mulțimea elementelor inversabile este:

- A** $\{A \mid \det A \neq 0\}$ **B** $\{A \mid \det A = 1\}$ **C** $\{-I_2, I_2\}$
D $\{A \mid \det A^2 = 0\}$ **E** $\{A \mid \det A \in \{-1, 1\}\}$

192

Să se determine grupul $(G, *)$, știind că funcția

$$f : (0, \infty) \rightarrow G, \quad f(x) = x + 1,$$

este un izomorfism al grupurilor $((0, \infty), \cdot)$ și $(G, *)$.

- A** $G = (0, \infty)$ și $x * y = xy$ **B** $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy$
C $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy - x - y + 2$ **D** $G = \mathbb{R}$ și $x * y = x + y$
E $G = (1, \infty)$ și $x * y = x + y - 1$

193

Se consideră grupurile $G = (\mathbb{R}, +)$ și $H = (\mathbb{R}, *)$, unde $x * y = x + y + 1$. Funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = ax + b$ este izomorfism de la G la H , dacă și numai dacă:

- A** $a = b = 1$ **B** $a = -1, b = 1$ **C** $a \neq 0, b = -1$ **D** $a = 1, b \neq 0$
E $a = 1$, și $b = 0$

Fie monoidul $(M, \cdot)$ unde $M = \{A_a \mid a \in \mathbb{R}\}$ cu $A_a = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$.

- 194 Matricea $A_1 \cdot A_1$ este:
A A_1 **B** A_2 **C** A_3 **D** A_4 **E** A_{-1}
- 195 Elementul unitate este:
A I_3 **B** A_1 **C** A_0 **D** $A_{\frac{1}{2}}$ **E** A_{-1}
- 196 Inversul elementului A_1 este:
A $A_{\frac{1}{4}}$ **B** A_4 **C** $A_{\frac{1}{2}}$ **D** A_2 **E** A_{-1}

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție $x * y = ax + by + c$, $a \neq 0, b \neq 0$.

- 197 $*$ este asociativă dacă și numai dacă
A $a = b, c = 0$ **B** $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ **C** $a = b = c = 2$ **D** $a = b = -1, c = 2$
E alt răspuns
- 198 $*$ este asociativă și admite element neutru dacă și numai dacă
A $a = b = 1, c = 0$ **B** $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ **C** $a = b = c = 2$
D $a = b = 2, c = 0$ **E** alt răspuns
- 199 $(\mathbb{R}, *)$ este grup dacă și numai dacă
A $a = b = 1, c = 0$ **B** $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ **C** $a = b = c = 2$
D $a = b = 2, c = 0$ **E** alt răspuns

- 200 Funcția $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = ax$ este automorfism al grupului $(\mathbb{Z}, +)$ dacă și numai dacă:
A $a = 1$, **B** $a = -1$ **C** $a \in \{-1, 1\}$ **D** $a \in \mathbb{Z}^*$ **E** $a \in \{0, 1\}$

- 201 Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$, $a, b \in \mathbb{R}$. Mulțimea perechilor $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care imaginea funcției f este $\text{Im } f = [-3, 1]$ este:
A $\{(0, 0)\}$ **B** $\{(1, -\sqrt{2})\}$ **C** $\{(2\sqrt{3}, -2), (-2\sqrt{3}, -2)\}$ **D** $\{(\frac{1}{2}, \sqrt{2}), (-\frac{1}{2}, \sqrt{2})\}$
E $\{(0, 1), (1, 0)\}$

- 202 Imaginea funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + x + 1}$, $a \in \mathbb{R}$, este inclusă în intervalul $[0, 2]$, dacă:
A $a \geq 3$ **B** $a \leq -2$ **C** $a \in [-1, 0)$ **D** $a \in [0, 2]$ **E** $a \in (-2, -1)$

203

Mulțimea valorilor lui x , pentru care este definit radicalul $\sqrt[6-x^2]{x}$, conține:

- A** 5 elemente **B** 7 elemente **C** un interval **D** 4 elemente **E** nici un element

204

Mulțimea numerelor complexe z care verifică ecuația $z^2 - 2|z| + 1 = 0$ este:

- A** $\{-1, 1\}$ **B** $\{1 - i, i + 1\}$ **C** $\{-1, 1, (\sqrt{2} - 1)i, (1 - \sqrt{2})i\}$
D $\{-1, 1, 1 - i\}$ **E** $\emptyset$

205

Se consideră ecuația $ax^2 + bx + c = 0$, unde a, b, c sunt numere întregi impare. Care din următoarele afirmații este adevărată?

- A** ecuația are o rădăcină pară **B** ecuația are o rădăcină impară
C ecuația are două rădăcini pare **D** ecuația nu are rădăcini întregi
E ecuația are două rădăcini impare

206

Ecuația $\sqrt{mx^2 + x + 1} + \sqrt{mx^2 - x + 1} = x$ are soluții reale dacă și numai dacă:

- A** $m = 0$ **B** $m = 1$ **C** $m = \frac{1}{2}$ **D** $m = \frac{1}{4}$ **E** $m > 0$

207

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația

$$x^4 + 4x^3 + ax^2 + 4x + 1 = 0$$

are toate rădăcinile reale este:

- A** $(-\infty, -10]$ **B** $(-\infty, -10] \cup \{6\}$ **C** $[4, \infty)$ **D** $\{0\}$ **E** $\emptyset$

208

Soluțiile ecuației $1 - 3^{x-1} + 2^{\frac{x}{2}} - 2^{\frac{x}{2}} 3^{\frac{x-1}{2}} = 0$ aparțin mulțimii:

- A** $[-3, 0]$ **B** $[0, 2]$ **C** $\{0; -2\}$ **D** $[3, \infty)$ **E** $\{\frac{1}{2}\}$

209

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\log_a(x^2 + 4) \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$, este:

- A** $(1, 2]$ **B** $[-2, 0)$ **C** $(0, 4]$ **D** $[2, 3]$ **E** $(1, 3)$

210

Soluția x a ecuației $\log_x(x+1) + \log_{x^3}(x^3+1) = 2 \log_{x^2}(x^2+1)$ verifică:

- A** $x \in [0, 1)$ **B** $x \in \emptyset$ **C** $x \in (2, 3)$ **D** $x \in (3, 4)$ **E** $x \in (1, 2)$

211

Cel mai mare termen al dezvoltării binomului $(1 + \sqrt{2})^{100}$ este:

- A** T_{57} **B** T_{58} **C** T_{59} **D** T_{60} **E** T_{61}

212

Fie m, n, p numere naturale nenule, $m \neq n$. Dacă într-o progresie aritmetică avem $a_n = m$, și $a_m = n$, atunci a_p este egal cu:

- A** $m + n - p$ **B** $p - m - n$ **C** $m + n - 2p$ **D** $2p - m - n$ **E** $m + n + p$

Fie polinomul $P(x) = x^3 - x^2 - x + a$, unde a este un parametru real.

213

Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină dublă întreagă este:

- A** $a = 1$ **B** $a = -1$ **C** $a = 2$ **D** $a = \frac{1}{2}$ **E** $a = -\frac{3}{2}$

214

Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină triplă întreagă este:

- A** $a = 1$ **B** nu există un astfel de a **C** $a = -1$ **D** $a = 2$ **E** $a = -2$

Fie $x_n = (2 + \sqrt{3})^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

215

Câte perechi $(a_n, b_n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ cu proprietatea $x_n = a_n + b_n\sqrt{3}$ există pentru n fixat?

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** o infinitate

216

Valoarea lui $a_n^2 - 3b_n^2$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** $\sqrt{3}$

217

Câte soluții are ecuația $x^2 = 3y^2 + 1$ în $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$?

- A** 1 **B** 3 **C** 5 **D** 6 **E** o infinitate

218

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 și x_5 rădăcinile ecuației $x^5 + x^4 + 1 = 0$.

Valoarea sumei $\sum_{i=1}^5 \frac{1}{x_i^4}$ este:

- A** -4 **B** -3 **C** -2 **D** -1 **E** 0

Ecuția $x^4 - 8x^3 + ax^2 - bx + 16 = 0$ are toate rădăcinile pozitive, $a, b \in \mathbb{R}$.

219 Media aritmetică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

- A** 1 **B** 2 **C** 0 **D** 4 **E** 8

220 Media geometrică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

- A** 2 **B** 1 **C** 4 **D** 0 **E** 16

221 Valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația are toate rădăcinile reale și pozitive sunt:

- A** $a = 1, b = 0$ **B** $a = 24, b = 32$ **C** $a = 24, b = 1$ **D** $a = 32, b = 24$
E $a = 1, b = 32$

222 Fie $\alpha \in \mathbb{C}$ astfel ca $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ o matrice, $A \neq O_2$, astfel încât

$$\det(I_2 - A) \cdot \det(\alpha I_2 - A) = \alpha^2.$$

Valoarea lui $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2)$ este:

- A** -1 **B** 0 **C** 2 **D** α **E** 1

223 Dacă $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $A \neq O_2$ și există $n \geq 6$ astfel ca $A^n = O_2$, atunci valoarea minimă a lui $p \in \mathbb{N}^*$ pentru care $A^p = O_2$ este:

- A** 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

224 Mulțimea $G = \{z \in \mathbb{C} \mid az^n = b\}$, $a \in \mathbb{C}^*$, $b \in \mathbb{C}$, este un subgrup al grupului $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ dacă:

- A** $b = 0$ **B** $a = b$ **C** $|a| = |b|$ **D** $a = -b$ **E** $a^n = b$

225 Câte elemente inversabile are monoidul $(\mathbb{Z}[\sqrt{2}], \cdot)$?

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 4 **E** o infinitate

226 Funcția $f(x, y) = \frac{ax + by}{1 + xy}$, $a, b \in \mathbb{R}$, este o lege de compoziție pe intervalul $(-1, 1)$ dacă:

- A** $a = b = 2$ **B** $a + b \in (-1, 1)$ **C** $a \in (-1, 1)$ și $b \in (-1, 1)$ **D** $a = b \in [-1, 1]$ **E** $a + b = 1$

227 Fie $x * y = \frac{x + y}{1 + xy}$, $x, y \in (-1, 1)$. Numărul $\frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \dots * \frac{1}{1000}$ este:

- A** $\frac{500499}{500502}$ **B** $\frac{500499}{500501}$ **C** $\frac{500500}{500501}$ **D** $\frac{500501}{500502}$ **E** $\frac{500400}{500501}$

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \dots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

228 au 4 elemente, îl conțin pe 2 și nu îl conțin pe 3:

- A** C_6^3 **B** C_7^3 **C** C_8^3 **D** C_6^4 **E** alt răspuns

229 cel mai mic element al fiecărei submulțimi este 1:

- A** C_6^3 **B** C_7^3 **C** C_8^3 **D** $2^8 - 1$ **E** alt răspuns

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \dots, 8\}$. În câte moduri se poate scrie A ca reuniune a două mulțimi disjuncte și:

230 nevide?

- A** $2^8 - 1$ **B** C_8^2 **C** $2^7 - 1$ **D** $(C_8^2)^2$ **E** $2^8 - 2$

231 având număr egal de elemente?

- A** C_7^3 **B** C_8^4 **C** $(C_8^4)^2$ **D** 2^4 **E** 2^5

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \dots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

232 nu conțin numere pare:

- A** 15 **B** 16 **C** 32 **D** 127 **E** 128

233 conțin cel puțin un număr impar:

- A** 127 **B** 128 **C** 129 **D** 240 **E** 255

234 conțin atât numere pare cât și impare:

- A** 225 **B** 235 **C** 245 **D** 255 **E** alt răspuns

Un număr de 8 bile numerotate de la 1 la 8 se distribuie în 4 cutii etichetate A , B , C , D . În câte moduri se poate face distribuirea dacă se admit cutii goale și:

235 se distribuie toate bilele?

- A** 2^{12} **B** 2^{15} **C** 2^{16} **D** 5^8 **E** C_8^4

236 nu este obligatoriu să se distribuie toate bilele?

- A** 2^{12} **B** 2^{15} **C** 2^{16} **D** 5^8 **E** C_8^4

Se consideră un zar obișnuit (un cub cu fețele numerotate de la 1 la 6) cu care se aruncă de două ori.

237

Probabilitatea de a obține aceeași valoare în ambele aruncări este:

A $\frac{1}{6}$

B $\frac{1}{36}$

C $\frac{1}{21}$

D $\frac{2}{7}$

E $\frac{5}{36}$

238

Probabilitatea ca valoarea de la a doua aruncare să fie mai mare decât cea de la prima aruncare este:

A $\frac{5}{6}$

B $\frac{5}{12}$

C $\frac{5}{18}$

D $\frac{5}{36}$

E $\frac{5}{72}$

239

Dacă știm că la a doua aruncare s-a obținut un număr mai mare decât cel de la prima aruncare, atunci probabilitatea ca la prima aruncare să fi obținut 3 este:

A $\frac{1}{3}$

B $\frac{1}{4}$

C $\frac{1}{5}$

D $\frac{1}{6}$

E $\frac{1}{12}$

* * *

240

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2} \right)$ este:

A $\frac{1}{2}$ **B** 4**C** 1**D** ∞ **E** 0

241

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \sin \frac{x}{2^n} \right)^{2^n}$ este:

A e **B** $\frac{2}{x}$ **C** e^x **D** e^{-x} **E** $\frac{1}{e}$

242

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\ln n} (\sqrt[n]{n} - 1)$ este:

A 1**B** e **C** ∞ **D** 0**E** $\frac{1}{e}$

243

Limita șirului $\left\{ \sqrt{n^2 + n + 1} \right\}$, $n = 1, 2, \dots$, unde $\{x\}$ este partea fracționară a numărului real x , este:

A 0**B** $\frac{1}{2}$ **C** 1**D** nu există**E** $\frac{1}{3}$

244

Se dă șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n \geq 0}$ prin relațiile:

$a_0 = 2$; $a_1 = 16$; $a_{n+1}^2 = a_n a_{n-1}$, $\forall n \geq 1$. Limita șirului $(a_n)_{n \geq 0}$ este:

A 1**B** 2**C** 4**D** 8**E** ∞

245

Fie $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ un număr fixat. Se consideră șirurile $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, $(b_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ definite prin

$$x_{n+1} = a^{\frac{1}{(n+1)!}} \cdot x_n^{\frac{1}{n+1}}, \quad n \geq 1, \quad x_1 = 1, \quad b_n = \prod_{k=1}^n x_k.$$

Limita $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ este:

- A** $\sqrt{a}$ **B** a **C** a^2 **D** ∞ **E** 0

Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n + \frac{2}{x_n}$, $x_0 = 1$.

246

Limita șirului $(x_n)_{n \geq 0}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** e **D** ∞ **E** nu există

247

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{\sqrt{n}}$ este egală cu:

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** π **E** ∞

248

Valoarea limitei $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+(-1)^n}{3n-(-1)^n}$ este:

- A** 3 **B** 0 **C** ∞ **D** 1 **E** nu există, conform teoremei Stolz-Cesaro

249

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 1} - \sqrt[3]{n^3 - 1}$ este:

- A** 0 **B** $\frac{1}{2}$ **C** $\frac{2}{3}$ **D** 1 **E** $\frac{4}{3}$

250

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 3n + 1}{n^2 + 1} \right)^{\frac{n^2 + n + 1}{n+1}}$ este:

- A** e^6 **B** e^{-1} **C** e^{-3} **D** e^{-2} **E** e^9

251

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + e^{2n})}{\ln(1 + e^{3n})}$ este:

- A** 1 **B** $\frac{1}{3}$ **C** 2 **D** $\frac{2}{3}$ **E** $\ln 2$

252

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n + 1} \right)^{\frac{n+1}{n^2+1}}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** e **E** ∞

253

Limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \dots - 2n}{3n + 1}$ este:

- A** $\frac{1}{3}$ **B** -2 **C** ∞ **D** $\frac{2}{3}$ **E** $-\frac{1}{3}$

254

 $\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \frac{(k+1)^2}{k(k+2)}$ este:

- A** 5 **B** 4 **C** 1 **D** 2 **E** 3

255

 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)\sqrt{k} + k\sqrt{k+1}}$ este:

- A** 1 **B** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **C** $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ **D** ∞ **E** nu există

256

 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})}$ este:

- A** $-\frac{1}{3}$ **B** $-\frac{1}{2}$ **C** $\frac{1}{3}$ **D** $\frac{1}{6}$ **E** $\frac{1}{2}$

257

 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$ este:

- A** 0 **B** $\frac{1}{3}$ **C** $\frac{2}{3}$ **D** 1 **E** $\frac{4}{3}$

258

 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k a_{k+1}}$, unde (a_k) , $k \in \mathbb{N}^*$, $a_1 > 0$, formează o progresie aritmetică cu rația $r > 0$, este:

- A** ∞ **B** $\frac{1}{a_1 r}$ **C** 1 **D** a_1 **E** 0

259

Fie $S_n = \sum_{k=2}^n \frac{k^2 - 2}{k!}$, $n \geq 2$. Alegeți afirmația corectă:

- A** $S_n < 3$ **B** $S_n > 3$ **C** $S_n = e$ **D** $S_n < 0$ **E** $S_n = e - \frac{1}{2}$

260

Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și fie $S_n = \sum_{k=1}^n k! \cdot (k^2 + 1)$. Atunci S_n este:

- A** $(n+1)! \cdot n$ **B** $2 \cdot n! \cdot n$ **C** $(n+1)!$ **D** $(n+1)! - n! + 1$ **E** $(n+1)! + n! - 1$

261

 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{4k^2 - 1}$ este:

- A** $\frac{1}{4}$ **B** $\frac{1}{2}$ **C** 0 **D** -1 **E** nu există

262

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{6}{k(k+1)(k+3)}$ este:

A $\frac{2}{3}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{7}{6}$

D 1

E $\frac{3}{2}$

263

Limita șirului $(x_n)_{n \geq 0}$, $x_n = \cos(\pi\sqrt{4n^2 + n + 1})$, este:

A $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1}{2}$

C 0

D nu există

E 1.

Se consideră șirul $(a_n)_{n \geq 1}$, unde $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{n^2 - 1}{a_n} + 2$, $n \geq 1$.

264

a_2 este:

A 1

B 2

C 3

D 4

E 5

265

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ este:

A 1

B 0

C ∞

D 2

E 3

266

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{e^n n!}$ este:

A 0

B 1

C e D $\sqrt{e}$ E ∞

267

Fie $p \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$, $q > 0$. Se cere valoarea limitei:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{qn+1}{qn} \frac{qn+p+1}{qn+p} \dots \frac{qn+np+1}{qn+np}.$$

A $\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ B $\sqrt[p]{\frac{p+q}{q}}$ C $\sqrt[p]{\frac{q}{p+q}}$ D $p \sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ E $p^2 \sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

268

Fie x_0 un întreg pozitiv. Se definește șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ prin

$$x_{n+1} = \begin{cases} \frac{x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este par,} \\ \frac{1+x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este impar,} \end{cases} \quad n = 0, 1, \dots$$

Limita șirului $(x_n)_{n \geq 0}$ este:

A 0

B 1

C ∞ D e E Nu există pentru unele valori ale lui x_0

269

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} + \dots + \sqrt[n]{a} - n}{\ln n}$, $a > 0$, este:

A 0

B $\ln a$ C ∞ D e E a

270

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} \right) \text{ este:}$$

A 1

B $\frac{7}{2}$ C $\frac{8}{3}$ D $\frac{3}{2}$

E 0

271

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{(2n)^k} \text{ este:}$$

A 0

B 1

C $e^{\frac{1}{2}}$ D e^2 E ∞

272

$$\text{Fie } p_n = \prod_{k=1}^n \cos(2^{k-1}x), x \neq k\pi. \text{ Atunci } \lim_{n \rightarrow \infty} p_n \text{ este:}$$

A 1

B $\frac{\cos x}{x}$

C 0

D $\frac{\sin x}{x}$

E nu există

273

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{n2^n + k} \text{ este:}$$

A 0

B 1

C $\frac{1}{2}$

D 2

E ∞

274

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{kC_n^k}{n2^n + k} \text{ este:}$$

A 0

B 1

C $\frac{1}{2}$

D 2

E ∞

275

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\cos n\pi}{n} \right)^n \text{ este:}$$

A ∞

B 0

C 1

D e

E nu există

276

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + x^n(x^2 + 4)}{x(x^n + 1)}, x > 0 \text{ este:}$$

A $\frac{1}{x}$ B ∞ C x D $\frac{x^2+4}{x}$

E alt răspuns

277

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \arcsin \frac{k}{n^2} \text{ este:}$$

A 0

B 1

C ∞ D $\frac{1}{2}$ E 2π

278

Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 2}$, $x_n = \sqrt[n]{1 + \sum_{k=2}^n (k-1)(k-1)!}$.

Limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n}$ este:

- A** ∞ **B** $\frac{1}{e}$ **C** 0 **D** 1 **E** e

279

Fie $x \in \mathbb{R}$. Notăm cu $\lfloor x \rfloor$ partea întreagă a numărului real x . Limita șirului

$$x_n = \frac{\lfloor x \rfloor + \lfloor 3^2 x \rfloor + \cdots + \lfloor (2n-1)^2 x \rfloor}{n^3}, \quad n \geq 1,$$

este:

- A** $\frac{x}{2}$ **B** 1 **C** 0 **D** $\frac{3x}{4}$ **E** $\frac{4x}{3}$

280

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \cdots + a^{\frac{n}{n}} \right)$, unde $a \in (1, \infty)$, este:

- A** $1 - \ln a$ **B** $1 + \ln a$ **C** $2 + \ln a$ **D** $-\ln a$ **E** $\ln a$

Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = e^{x_n} - 1$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

281

Numărul valorilor lui x_0 pentru care șirul este constant este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 5 **E** 10

282

Șirul este crescător dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

- A** $(-\infty, 0)$ **B** $[0, \infty)$ **C** $(-\infty, 0]$ **D** $(0, \infty)$ **E** $\mathbb{R}$

283

Dacă $x_0 > 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ este:

- A** ∞ **B** 0 **C** nu există **D** 1 **E** $2e$

284

Șirul este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

- A** $\emptyset$ **B** $\{0\}$ **C** $(-\infty, 0]$ **D** $(-\infty, 0)$ **E** $(0, \infty)$

285

Pentru $x_0 = -1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n$ este:

- A** -2 **B** -1 **C** 0 **D** 1 **E** nu există

Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1$, $x_1 \in \mathbb{R}$.

286

Dacă $x_{100} = 1$, atunci x_2 este:

- A** 1 **B** 0 **C** -1 **D** 2 **E** $\frac{1}{2}$

287

Șirul este convergent dacă și numai dacă x_1 aparține mulțimii:

- A** $[0, 1]$ **B** $(0, 1)$ **C** $\{0, 1\}$ **D** $\{1\}$ **E** $[-1, 1]$

288

Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_1 x_2 \cdots x_n}{x_{n+1}}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** $+\infty$ **E** nu există

289

Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n} \right)$ este:

- A** 1 **B** 2 **C** $\sqrt{2}$ **D** e **E** $+\infty$

290

Șirul $(x_n)_{n \geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = 2^{\frac{x_n}{2}}$, $x_0 \in \mathbb{R}$, are limita 2, dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

- A** $\{2\}$ **B** $[-2, 2]$ **C** $(-\infty, 2]$ **D** $[2, 4)$ **E** alt răspuns

Valorile limitelor următoare sunt:

291

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2}$

- A** 1 **B** 0 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 2 **E** ∞

292

$\lim_{n \rightarrow \infty} (2 - \sqrt[n]{2})^n$

- A** $\frac{1}{2}$ **B** 0 **C** 1 **D** 2 **E** ∞

293

$\lim_{n \rightarrow \infty} (2 - \sqrt{2})(2 - \sqrt[3]{2}) \cdots (2 - \sqrt[n]{2})$

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** $\sqrt{2}$ **E** e

294

Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ un șir de numere reale, astfel ca șirul

$$1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - a_n \ln n,$$

$n \geq 1$, să fie mărginit. Limita șirului $(a_n)_{n \geq 1}$ este:

- A** e **B** 0 **C** ∞ **D** 1 **E** $\frac{1}{e}$

295

Fie $a \in \mathbb{R}$ astfel încât șirul $(x_n)_{n \geq 1}$,

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1}\right) - a \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right),$$

să fie mărginit. Limita lui este:

A 0**B** $\ln 2$ **C** 2**D** $-\ln 2$ **E** $\frac{1}{2}$

296

Fie $\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n\right)$ constanta lui Euler.Limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \left(e^{1+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n-1}} - 2e^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n}}\right)$ este:**A** $-\frac{1}{2}e^{\frac{\gamma}{2}}$ **B** e^γ **C** $-\frac{\gamma}{2}$ **D** $-\frac{\gamma}{4}$ **E** $e^{\frac{\gamma}{2}}$

297

Limita șirului $\sqrt[n]{(\sqrt{2})^n + (\sqrt[3]{3})^n + \cdots + (\sqrt[n]{n})^n}$, $n = 2, 3, \dots$, este:**A** 1**B** $\sqrt{2}$ **C** $\sqrt[3]{3}$ **D** $\sqrt[5]{5}$ **E** $e^{1/e}$

298

Limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 3}{3} + \cdots + \frac{\ln n}{n}}{\ln^2 n}$ este:**A** 1**B** 0**C** $\frac{1}{2}$ **D** 2**E** nu există

299

Șirul $a_n = 1^9 + 2^9 + \cdots + n^9 - a n^{10}$, $a \in \mathbb{R}$, este convergent dacă:**A** $a = 9$ **B** $a = 10$ **C** $a = 1/9$ **D** $a = 1/10$ **E** nu există un astfel de a

300

Fie șirul $(x_n)_{n \geq 1}$, $x_n = ac + (a+ab)c^2 + \cdots + (a+ab+\cdots+ab^n)c^{n+1}$.Atunci, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{R}$ cu proprietățile $|c| < 1$, $b \neq 1$ și $|bc| < 1$, avem:**A** (x_n) nu este convergent**B** $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ **C** $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$ **D** $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{a+bc}{(1-ab)c}$ **E** $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{ac}{(1-bc)(1-c)}$

301

Pentru numărul natural $n \geq 1$, notăm cu x_n cel mai mare număr natural p pentru care este adevărată inegalitatea $3^p \leq 2008 \cdot 2^n$. Atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n}$ este:**A** 0**B** 1**C** $\log_3 2$ **D** 2008**E** Limita nu există

Fie $0 < b < a$ și $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ unde $x_0 = 1$, $x_1 = a + b$,

$$x_{n+2} = (a + b)x_{n+1} - abx_n, \quad n \in \mathbb{N}.$$

302 Dacă $0 < b < a$ și $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$ atunci

- A** $l = a$ **B** $l = b$ **C** $l = \frac{a}{b}$ **D** $l = \frac{b}{a}$ **E** nu se poate calcula

303 Dacă $0 < b < a < 1$ și $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n x_k$ atunci:

- A** $L = 1$ **B** $L = \frac{1}{(1-a)(1-b)}$ **C** $L = \frac{2-a-b}{(1-a)(1-b)}$ **D** $L = \frac{a+b}{(1-a)(1-b)}$ **E** $L = \frac{a+b-1}{(1-a)(1-b)}$

304

Mulțimea tuturor valorilor lui a pentru care șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin recurența $x_0 = a$, $x_{n+1} = x_n^2 - 4x_n + 6$, este convergent este:

- A** $\{1\}$ **B** $[-1, 2]$ **C** $\{0\}$ **D** $(0, 1)$ **E** $[1, 3]$

305

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(p+n)!}{n!n^p} \right)^n$, $p \in \mathbb{N}$ este:

- A** ∞ **B** 0 **C** e **D** $e^{1/6}$ **E** $e^{\frac{p(p+1)}{2}}$

306

Câte șiruri convergente de numere reale $(x_n)_{n \geq 1}$ verifică relația

$$\sum_{k=1}^{10} x_{n+k}^2 = 10,$$

pentru orice $n \in \mathbb{N}$?

- A** 1 **B** 10 **C** 0 **D** o infinitate **E** 2

307

Șirul $(x_n)_{n \geq 1}$, $x_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ are limita $\frac{\pi^2}{6}$. Să se calculeze limita șirului $(y_n)_{n \geq 1}$, $y_n = 1 + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{(2n-1)^2}$.

- A** $\frac{\pi^2}{8}$ **B** $\frac{\pi^2}{3}$ **C** $\frac{\pi^2}{16}$ **D** $\frac{\pi}{3}$ **E** $\frac{\pi^2}{12}$

308

Fie x_n soluția ecuației $\operatorname{tg} x = x$ din intervalul $(n\pi, n\pi + \frac{\pi}{2})$, $n \in \mathbb{N}$. Valoarea limitei

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(n\pi + \frac{\pi}{2} - x_n \right)$$

este:

- A** 1 **B** 0 **C** $\frac{1}{\pi}$ **D** $\frac{\pi}{2}$ **E** $\frac{\pi}{4}$

309

Mulțimea valorilor funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ este:

- A** $[-1, e^{\frac{1}{e}}]$ **B** $\mathbb{R}$ **C** $[0, 1]$ **D** $(0, \frac{1}{e}) \cup [1, e]$ **E** $(0, e^{\frac{1}{e}}]$

310

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x^{x^2}}{(1-x)^2}$ este:

- A** e **B** -1 **C** 1 **D** $-e$ **E** 0

311

$\lim_{x \rightarrow +0} ((1+x)^x - 1)^x$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** e **D** ∞ **E** nu există

312

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x) \cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{x^3}$

- A** 0 **B** $n/2$ **C** $n/3$ **D** $n/4$ **E** alt răspuns

313

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+ax)^{\frac{1}{x}} - (1+x)^{\frac{a}{x}}}{x}$, $a \in \mathbb{R}$.

- A** $\frac{a(1-a)}{2}$ **B** $a(1-a)$ **C** 0 **D** ae **E** $\frac{a(1-a)}{2}e^a$

314

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arcsin(\sin x)}{x}$

- A** 0 **B** 1 **C** ∞ **D** $-\infty$ **E** nu există

315

$\lim_{x \rightarrow 0} x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor$ este:

- A** 0 **B** ∞ **C** nu există **D** -1 **E** 1

316

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(ax^2 + bx + c)}{x^2 - 1}$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$ astfel încât $a + b + c = \pi$, este:

- A** $a + b$ **B** $\pi - a - b$ **C** $2a + b$ **D** $-\frac{2a+b}{2}$ **E** $2(a+b)$

317

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** nu există **D** $\frac{1}{2}$ **E** ∞

318

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sqrt[3]{x+8} - 2}$$

- A** 3 **B** $\frac{1}{3}$ **C** $\frac{2}{3}$ **D** nu există **E** 0

319

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^m \operatorname{arctg} k^2 x}{\sum_{k=1}^m \ln(1 + k^3 x)}$$

- A** $\frac{m(m+1)}{m+2}$ **B** $\frac{2}{3} \frac{2m+1}{m(m+1)}$ **C** $\frac{(m+1)(2m+1)}{2m^2}$ **D** 0 **E** $\frac{\pi}{2e}$

320

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a_1^x a_2^{2x} \cdots a_n^{nx} - 1}{x}, \quad a_1, a_2, \dots, a_n > 0, \quad \text{este:}$$

- A** $\ln(a_1 a_2 \cdots a_n)$ **B** $\ln a_1 + \ln a_2 + \cdots + \ln a_n$ **C** $\ln(a_1 a_2^2 \cdots a_n^n)$ **D** $e^{a_1 + 2a_2 + \cdots + na_n}$
E $e^{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}$

321

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(2x + \sqrt{x^2 - 1}\right)^n + \left(2x - \sqrt{x^2 - 1}\right)^n}{x^n}$$

- A** 2^n **B** $2^n - 3^n$ **C** 1 **D** $3^n + 1$ **E** 0

322

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right)$$

- A** ∞ **B** $-\infty$ **C** 0 **D** 1 **E** $\frac{1}{2}$

323

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2 + x + 1} \right)$$

- A** -1 **B** 0 **C** $\frac{1}{2}$ **D** $-\frac{1}{2}$ **E** 1

324

$$\lim_{x \rightarrow 0} x e^{-\frac{1}{x}}$$

- A** 0 **B** e **C** $-\infty$ **D** nu există **E** 1

325

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x - ex \right)$$

- A** $-\frac{e}{2}$ **B** e **C** 0 **D** ∞ **E** 2e

326

$$\lim_{x \rightarrow 2} (5 - 2x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}} \text{ este:}$$

- A** $e^{\frac{2}{\pi}}$ **B** $e^{\frac{\pi}{4}}$ **C** $e^{\frac{4}{\pi}}$ **D** $e^{\frac{\pi}{2}}$ **E** $e^{\frac{8}{\pi}}$

Valoarea limitelor:

327 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^n - \sin^n x}{x^{n+2}}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2;$

- A** ∞ **B** 0 **C** $-\frac{n}{6}$ **D** $\frac{n}{6}$ **E** 1

328 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$

- A** e **B** $\frac{1}{2}$ **C** $\frac{e}{2}$ **D** $-\frac{1}{2}$ **E** 0

329 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\sin x) - x}{x^3}$

- A** $1/3$ **B** $1/6$ **C** ∞ **D** -1 **E** $\pi/2$

330 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x + c^x}{3} \right)^{\frac{1}{x}}, a, b, c > 0,$

- A** $\sqrt[3]{abc}$ **B** nu există **C** $\ln abc$ **D** $\frac{a+b+c}{3}$ **E** 1

331 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e} \right)^{\frac{1}{x}}$

- A** 1 **B** 0 **C** e **D** $\sqrt{e}$ **E** $\frac{1}{\sqrt{e}}$

332 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\cos 2x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

- A** 1 **B** e^2 **C** $e^{\frac{3}{2}}$ **D** $e^{\frac{1}{2}}$ **E** e^3

333 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$

- A** $\sqrt[3]{2}$ **B** $\sqrt[3]{e}$ **C** e **D** e^{-1} **E** $e^{\frac{3}{2}}$

334 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2 + x + 1} \frac{\ln(e^x + x)}{x} \right)$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** -1 **D** $-\frac{1}{2}$ **E** ∞

335 $\lim_{x \rightarrow 0} (a^x + x)^{\frac{1}{\sin x}}, a > 0,$ este:

- A** ae **B** $e^{\ln a}$ **C** a **D** 1 **E** e^a

336

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (x^2)^{\frac{1}{\ln x}}$$

- A** 0 **B** e^2 **C** 1 **D** 2 **E** nu există

337

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \cdot \left(e^{\frac{1}{n+1}} - e^{\frac{1}{n}} \right):$$

- A** -1 **B** 1 **C** $-\infty$ **D** Limita nu există **E** e

338

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2(x) + \operatorname{tg}^2(2x) + \cdots + \operatorname{tg}^2(nx))^{\frac{1}{n^3 x^2}} \right) \text{ este:}$$

- A** $e^{\frac{1}{3}}$ **B** e^3 **C** $\frac{1}{e}$ **D** 1 **E** ∞

339

Dacă $|a| > 1$, atunci limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + a^n}$ are valoarea:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** ∞ **E** limita nu există, pentru $a < -1$

340

Pentru ce valori ale parametrilor reali a și b avem

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 2} - ax - b \right) = 0?$$

- A** $a = b = 1$ **B** $a = b = -1$ **C** $a = 2, b = 1$ **D** $a = 1, b = 2$ **E** $a = 2, b = \frac{3}{2}$

Se consideră funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arcsin(x - \sqrt{1 - x^2})$, unde D este domeniul maxim de definiție.

341

Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției este:

- A** $[-1, 1]$ **B** $(-1, 1)$ **C** $(0, 1)$ **D** $[0, 1]$ **E** alt răspuns

342

Mulțimea punctelor de derivabilitate ale funcției este:

- A** $[-1, 1]$ **B** $[0, 1]$ **C** $[0, 1)$ **D** $(0, 1)$ **E** alt răspuns

343

Mulțimea punctelor în care funcția are derivată este:

- A** $[-1, 1]$ **B** $[0, 1]$ **C** $[0, 1)$ **D** $(0, 1]$ **E** alt răspuns

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă. Ce concluzie se poate trage asupra funcției f dacă:

344

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \text{ și } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

- A** f este strict crescătoare **B** f este injectivă **C** f este surjectivă
D f este inversabilă **E** f nu este injectivă

345

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

- A** f este descrescătoare **B** f este injectivă **C** f este surjectivă
D f este inversabilă **E** f nu este injectivă

346

f este injectivă.

- A** f este surjectivă **B** f este strict monotonă **C** f are cel puțin două zerouri
D f este inversabilă **E** f este o funcție impară

347

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(e^x + x)^{n+1} - e^{(n+1)x}}{xe^{nx}}, \quad n > 0, \text{ este:}$$

- A** 1 **B** $n + 1$ **C** 0 **D** ∞ **E** e

348

Funcția f definită prin $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 e^{nx} + x}{e^{nx} + 1}$

- A** este definită numai pentru $x \leq 0$ **B** este definită și continuă pe $\mathbb{R}$
C este definită și derivabilă pe $\mathbb{R}$ **D** este definită pe $\mathbb{R}$ dar nu este continuă pe $\mathbb{R}$
E este definită numai pentru $x = 0$

349

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n + x}{x^{2n} + 1}$.

Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate?

- A** f nu e bine definită pe $(-\infty, -1)$ căci limita nu există. **B** f este continuă în 1.
C singurul punct de discontinuitate este $x = 1$. **D** f are limită în $x = -1$.
E f continuă pe $(-\infty, 1)$.

350

Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + x^{2n}}{1 + x + x^2 + \dots + x^{2n}}$$

este:

- A** $\mathbb{R}$ **B** $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ **C** $\mathbb{R}^*$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

351

Ecuția $x^2 + 1 = me^{-\frac{1}{x}}$, unde m este un parametru real, are trei soluții reale și distincte dacă:

- A** $m = -1$ **B** $m = 2e$ **C** $m = \pi$ **D** $m = 3\sqrt{2}$ **E** $m = 7$

352

Ecuția $m e^{\frac{2}{x-1}} = x$, $m \in \mathbb{R}$, are două rădăcini reale și distincte dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

- A** $(0, \infty)$ **B** $(1, \infty)$ **C** $(-\infty, 1)$ **D** $(0, 1)$ **E** $(-1, 1)$

353

Fie funcția $f(x) = \frac{|x^3 - 1|}{ax^2 + bx}$. Valorile numerelor reale a și b pentru care dreapta $y = x + 4$ este asimptotă la ∞ sunt:

- A** $a = 4; b = 1$ **B** $a = 1; b = -4$ **C** $a = -4; b = 1$ **D** $a = 1; b = 4$
E $a = -1; b = -4$

Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2 - x + 1}$.

354

Ecuția tangentei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

- A** $y - 2x + 1 = 0$ **B** $2y - 2x + 1 = 0$ **C** $y - 4x - 1 = 0$ **D** $4y - x + 1 = 0$
E $4y - 4x + 1 = 0$

355

Ecuția normalei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

- A** $2y - 2x + 1 = 0$ **B** $\frac{1}{4}y - 2x + 1 = 0$ **C** $y - x + 1 = 0$ **D** $y + \frac{1}{4}x - 1 = 0$
E $4y - x + 1 = 0$

356

Funcția $f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{1}{x}}}$, $x \in (0, \infty)$, admite asimptota oblică de ecuație:

- A** $y = -x - 1$ **B** $y = -x + \frac{1}{2}$ **C** $y = -x + 1$ **D** $y = -x$ **E** $y = x$

357

Fie $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + bx + 2}{x^2 + 2x + c}$, D -domeniul maxim de definiție al lui f . Mulțimea tuturor valorilor $(b, c) \in \mathbb{R}^2$ pentru care funcția f are o singură asimptotă verticală și graficul lui f nu intersectează asimptota orizontală este:

- A** $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | b \neq 0, c = 1\}$ **B** $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1\}$
C $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | b = 3, c = 1\}$ **D** $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1, b = 2 \text{ sau } c = 1, b = 3\}$
E nici unul din răspunsurile anterioare nu e corect

358

Graficul funcției $f: \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x - 3}$ admite:

- A** o asimptotă verticală și una orizontală **B** o asimptotă verticală și una oblică
C o asimptotă orizontală și una oblică **D** o asimptotă verticală și două oblice
E o asimptotă verticală și două orizontale

Fie $f : [0, \infty) \setminus \{1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{mx-3}{x^2-3x+2}$, unde m este un parametru real.

359 Numărul asimptotelor funcției f este:

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4
E numărul asimptotelor depinde de m .

360 Numărul valorilor întregi ale parametrului m pentru care f are trei puncte de extrem este:

- A** infinit **B** 4 **C** 3 **D** 2 **E** 1

361

Valorile lui $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{(m-1)^2 x^2 + 1}}{3x+2} = -1$ sunt:

- A** -2, 4 **B** -1, 3 **C** 2, 3 **D** -1, 4 **E** -2, 2

362

Funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-a}{x^2-b}$, $a, b \in \mathbb{R}$, are pe domeniul maxim de definiție două asimptote verticale dacă și numai dacă:

- A** $a = b = 0$ **B** $a = 1, b = -1$ **C** $a = b = 1$ **D** $a = 2, b = 1$ **E** $b > 0, a^2 \neq b$

363

Abscisele punctelor în care graficele funcțiilor $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^6 \quad \text{și} \quad g(x) = 2x^5 - 2x - 1$$

sunt tangente sunt:

- A** $\frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$ **B** $\frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$ **C** $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ **D** nu există **E** 0

364

Egalitatea

$$\operatorname{arctg} a + \operatorname{arctg} b = \operatorname{arctg} \frac{a+b}{1-ab}$$

are loc dacă și numai dacă numerele reale a și b satisfac condiția:

- A** $ab > 1$ **B** $ab < 1$ **C** $ab \neq 1$ **D** $ab > 0$ **E** $b = 0, a \in \mathbb{R}$

365

Numărul de valori ale parametrului real $a \in [0, 1]$ pentru care funcția $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - |x - a|$, este convexă pe $[0, 1]$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 4 **E** infinit

366

Fie $Q(x)$ câtul împărțirii polinomului $P(x) = 99(x^{101} - 1) - 101x(x^{99} - 1)$ la $(x - 1)^3$. Valoarea $Q(1)$ este:

- A** 9999 **B** 18000 **C** 5050 **D** 3333 **E** alt răspuns

367

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este derivabilă și sunt verificate condițiile:
 $f(0) = 2$, $f'(x) = 3f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Valoarea $f(\ln 2)$ este:

- A** 2 **B** 4 **C** 6 **D** 16 **E** 32

368

Care dintre următoarele afirmații este adevărată pentru orice funcție $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ care are derivată strict pozitivă?

- A** f este crescătoare pe $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ **B** f este crescătoare pe $(0, \infty)$
C f este descrescătoare **D** f este mărginită **E** f este convexă

369

O funcție polinomială neconstantă $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, este strict crescătoare dacă și numai dacă:

- A** $P'(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ **B** $P'(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ **C** $P'(x) \leq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$
D $P''(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ **E** $P''(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$

Se consideră funcția $f: [-2, 1] \rightarrow M$, $M \subset \mathbb{R}$, $f(x) = |x^3 + x^2|$.

370

Numărul punctelor de extrem ale funcției f este:

- A** 5 **B** 3 **C** 2 **D** 1 **E** 4

371

f este surjectivă pentru M egal cu:

- A** $[0, 4]$ **B** $[0, \infty)$ **C** $[0, 2]$ **D** $[0, 27]$ **E** $\mathbb{R}$

Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x+1)(x+2) \cdots (x+2019)$ și fie $g = f \circ f \circ f$.

372

$f'(0)$ este:

- A** 2019! **B** 0 **C** 2018! **D** 2019! + 2018! **E** 2019! - 2018!

373

$g'(0)$ este:

- A** 2019!³ **B** 2019³ **C** 2019² **D** 2019!² **E** 2019!

374

Numărul punctelor de extrem ale funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$ este:

- A** 9 **B** 7 **C** 5 **D** 3 **E** alt răspuns

375

Să se studieze derivabilitatea funcției $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}$.

- A** f derivabilă pe $(2, \infty)$ **B** f are în $(5, 0)$ punct de întoarcere
C f are în $(5, 0)$ punct unghiular **D** f este derivabilă în $x = 5$
E f este derivabilă numai pe $(5, \infty)$

376

Dacă $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[5]{\frac{1}{6}x^3 - x + \sin x}$, atunci $f'(0)$ este:

- A** $1/\sqrt[5]{120}$ **B** $-1/\sqrt[5]{120}$ **C** ∞ **D** nu există **E** $-\infty$

377

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$. Care din afirmațiile următoare este adevărată?

- A** f nu e continuă în 0 **B** f este derivabilă în 0 **C** f nu are limită în 0
D $\exists \lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ **E** f are limită la $+\infty$, egală cu 1, și la $-\infty$, egală cu -1

378

Se consideră funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arctg \sqrt{x^2 - 1} + \arcsin \frac{1}{x}$, unde D este domeniul maxim de definiție al funcției f . Mulțimea valorilor funcției f este:

- A** $(-\infty, \frac{\pi}{2}]$ **B** $\mathbb{R}$ **C** $(-\frac{\pi}{2}, \infty)$ **D** $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ **E** $(-\infty, -\frac{\pi}{2}] \cup [\frac{\pi}{2}, \infty)$

Se consideră funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + \sqrt{|x|} - x)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

379

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sqrt{|x|}}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** -1 **D** e **E** ∞

380

$f'(\frac{1}{4})$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** -1 **D** $\frac{1}{2}$ **E** $-\frac{1}{2}$

381

Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

382

Valoarea lui a pentru care funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x|x - a|$, este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

- A** $a = 1$ **B** $a = -1$ **C** $a = 0$ **D** $a = 2$ **E** $a = -2$

383

Fie g și h două funcții derivabile pe $\mathbb{R}$ și $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = g(x)|h(x)|$. Dacă $h(x_0) = 0$, atunci funcția f este derivabilă în x_0 dacă și numai dacă:

- A** $h'(x_0) = 0$ **B** $g(x_0) > 0$ **C** $g(x_0) = 0$ **D** $g(x_0)h'(x_0) = 0$ **E** alt răspuns

384

Funcția $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{x^2 + b}, & 0 \leq x \leq 1 \\ \ln(x^2 - 3x + 3) + 2x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$, este o funcție derivabilă pentru:

- A** $a = 6, b = 2$ **B** $a = 8, b = 3$ **C** $a = 8, b = 30$ **D** $a = 10, b = 4$ **E** $a - 2b = 1$

385

Derivata funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[6]{x^2}$, în punctul zero, este:

- A** ∞ **B** 0 **C** $1/3$ **D** 1 **E** nu există

386

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x$. Valoarea lui $(f^{-1})'(3)$ este:

- A** 1 **B** -1 **C** $\frac{1}{3}$ **D** -2 **E** $\frac{1}{5}$

387

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{x - 1}$, unde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Valorile lui α și β pentru care f admite un extrem în punctul $M(0, 1)$ sunt:

- A** $\alpha = 1, \beta = -1$ **B** $\alpha = 0, \beta = 1$ **C** $\alpha = \beta = 2$ **D** $\alpha = 3, \beta = -1$
E $\alpha = -1, \beta = 1$

388

Se consideră funcția $f : [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -\ln(x^2 + x + 1) & ; \quad -1 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x|x^2 - 4|} & ; \quad x > 0 \end{cases}.$$

Notăm cu α numărul punctelor de extrem, cu β numărul punctelor unghiulare și cu γ numărul punctelor de întoarcere ale funcției f . Atunci:

- A** $\alpha = 5, \beta = 0, \gamma = 2$ **B** $\alpha = 5, \beta = \gamma = 1$ **C** $\alpha = 5, \beta = 2, \gamma = 0$
D $\alpha - \beta = 4, \beta - \gamma = 1$ **E** $\alpha = 4, \beta = 0, \gamma = 2$

389

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + x^2) - x$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate?

- A** f e strict pozitivă pe $\mathbb{R}$ **B** f e strict crescătoare pe $\mathbb{R}$
C f e strict negativă pe $\mathbb{R}$ **D** f verifică inegalitatea $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty, 0)$
E f verifică inegalitatea $f(x) > 0, \forall x \in (0, \infty)$

390

Derivata de ordinul 100, $(x^{99} \ln x)^{(100)}, \quad x > 0,$ este:

- A** $100!x$ **B** $\frac{100!}{x}$ **C** $-100!x$ **D** $99!x$ **E** $\frac{99!}{x}$

391

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 4$. Valoarea lui $(f^{-1})'(4)$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{4}$ **D** $\frac{1}{116}$ **E** $\frac{1}{68}$

392

Dacă $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o funcție cu derivata de ordinul al doilea continuă astfel încât $f(2) = f'(2) = f''(2) = 2$, iar funcția $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este definită prin $g(x) = f(\sqrt{x^2 + 3})$, atunci:

- A** $g(1) = g'(1) = 2$ **B** $g'(1) = \sqrt{2}$ **C** $g(1) + g''(1) \in \mathbb{N}$ **D** $g'(1) = g''(1) = 1$
E $g'(1) = 1, g''(1) = \frac{5}{4}$

Fie funcția f dată prin $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$

393 Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul doi a funcției este:

- A** $\{0\}$ **B** $\{-1; 0; 1\}$ **C** $\emptyset$ **D** $\{0; 2\}$ **E** $\{0; 1\}$

394 Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul trei a funcției este:

- A** $\{0\}$ **B** $\{-1; 0; 1\}$ **C** $\emptyset$ **D** $\{0; 2\}$ **E** $\{0; 1\}$

Fie $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție de două ori derivabilă astfel încât $f''(x) = \frac{1}{x}$, $\forall x > 0$ și $f(1) = f'(1) = 0$.

395 $f'(x)$ are expresia:

- A** $-\frac{1}{x^2}$ **B** $1 - \frac{1}{x^2}$ **C** $\frac{1}{x^2} - 1$ **D** $\ln x$ **E** alt răspuns

396 $f(x)$ are expresia:

- A** $\frac{2}{x^3}$ **B** $\frac{2}{x^3} - 2$ **C** $x \ln x - x$ **D** $x \ln x + x - 1$ **E** alt răspuns

397 Numărul soluțiilor reale ale ecuației $\ln x = 1 - \frac{1}{x}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** alt răspuns

Se dă funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2^{x^4} + 2^{x^2-1}$.

398 Care este valoarea lui $f(-1)$?

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

399 Care este soluția inecuației $f(x) \leq 3$?

- A** $\emptyset$ **B** $[-1, 1]$ **C** $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ **D** $(-\infty, -1]$ **E** alt răspuns

400 Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^{-x^2}$.

401 Suma pătratelor absciselor punctelor de inflexiune ale graficului funcției este egală cu:

- A** 25 **B** 1 **C** $5 + \sqrt{17}$ **D** 5 **E** $5 - \sqrt{17}$

402 Aria mărginită de graficul funcției f' , dreptele $x = -2$, $x = 1$ și axa OX este egală cu:

- A** $\frac{1}{e} - \frac{4}{e^2}$ **B** $\frac{4}{e^2} - \frac{1}{e}$ **C** $\frac{3}{e} - \frac{4}{e^4}$ **D** 1 **E** alt răspuns

403

Funcția $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \alpha x^2 + 1 - \ln(1+x)$, $\alpha \in \mathbb{R}$, are două puncte de extrem local pentru:

- A** $\alpha = -2$ **B** $\alpha = -1$ **C** $\alpha \in (-2, -1)$ **D** $\alpha > 2$ **E** $\alpha < -2$

404

Se dă funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2 + 6x + m)$, unde m este un parametru real. Funcția f admite puncte de extrem pentru:

- A** $m \in (-\infty, 10]$ **B** $m \in (10, \infty)$ **C** $m \in \mathbb{R}$ **D** $m \in (-\infty, 10)$ **E** $m \in [10, \infty)$

405

Inegalitatea $a^x \geq x + 1$, $a > 0$, are loc pentru orice $x \in \mathbb{R}$ dacă și numai dacă:

- A** $a = 1$ **B** $a = e$ **C** $a > 1$ **D** $a > e$ **E** $a < e$

406

Dacă mulțimea soluțiilor ecuației $a^x = x$, cu $a > 1$, are un singur element, atunci:

- A** $a = \frac{1}{e}$ **B** $a = e$ **C** $a = e^{\frac{1}{e}}$ **D** $a = e^e$ **E** $a = \frac{1}{e^e}$

407

Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care ecuația $a^x = x + 2$, are două soluții reale este:

- A** $(1, \infty)$ **B** $(0, 1)$ **C** $(\frac{1}{e}, e)$ **D** $(\frac{1}{e^e}, e^e)$ **E** $(e^{\frac{1}{e}}, \infty)$

408

Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care inegalitatea $a^x \geq x^a$, are loc pentru orice $x > 0$ este:

- A** $\{e\}$ **B** $(0, 1)$ **C** $(1, \infty)$ **D** $(\frac{1}{e}, 1)$ **E** $(1, e)$

409

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2} + \sqrt{x^2 + 2x + 2}$ are proprietatea:

- A** este crescătoare pe $\mathbb{R}$ **B** este descrescătoare pe $(-\infty, 0]$ și crescătoare pe $[0, \infty)$
C este impară **D** $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$
E graficul funcției f intersectează axa Ox într-un punct.

410

Să se determine un punct $P(x_0, y_0)$ pe curba a cărei ecuație este $y = (x - 2)\sqrt{x}$, $x > 0$, în care tangenta să fie paralelă cu dreapta de ecuație $2y = 5x + 2$.

- A** $P(4, 4)$ **B** $P(9, 21)$ **C** $P(1, -1)$ **D** $P(2, 0)$ **E** $P(3, \sqrt{3})$

411

Ecuația tangentei comune la graficele funcțiilor $f, g: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$, $g(x) = \frac{1}{x}$ este:

- A** $y = -4x - 1$ **B** $y = -x - 4$ **C** $y = -2x - 4$ **D** $y = -4x - 4$
E graficele nu admit tangentă comună

412

Funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \sqrt{x^2 + a}$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + 1$ sunt tangente (au o tangentă comună într-un punct comun) dacă:

- A** $a = 1 + e$ **B** $a = 0$ **C** $a = 1$ **D** $a = e - \pi$ **E** $a = -1$

413

Ecuația tangentei la graficul funcției $f(x) = \ln \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}$ în punctul de abscisă $x = 2$ este:

- A** $x - 7y - 2 = 0$ **B** $x - 6y - 2 = 0$ **C** $x - 5y - 2 = 0$ **D** $x - 4y - 2 = 0$
E $x - 3y - 2 = 0$

414

Graficele funcțiilor $f(x) = ax^2 + bx + 2$ și $g(x) = \frac{x-1}{x}$ au tangentă comună în punctul de abscisă $x_0 = 1$ dacă:

- A** $a + b = -1$ **B** $a = 0, b = 1$ **C** $a = 1, b = -2$ **D** $a = 3, b = -5$
E $a = 3, b = -4$

415

Tangenta la graficul funcției $f(x) = (a \sin x + b \cos x)e^x$ în punctul $(0, f(0))$ este paralelă cu prima bisectoare, dacă:

- A** $a = b = 1$ **B** $a = 2, b = 1$ **C** $a - b = 1$ **D** $a + b = 1$ **E** $a^2 + b^2 = 1$

416

Fie x_1 cea mai mică rădăcină a ecuației $x^2 - 2(m+1)x + 3m + 1 = 0$. Atunci $\lim_{m \rightarrow \infty} x_1$ este:

- A** 1 **B** $\frac{3}{2}$ **C** 0 **D** $-\frac{1}{2}$ **E** -1

417

Mulțimea valorilor paramentului real a pentru care ecuația $ax - \ln|x| = 0$ are trei rădăcini reale distincte este:

- A** $(-\infty, 0)$ **B** $(0, 1)$ **C** $(-e^{-1}, 0) \cup (0, e^{-1})$ **D** (e^{-1}, ∞) **E** $\emptyset$

Fie funcția $f : (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = 2 \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} \frac{2x}{1-x^2}.$$

418 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ este:

- A** π **B** 0 **C** $\frac{\pi}{2}$ **D** -1 **E** ∞

419 Mulțimea valorilor funcției este:

- A** $\{-\pi, 0, \pi\}$ **B** $\{0\}$ **C** $\mathbb{R}$ **D** $(-1, \infty)$ **E** $(0, \infty)$

420

Mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care este adevărată egalitatea

$$2 \operatorname{arctg} x + \arcsin \frac{2x}{1+x^2} = \pi$$

este:

- A** $(0, \infty)$ **B** $(-\infty, -1) \cup [1, \infty)$ **C** $[1, \infty)$ **D** $[-1, 1]$ **E** $[2, \infty)$

Fie $f(x) = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2x}{1+x^2} + \operatorname{arctg} |x|$.

421 Domeniul maxim de definiție al funcției este :

- A** $[-1, 1]$ **B** $(-1, 1)$ **C** $\mathbb{R}$ **D** $\mathbb{R}^*$ **E** $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

422 $f(\pi)$ este:

- A** 1 **B** $\frac{\pi}{4}$ **C** π **D** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **E** $\frac{\pi}{2}$

423 Funcția este strict descrescătoare dacă și numai dacă x este din:

- A** $\mathbb{R}$ **B** $(-1, 0)$ **C** $(0, 1)$ **D** $(-\infty, -1/5)$ **E** $(-\infty, -1]$

424

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^*$ o funcție care admite primitive și verifică relațiile $\cos f(x) = 1, \forall x \in \mathbb{R}$ și $|f(\pi) - \pi| \leq \pi$. $f(100)$ este:

- A** 16π **B** 8π **C** 4π **D** 2π **E** 0

425

O primitivă a funcției $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$, este:

- A** $\arccos \sqrt{x}$ **B** $\arcsin \sqrt{x}$ **C** $\arccos \frac{1}{x}$ **D** $\arcsin \frac{1}{\sqrt{x}}$ **E** $\operatorname{arctg} \sqrt{x}$

426

Mulțimea primitivelor funcției $f: \left(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$, este:

- A** $x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$ **B** $-x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$ **C** $x \operatorname{tg} x + \ln \cos x + c$
D $-x \operatorname{tg} x - \ln(-\cos x) + c$ **E** $x \operatorname{tg} x + \ln(-\cos x) + c$

427

Mulțimea primitivelor funcției $f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \sin x}$, este:

- A** $x + \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$ **B** $\frac{1}{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$ **C** $x + 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$ **D** $\frac{2}{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$ **E** $x + \frac{2}{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$

428

O primitivă a funcției $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} - 1}}$ este:

- A** $\arcsin e^x$ **B** $\arccos e^x$ **C** $\operatorname{arctg} x$ **D** $\ln(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1})$ **E** $2\sqrt{e^{2x} - 1}$

429

Mulțimea primitivelor funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$ este:

- A** $\ln \frac{\sqrt{e^x + 1} - 1}{\sqrt{e^x + 1} + 1} + c$ **B** $\ln \frac{1}{\sqrt{e^x + 1} + 1} + c$ **C** $2\sqrt{e^x + 1} + c$
D $-\ln(\sqrt{e^{-x} + 1} + e^{-x/2}) + c$ **E** $\ln(\sqrt{e^x + 1} - e^x) + c$

430

Mulțimea primitivelor funcției $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(x^3 + 1)}$ este:

- A** $\ln x - \ln(x^3 + 1) + c$ **B** $\ln \frac{x^3}{x^3 + 1} + c$ **C** $\frac{1}{3} \ln \frac{x^3}{x^3 + 1} + c$
D $\ln x + \operatorname{arctg} x + c$ **E** $\ln x \ln(x + 1) + c$

431

Mulțimea primitivelor funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x(x^2 - 2x + 1)}{(x^2 + 1)^2}$ este:

- A** $e^x \operatorname{arctg} x + c$ **B** $e^x(1 + x^2)^{-1} + c$ **C** $\frac{xe^x}{x^2 + 1} + c$ **D** $\frac{x^2 e^x}{x^2 + 1} + c$ **E** $\frac{(x+1)e^x}{x^2 + 1} + c$

432

Mulțimea primitivelor funcției $f: (-\infty, -1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$ este:

- A** $\arccos \frac{1}{x} + c$ **B** $\arcsin \frac{1}{x} + c$ **C** $-\operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} + c$ **D** $\ln \sqrt{x^2 - 1} + c$
E $\operatorname{arctg} \frac{1}{x} + c$

433

Mulțimea primitivelor funcției $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{e^x + \cos x}{e^x + \cos x + \sin x},$$

este:

- A** $\ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ **B** $x + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$
C $\frac{x}{2} + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ **D** $\frac{1}{2}[x + \ln(e^x + \cos x + \sin x)] + c$
E $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$

434

$$\int_{-2}^0 \frac{x}{\sqrt{e^x + (x+2)^2}} dx \text{ este:}$$

- A** -1 **B** -2 **C** $-e$ **D** $2 - e$ **E** alt răspuns

435

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$$

- A** $\frac{5\pi}{6\sqrt{2}}$ **B** $\frac{7\pi}{6\sqrt{2}}$ **C** $\frac{3\pi}{4\sqrt{2}}$ **D** $\frac{4\pi}{3\sqrt{2}}$ **E** $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$;

436

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$
are primitive dacă și numai dacă:

- A** $a = 0$ **B** $a = 1$ **C** $a = -1$ **D** $a > 0$ **E** $a < 0$

437

Fie $F: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ astfel ca: $F'(x) = \frac{1}{x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$, $F(-1) = 1$ și $F(1) = 0$. Atunci $F(e) + F(-e)$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** nu există o astfel de funcție F

Fie F o primitivă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{x^2}$.

438

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x F(x)}{e^{x^2}} \text{ este:}$$

- A** 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **D** ∞ **E** e

439

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x F(x)}{e^{x^2}} \text{ este:}$$

- A** ∞ **B** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 0 **E** e

440

Funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, este continuă în 0 și derivabilă pe $\mathbb{R}^*$ astfel ca

$$F'(x) = \left(\sin \frac{1}{x} \right)^2, \quad x \in \mathbb{R}^*.$$

Derivata $F'(0)$ este:

- A** 0 **B** ∞ **C** 1 **D** nu există **E** alt răspuns

441

Integrala $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(x+3)\sqrt{x+3}} dx$ este:

- A** $-\frac{1}{16} - \ln \frac{15}{16}$ **B** $\ln 3 - 1$ **C** $\ln \frac{3}{4} - 1$ **D** $-\frac{1}{4} + \arctg \frac{1}{4}$ **E** $\frac{1}{4}$

442

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_0^x \frac{dy}{2 + \cos y}$$

- A** 0 **B** nu există **C** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **D** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **E** ∞

443

$$\int_{-5}^5 (2x - 1) \operatorname{sgn} x \, dx$$

- A** 0 **B** -50 **C** 10 **D** 15 **E** 50

444

$$\int_0^2 \frac{2x^3 - 6x^2 + 9x - 5}{(x^2 - 2x + 5)^n} dx$$

- A** 1 **B** -1 **C** 0 **D** $\frac{2}{n}$ **E** $\frac{n}{2}$

445

$$\int_0^1 \frac{2}{(1 + x^2)^2} dx$$

- A** $\frac{\pi}{4} + 1$ **B** $\pi + \frac{1}{2}$ **C** $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ **D** $\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}$ **E** $\pi + \frac{1}{4}$

446

$$\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{3-x}} dx \text{ este:}$$

- A** $\frac{3}{2}$ **B** $\frac{2}{3}$ **C** $\frac{4}{3}$ **D** $\frac{3}{4}$ **E** $\frac{5}{3}$

447

$$\int_3^8 \frac{dx}{x - 1 + \sqrt{x+1}}$$

- A** $\frac{2}{3} \ln \frac{25}{8}$ **B** $\ln 3$ **C** 5 **D** $\sqrt{11}$ **E** $3 \operatorname{arctg} \sqrt{3} - 2$

448

$$\int_{\sqrt{e}}^e \frac{\ln x}{x} dx \text{ este:}$$

- A** $\frac{3}{8}$ **B** $\frac{3}{4}$ **C** $\frac{e}{2}$ **D** $\frac{2}{e}$ **E** $\frac{1}{8}$

449

Dacă funcția polinomială $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$$P(1) + \dots + P(n) = n^5, \quad n = 1, 2, \dots, \text{ atunci integrala } \int_0^1 P(x) dx \text{ este:}$$

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1}{3}$ **C** $\frac{1}{4}$ **D** 1 **E** 0

450

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x}{\cos^3 x} dx$$

A $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{2}$

B $\frac{\pi}{4}$

C $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$

D $\frac{\pi}{2} - 1$

E $\frac{\pi}{8} - 2$

451

Să se calculeze $\int_0^{2\pi} \sin(mx) \cos(nx) dx$, unde m și n sunt două numere întregi.

A 0

B $m\pi$

C π

D 1

E $(n+m)\pi$

452

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$$

A $\operatorname{arctg} e$

B $\frac{\pi}{2}$

C $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$

D 0

E $\operatorname{arctg} e + \pi$

453

$$\int_{-1}^1 (1+2x^{2015})e^{-|x|} dx$$

A $\frac{4014}{e}(e-1)$

B $\frac{4016}{e}(e-1)$

C ∞

D $\frac{2}{e}(e-1)$

E $2006 - \frac{2006}{e}$

454

$$\int_{-1}^2 \min\{1, x, x^2\} dx$$

A $\frac{6}{5}$

B $\frac{5}{6}$

C $\frac{3}{4}$

D $\frac{4}{3}$

E 0

455

Integrala $\int_1^e \ln x dx$ este:

A 1

B 2

C 0

D $e-1$

E $e-2$

456

Integrala $\int_1^e \ln^2 x dx$ este:

A 1

B 2

C 0

D $e-1$

E $e-2$

457

Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^3 x dx$.

A $\frac{1-\ln 2}{2}$

B $\frac{1}{2}$

C $\frac{1}{2} \ln 2$

D $\ln 2$

E 1

458

Soluția ecuației $\int_0^x t e^t dt = 1$ este:

A 1

B 2

C 0

D $e-1$

E $e-2$

459

$$\int_1^{2e} |\ln x - 1| dx$$

- A** $2 \ln 2$ **B** $2(e \ln 2 - 1)$ **C** $e \ln 2$ **D** 1 **E** $\ln 2 - 1$

460

$$\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x dx$$

- A** π **B** $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ **C** $\frac{2\pi}{3}$ **D** $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ **E** $\frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3}$

461

$$\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$$

- A** $\frac{3}{2}$ **B** $\frac{1}{2}$ **C** 1 **D** $\frac{5}{2}$ **E** 2

462

Să se calculeze $\int_0^a \frac{(a-x)^{n-1}}{(a+x)^{n+1}} dx$, unde $a > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$.

- A** $\frac{1}{2na}$ **B** $\frac{n}{2a}$ **C** $\frac{a}{2n}$ **D** $2an$ **E** $\frac{2a}{n}$

463

$$\int_{-1}^1 \sin x \ln(2+x^2) dx$$

- A** 0 **B** $\ln 2$ **C** 1 **D** $\frac{\pi}{2}$ **E** $\ln 3$

464

$$\int_0^1 x \ln(1+x) dx \text{ este:}$$

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1}{2} \ln 2$ **C** $\ln 2$ **D** $\frac{1}{4}$ **E** $\frac{1}{4} \ln 2$

465

$$\lim_{a \rightarrow 1} \int_0^a x \ln(1-x) dx, \quad a \in (0, 1):$$

- A** 0 **B** $-\frac{1}{4}$ **C** $-\frac{1}{2}$ **D** $-\frac{3}{4}$ **E** -1

466

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 \cos x + 3} \text{ este:}$$

- A** 0 **B** $\frac{2}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{5}}$ **C** $\operatorname{arctg} \sqrt{5}$ **D** $\operatorname{arctg} \frac{2}{\sqrt{5}}$ **E** $\frac{1}{\sqrt{5}}$

467

$$\int_0^{4\pi} \frac{dx}{5 + 4 \cos x} \text{ este:}$$

A $\frac{4\pi}{3}$

B 0

C $\frac{4}{5}\pi$

D $\frac{5}{4}\pi$

E π

468

$$\text{Integrala } \int_{\frac{1}{n+2}}^{\frac{1}{n}} \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor dx, n \in \mathbb{N}^* \text{ este:}$$

A $\frac{2n+3}{(n+1)(n+2)}$

B 0

C $3n$

D $\frac{4n}{5n+1}$

E $6n$

469

$$\text{Valoarea lui } I_n = \int_1^n \frac{dx}{x + [x]} \text{ este:}$$

A $\ln \frac{2n-1}{2}$

B $\ln \frac{3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdots (2n-2)}$

C $\ln 2 - \ln(2n-1)$

D $\frac{1}{2} \ln x$

E $\frac{1}{2} \ln n$

470

$$\text{Dacă } n \in \mathbb{N}^*, \text{ atunci valoarea integralei } \int_0^{\frac{n\pi}{2}} e^{-x} \cos 4x dx \text{ este:}$$

A $\frac{1}{17}(1 - e^{-\frac{n\pi}{2}})$

B $n\pi$

C $\frac{n\pi}{4}$

D 0

E $e^{\frac{\pi}{2}}$

471

$$\text{Valoarea expresiei } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx + \int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin \sqrt{x} dx \text{ este:}$$

A $\frac{\pi}{8}$

B $\frac{\pi}{3}$

C $\frac{\pi}{5}$

D $\frac{\pi}{7}$

E $\frac{\pi}{2}$

472

$$\text{Valoarea integralei } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{1 + \sin 2x} dx \text{ este:}$$

A $1 - \frac{\pi}{4}$

B $\frac{\pi}{4}$

C 1

D 0

E $\frac{\pi}{2}$

473

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{n}}^n \frac{1}{x^2 + x + 1} dx \text{ este:}$$

A $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$

B 2π

C $3\sqrt{3}$

D 0

E 3

474

$$\text{Fie } n \text{ un număr natural nenul. Să se calculeze } \int_0^1 \{nx\}^2 dx, \text{ unde } \{a\} \text{ reprezintă partea fracționară a numărului } a.$$

A 1

B $\frac{1}{n}$

C $\frac{1}{3}$

D $\frac{1}{2}$

E $\frac{1}{4}$

475 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg}^{n+2} x + \operatorname{tg}^n x) dx$, unde $n > 0$, este:

- A** $\frac{1}{n+1}$ **B** $\frac{1}{n}$ **C** $\pi/4$ **D** $n + \frac{\pi}{4}$ **E** 1

476 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg}^9 x + 5 \operatorname{tg}^7 x + 5 \operatorname{tg}^5 x + \operatorname{tg}^3 x) dx$ este:

- A** $\frac{24}{25}$ **B** $\frac{\pi}{24}$ **C** $\frac{25}{24}$ **D** $\frac{\pi}{25}$ **E** 1

477 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$ este:

- A** $\frac{\pi}{4}$ **B** $\frac{\pi}{3}$ **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\frac{1}{3}$ **E** 1

478 $\int_0^{2\pi} \cos^2(nx) dx$, unde n este un număr natural nenul, este:

- A** 0 **B** π **C** $\frac{\pi}{2}$ **D** $\frac{\pi}{n}$ **E** $n\pi$

479 Dacă $a \in \mathbb{N}$ și $L(a) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [ne^{ax}] dx$, atunci mulțimea soluțiilor inecuației $L(a) \leq e$ este:

- A** $\{0, 1\}$ **B** $\{1, 2\}$ **C** $\emptyset$ **D** $\{0\}$ **E** $\mathbb{N}^*$

480 Limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^{2n} \frac{k^2}{8} \arcsin \frac{k}{2n}$ este:

- A** 0 **B** $\frac{\pi}{3}$ **C** $\frac{\pi}{6} - \frac{2}{9}$ **D** $\frac{-\pi}{3}$ **E** 1

481 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x dx$

- A** $\frac{\pi^2}{4}$ **B** $\frac{\pi^2-4}{16}$ **C** $\frac{\pi^2}{4} - 1$ **D** $\frac{\pi}{2}$ **E** alt rezultat

Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(a) = \int_0^1 |x - a| dx$.

482 Valoarea $f(2)$ este:

A $-\frac{5}{2}$

B 0

C $\frac{x^2}{2} - 1$

D $\frac{1}{2}$

E $\frac{3}{2}$

483 Valoarea $f'(2)$ este:

A 1

B 0

C x

D $-\frac{1}{2}$

E $\frac{3}{2}$

484 Valoarea minimă a funcției este:

A 0

B $\frac{1}{4}$

C $\frac{1}{6}$

D $\frac{1}{2}$

E $-\frac{1}{4}$

485

$\int_0^{\pi} \frac{\sin(2x)}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ este:

A $\frac{\pi}{4}$

B 2

C 0

D π

E 1

486

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$

A 1

B $\frac{1}{3}$

C 2

D $\frac{2}{3}$

E $\frac{4}{3}$

487

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - \cos x| dx$

A 1

B $2(\sqrt{2} - 1)$

C $2\sqrt{2}$

D $2 - \sqrt{2}$

E 3

488

$\int_0^{\pi} \arcsin(\sin x) dx$

A $\frac{\pi^2}{4}$

B $8\pi^2$

C 1

D 2π

E $\frac{\pi^2}{2}$

489

$\int_0^{\pi} \arcsin(\cos^3 x) dx$

A $\frac{\pi^2}{4}$

B 0

C 1

D $\frac{\pi^2}{8}$

E $\frac{\pi^2}{6}$

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sin^{2n} x}{\cos^{2n} x + \sin^{2n} x}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$ este fixat.

490 Funcția f este o funcție periodică având perioada principală egală cu:

- A** 2π **B** $\frac{\pi}{2}$ **C** π **D** $\frac{\pi}{4}$ **E** alt răspuns

491 Funcția $f + c$, $c \in \mathbb{R}$, are o primitivă periodică dacă și numai dacă c are valoarea:

- A** π **B** $-\frac{1}{2}$ **C** $-\frac{\pi}{4}$ **D** $-\pi$ **E** 2π

492

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\pi/3} \frac{\sin^n x}{\sin^n x + \cos^n x} dx$$

- A** $\frac{\pi}{12}$ **B** $\frac{\pi}{8}$ **C** $\frac{\pi}{6}$ **D** 0 **E** ∞

493

$$\int_0^{2\pi} \frac{x \sin^{100} x}{\sin^{100} x + \cos^{100} x} dx$$

- A** 0 **B** $\frac{\pi^2}{4}$ **C** $\frac{\pi^2}{2}$ **D** 2π **E** π^2

494

Se consideră funcțiile: $f_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{1}{x(x^n + 1)}$, $n \in \mathbb{N}^*$ și fie $F_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ primitiva funcției f_n al cărei grafic trece prin punctul $A(1, 0)$. Soluția inecuației $|\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(x)| \leq 1$ este:

- A** $(0, e]$ **B** $[\frac{1}{\sqrt{e}}, e]$ **C** $[\frac{1}{e}, e]$ **D** $[\frac{1}{e}, \infty)$ **E** $\emptyset$

495

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x t^2 e^{-t} dt$$

- A** 0 **B** $\ln 3$ **C** 2 **D** 1 **E** ∞

496

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_1^n \frac{x-1}{x+1} dx$$

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** e **E** ∞

497

Integrala $\int_0^1 \frac{1}{\sin(a+x) \sin(b+x)} dx$, $0 < a < b < 2$, este:

- A** $\ln \frac{\sin(a+1) \sin b}{\sin a \sin(b+1)}$ **B** $\frac{1}{\sin(b-a)} \ln \frac{\sin b}{\sin a}$ **C** $\frac{\ln(ab)}{\sin(b-a)}$ **D** $\frac{\sin(a+1)}{\sin(b+1)}$ **E** alt răspuns

Fie $I_n = \int_0^1 x^{2004} \cos(nx) dx$, $n \in \mathbb{N}$.

498 Limita șirului (I_n) este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** $\cos 1$ **E** nu există

499 Limita șirului $(n I_n)_{n \geq 0}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** $\cos 1$ **E** nu există

Să se calculeze:

500 $\int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x} dx$;

- A** $-\frac{3}{4e^2}$ **B** $\frac{3}{4e^2}$ **C** $\frac{1}{e}$ **D** $\frac{1}{e^2}$ **E** $-\frac{1}{2e^2}$

Fie $I = \int_0^1 \frac{x}{1+x+x^2+x^3} dx$ și $J = \int_0^1 \frac{1+x+x^2}{1+x+x^2+x^3} dx$. Atunci

501 I este:

- A** $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$ **B** $\frac{\pi}{8} + \frac{\ln 2}{4}$ **C** $\frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$ **D** $\frac{\pi}{4} - \frac{\ln 2}{2}$ **E** $\frac{\pi}{4} + \ln 2$

502 J este:

- A** $\frac{\pi}{8} + \frac{3\ln 2}{4}$ **B** $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$ **C** $\frac{\pi}{2} + \frac{3\ln 2}{2}$ **D** $\frac{\pi}{2} - \frac{3\ln 2}{2}$ **E** $\frac{\pi}{4} - \ln 2$

503

$\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \int_n^{n+3} \frac{x^3}{x^6 + 1} dx$

- A** 0 **B** ∞ **C** 1 **D** $\frac{1}{2}$ **E** 3

504

Se consideră șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $a_0 = -1$, $a_{n+1} = 2 + \int_{a_n}^1 e^{-x^2} dx$, $n = 0, 1, \dots$

Care dintre afirmațiile de mai jos este adevărată?

- A** $(a_{n+1} - a_n)(a_n - a_{n-1}) \leq 0$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ **B** $a_n \geq 2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ **C** $a_n \leq 2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$
D șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este crescător **E** șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este descrescător

505

Fie $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^{x^2} e^{t^3} dt$. Atunci $F'(2)$ este:

- A** $4e^{64}$ **B** e^8 **C** $12e^8$ **D** $3e^2$ **E** $12e^6$

Fie $f_n : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \int_0^{x^2} t^n \cdot e^t dt$, $n \in \mathbb{N}^*$.

506

 $f_1(x)$ este:

- A** $e^{x^2}(x^2 - 1) + 1$ **B** $e^{x^2}(x^2 + 1) + 1$ **C** $e^{x^2}(x^2 + 1) - 1$ **D** $e^{x^2}x^2 + 1$ **E** e^{x^2}

507

 $f'_n(1)$ este:

- A** e **B** $2e$ **C** $2e - 1$ **D** $e - 1$ **E** $e + 1$

508

 $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(1)$ este:

- A** e **B** 1 **C** 0 **D** ∞ **E** e^2

509

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \int_t^{2t} \frac{\ln(1+x)}{\sin x} dx$$

- A** ∞ **B** 0 **C** 1 **D** 2 **E** $\frac{\ln 2}{\sin 1}$

510

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [nx] dx$$

- A** 1 **B** ∞ **C** 0 **D** $\frac{1}{2}$ **E** 2

511

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+1} \frac{dx}{\sqrt{x^3 + x + 1}}$$
 este:

- A** $\ln \pi$ **B** 0 **C** 1 **D** $\ln 2$ **E** $\ln 3$

512

Aria domeniului mărginit de axa Ox , curba $y = \ln x$ și de tangenta la această curbă care trece prin origine este:

- A** e **B** $\frac{e}{2} - 1$ **C** $\frac{e}{2}$ **D** $e - 1$ **E** $2e$

513

Aria cuprinsă între axa Ox , dreptele $x = 0$ și $x = \pi$ și graficul funcției $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x}$ este egală cu:

- A** $\frac{\pi^2}{2}$ **B** $\frac{\pi^2}{6}$ **C** $\frac{\pi^2}{4}$ **D** $\frac{\pi^2}{8}$ **E** $\frac{\pi^2}{2\sqrt{2}}$

Se consideră integrala $I = \int_0^\pi x f(\sin x) dx$, unde f este o funcție continuă pe un interval ce conține $[0, 1]$.

514 Are loc egalitatea:

- A** $I = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx$ **B** $I = \pi \int_0^\pi f(\sin x) dx$ **C** $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx$
D $I = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) dx$ **E** $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) dx$

515 $I_1 = \int_0^\pi \frac{x \sin x dx}{1 + \sin^2 x}$ este:

- A** $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln(3 + 2\sqrt{2})$ **B** $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln(3 + 2\sqrt{2})$ **C** $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln(3 - 2\sqrt{2})$ **D** $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln(3 - 2\sqrt{2})$
E $\frac{\pi}{2} \ln(3 + \sqrt{2})$

516

Aria domeniului mărginit de graficul funcției $f : [0, \frac{3\pi}{4}] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{\cos x}{1 + \cos x},$$

axa Ox și dreptele $x = 0$ și $x = \frac{3\pi}{4}$, este:

- A** $\frac{\pi}{4}$ **B** $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}$ **C** 2π **D** $\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8} - 2$ **E** 0

Fie $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ inversa funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^x$.

517 $g(1)$ este:

- A** -1 **B** 0 **C** 1 **D** ∞ **E** $\frac{1}{3}$

518 Limita $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{g(e^x)}$ este:

- A** 1 **B** $\frac{1}{2}$ **C** 2 **D** $\frac{3}{2}$ **E** 0

519 Integrala $\int_1^{1+e} g(t) dt$ este:

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $e + \frac{1}{2}$ **C** $2e + \frac{3}{2}$ **D** $\frac{3}{2}$ **E** $e + 1$

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - e^{-x}$ și fie g inversa lui f .

520 $f'(x)$ are expresia:

- A** $1 + e^x$ **B** $1 + e^{-x}$ **C** xe^{-x} **D** $1 - e^{-x-1}$ **E** e^{-x-1}

521 $g'(-1)$ este:

- A** 0 **B** -1 **C** 2 **D** $\frac{1}{2}$ **E** $\frac{1}{e}$

522 $\int_0^1 f(x) dx$ este:

- A** $\frac{1}{e} - \frac{1}{2}$ **B** $\frac{3}{2} - \frac{1}{e}$ **C** $\frac{1}{2} - \frac{1}{e}$ **D** $\frac{1}{e} - \frac{3}{2}$ **E** $\frac{3}{2} + \frac{1}{e}$

523 $\int_{-1}^{1-1/e} g(x) dx$ este:

- A** -1 **B** 0 **C** $\frac{3}{2} - \frac{2}{e}$ **D** $\frac{3}{2} + \frac{1}{e}$ **E** $\frac{1}{e} - \frac{1}{2}$

524 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n} dx$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** $\frac{3}{4}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $\frac{1}{4}$

525 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 \ln(1 + e^{nx}) dx$ este:

- A** 0 **B** e **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\ln 2$ **E** $\frac{1}{3}$

526 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^n \frac{\ln x}{n \ln n + x \ln x} dx$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **D** ∞ **E** $\ln 2$

527 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x . Atunci, $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^\pi \{-x\}^n dx$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** alt răspuns

528 $\lim_{t \rightarrow 0} \int_{2^t}^{3^t} \frac{x}{\ln x} dx$ este:

- A** 0 **B** nu există **C** $\ln \frac{\ln 3}{\ln 2}$ **D** $\ln \frac{3}{2}$ **E** $\frac{\ln 3}{\ln 2}$

529

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_{-1}^0 (x + e^x)^n dx \text{ este:}$$

- A** e **B** 0 **C** ∞ **D** $1 + e$ **E** $1/2$

530

$$\int_0^2 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 2x + 2} dx$$

- A** π **B** 2π **C** $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ **D** 0 **E** 1

531

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + x + 1} dx$$

- A** $\frac{\pi^2}{6\sqrt{2}}$ **B** $\frac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$ **C** $\frac{\pi^2}{6}$ **D** 0 **E** ∞

532

Limita șirului $\int_0^1 \frac{\{nx\}}{1+x} dx$, $n = 1, 2, \dots$, unde $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a numărului real x , este:

- A** $\ln 2$ **B** $\ln 3$ **C** $\ln 4$ **D** $\ln 5$ **E** alt răspuns

533

Integrala $\int_0^1 \sin(x - \{nx\}) dx$, unde $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a numărului real x și $n > 1$ un întreg, este:

- A** π **B** $\pi/2$ **C** $1 - \cos n$ **D** $\sin(1 - n)$ **E** alt răspuns

534

$$\int_0^{2\pi} \log \frac{2 + |\sin x|}{2 + |\cos x|} dx$$

- A** 0 **B** $\frac{1}{2}\pi \ln 2$ **C** $\frac{1}{4}\pi \ln 2$ **D** $\frac{1}{6}\pi \ln 2$ **E** $\frac{1}{8}\pi \ln 2$

Următoarele enunțuri teoretice pot fi utile pentru rezolvarea unor probleme din culegere.

535

Fie $x_n > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$, astfel ca

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^n < 1.$$

Atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$.

536

Fie $f : [0, b-a] \rightarrow (0, \infty)$ o funcție continuă și $a < b$. Atunci

$$\int_a^b \frac{f(x-a)}{f(x-a) + f(b-x)} dx = \frac{b-a}{2}.$$

537

Fie $f : (-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă. Atunci,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_a^1 x^n f(x) dx = f(1), \quad -1 < a < 1.$$

538

Fie $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ continuă. Atunci,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^1 x^n f(x^n) dx = \int_0^1 f(t) dt.$$

539

Dacă $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ este continuă și are perioada $T > 0$, atunci

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(nx) dx = \frac{1}{T} \int_0^T f(x) dx.$$

540

Fie $a, b > 0$. Dacă $f : [-b, b] \rightarrow \mathbb{R}$ este o funcție continuă pară, atunci

$$\int_{-b}^b \frac{f(x)}{a^x + 1} dx = \int_0^b f(x) dx.$$

541

Fie $a, b \in \mathbb{R}$. Dacă $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o funcție integrabilă cu perioada $T > 0$, atunci integrala

$$\int_a^{a+T} f(x+b) dx,$$

nu depinde de a și b .

542

(Prima formula de medie pentru integrala Riemann) Dacă $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ este continuă și $g: [a, b] \rightarrow [0, \infty)$ este integrabilă, atunci există $c \in [a, b]$ astfel încât

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = f(c) \int_a^b g(x)dx.$$

* * *

543

Fie punctele $A(\lambda, 1)$, $B(2, 3)$, $C(3, -1)$. Să se determine λ astfel încât punctul A să se afle pe dreapta determinată de punctele B și C .

- A** 2 **B** 3 **C** $\frac{5}{2}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $\frac{2}{3}$

544

Dreptele $4x - y + 2 = 0$, $x - 4y - 8 = 0$, $x + 4y - 8 = 0$ determină un triunghi. Centrul cercului înscris în triunghi este

- A** $(\frac{6}{5}, 0)$ **B** $(\frac{6}{5}, 1)$ **C** $(\frac{5}{6}, 0)$ **D** $(\frac{5}{6}, 1)$ **E** $(\frac{6}{5}, \frac{5}{6})$

545

Triunghiul ABC are latura $[AB]$ pe dreapta $4x + y - 8 = 0$, latura $[AC]$ pe dreapta $4x + 5y - 24 = 0$, iar vârfurile B și C pe axa Ox . Ecuația medianei corespunzătoare vârfului A este:

- A** $2x + 3y = 0$ **B** $3x + 2y = 0$ **C** $5x + y = 9$ **D** $4x + 3y - 16 = 0$
E $x + 4y - 17 = 0$

546

Se dau punctele $A(2, 1)$ și $B(0, -1)$. Ecuația simetricei dreptei AB față de dreapta OA este:

- A** $x + 2y - 1 = 0$ **B** $3x - 7y + 1 = 0$ **C** $2x + y + 5 = 0$ **D** $x + y + 1 = 0$
E $x - 7y + 5 = 0$

547

Fie triunghiul ABC , unde $B(-4, -5)$. Ecuația înălțimii duse din A este $5x + 3y - 4 = 0$. Ecuația dreptei BC este:

- A** $5y - 3x + 13 = 0$ **B** $3x - 5y + 37 = 0$ **C** $y = -5$ **D** $x + y - 2 = 0$ **E** $y - 2x = 3$

548

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3, 4)$, $B(-3, -4)$ și $C(3, -4)$. Coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC sunt:

- A** $(1, 1)$ **B** $(-1, 0)$ **C** $(0, 0)$ **D** $(0, 1)$ **E** $(0, -1)$

549

Fie C simetricul punctului $A(-1, -3)$ față de punctul $B(2, 1)$. Care sunt coordonatele punctului C ?

- A** $(5, 5)$ **B** $(4, 5)$ **C** $(6, 5)$ **D** $(5, 6)$ **E** $(4, 6)$

550

Fie punctele $A(0, 2)$ și $B(3, 3)$. Notăm cu P proiecția punctului $O(0, 0)$ pe dreapta AB . Care sunt coordonatele punctului P ? Care este aria triunghiului OAB ?

- A** $(-\frac{3}{5}, -\frac{9}{5}); 3$ **B** $(-\frac{3}{5}, -\frac{9}{5}); 6$ **C** $(\frac{3}{5}, -\frac{9}{5}); 3$ **D** $(-\frac{3}{5}, \frac{9}{5}); 3$ **E** $(-\frac{3}{5}, \frac{9}{5}); 6$

551

Fie $A(0, -1)$, $d_1 : x - y + 1 = 0$ și $d_2 : 2x - y = 0$. Coordonatele punctelor $B \in d_1$ și $C \in d_2$ pentru care dreptele d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC sunt:

- A** $(0, 1), (3, 6)$ **B** $(0, 1), (0, 1)$ **C** $(-1, 0), (1, 1)$ **D** $(0, 0), (-1, 1)$
E $(-1, -1), (1, 1)$

552

Fie dreptele

$$(AB) : x + 2y - 1 = 0$$

$$(BC) : 2x - y + 1 = 0$$

$$(AC) : 2x + y - 1 = 0$$

care determină triunghiul ABC . Bisectoarea unghiului B are ecuația:

- A** $x - 3y + 2 = 0$ **B** $x + y - 1 = 0$ **C** $3x - y + 2 = 0$ **D** $x - y + 1 = 0$
E $x - y + 5 = 0$

553

Pentru ce valori ale parametrului α ecuațiile $3\alpha x - 8y + 13 = 0$, $(\alpha + 1)x - 2\alpha y - 5 = 0$ reprezintă două drepte paralele:

- A** $\alpha_1 = -2, \alpha_2 = \frac{1}{3}$ **B** $\alpha_1 = -2, \alpha_2 = -\frac{1}{3}$ **C** $\alpha_1 = 2, \alpha_2 = \frac{2}{3}$
D $\alpha_1 = 2, \alpha_2 = -\frac{2}{3}$ **E** $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \alpha_2 = 3$

554

Se consideră în plan punctele $A(0, 0)$, $B(2, 0)$ și dreapta de ecuație $d : x - 2y + 10 = 0$. Valoarea minimă a sumei $S(M) = MA + MB$, când punctul M parcurge dreapta d este:

- A** 2 **B** 10 **C** $\sqrt{101}$ **D** $\sqrt{98}$ **E** $7\sqrt{2}$

555

Dreapta care trece prin $C(1, 2)$, neparalelă cu AB față de care punctele $A(-1, 1)$ și $B(5, -3)$ sunt egal depărtate, are ecuația:

- A** $3x + y - 5 = 0$ **B** $2x + y - 4 = 0$ **C** $3x + 2y - 6 = 0$ **D** $2x + 3y - 4 = 0$
E $2x + 3y - 6 = 0$

556

Fie punctele $A(1, 1)$, $B(2, -3)$, $C(6, 0)$. Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

- A** $(4, 4)$ **B** $(5, 4)$ **C** $(3, 5)$ **D** $(3, 3)$ **E** $(4, 5)$

557

Raza cercului care trece prin punctele $A(-4, 0)$, $B(4, 4)$, $O(0, 0)$ este:

- A** 6 **B** 7 **C** 8 **D** $2\sqrt{10}$ **E** $3\sqrt{5}$

558

Laturile AB , BC , CA ale triunghiului ABC au respectiv ecuațiile:

$$x + 21y - 22 = 0, \quad 5x - 12y + 7 = 0, \quad 4x - 33y + 146 = 0.$$

Distanța de la centrul de greutate al triunghiului ABC la latura BC este:

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

Se dau punctele $A(0, 1)$, $B(-1, 0)$, $C(6, 2)$, și $D(1, 1)$.

559

Simetricul punctului C față de dreapta AB este:

- A** $C'(-6, 2)$ **B** $C'(6, -2)$ **C** $C'(-6, -2)$ **D** $C'(1, 7)$ **E** $C'(1, 4)$

560

Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM + MC$ este minimă sunt:

- A** $(1, -3)$ **B** $(1, 2)$ **C** $(-1, 2)$ **D** $(1, 3)$ **E** $(2, 3)$

561

Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM^2 + MC^2$ este minimă sunt:

- A** $(3, 4)$ **B** $(\frac{7}{4}, \frac{15}{4})$ **C** $(2, 3)$ **D** $(\frac{7}{3}, 3)$ **E** $(3, 5)$

Se consideră în planul xOy punctele $S(0, 12)$, $T(16, 0)$ și $Q(x, y)$ un punct variabil situat pe segmentul $[ST]$. Punctele P și R aparțin axelor de coordonate astfel încât patrulaterul $OPQR$ să fie dreptunghi.

562

Ecuația dreptei ST este:

- A** $3x + 4y - 48 = 0$ **B** $-3x - 4y + 12 = 0$ **C** $3y - 4x - 36 = 0$ **D** $3x - y + 12 = 0$
E $y - 4x + 64 = 0$

563

Aria dreptunghiului $OPQR$ este:

- A** $-3x^2 + 12x$ **B** $12x - \frac{3}{4}x^2$ **C** $3x^2 + 12x$ **D** $-4x^2 + 12x$ **E** $48x - \frac{3}{4}x^2$

564

Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $OPQR$ este:

- A** 32 **B** 48 **C** 64 **D** 96 **E** 84

Punctul $A(-4, 1)$ este un vârf al pătratului $ABCD$ parcurs în sens trigonometric, căruia îi cunoaștem o diagonală de ecuație $3x - y - 2 = 0$.

565 Aria pătratului $ABCD$ este:

- A** 45 **B** 15 **C** 90 **D** 30 **E** $\frac{45}{2}$

566 Punctul C are coordonatele:

- A** $(4, -1)$ **B** $(5, -2)$ **C** $(6, 1)$ **D** $(\frac{9}{2}, -\frac{7}{2})$ **E** $(\frac{11}{2}, -\frac{1}{2})$

Fie în planul xOy punctele $A(4, 0)$, $B(5, 1)$, $C(1, 5)$, $D(0, 4)$.

567 Patrulaterul $ABCD$ este:

- A** patrulater oarecare **B** trapez isoscel **C** romb **D** dreptunghi
E trapez dreptunghic

568 Aria patrulaterului este

- A** 4 **B** 8 **C** 1 **D** 16 **E** 2

569 Simetricul punctului A față de dreapta BC este punctul de coordonate

- A** $(1, 5)$ **B** $(5, 1)$ **C** $(5, 2)$ **D** $(6, 2)$ **E** $(6, 4)$

570

În sistemul cartezian xOy , o dreaptă variabilă d care conține punctul $A(0, 5)$ intersectează dreptele $x - 2 = 0$ și $x - 3 = 0$ în punctele B , respectiv C . Să se determine panta m a dreptei d astfel încât segmentul BC să aibă lungime minimă.

- A** $m = 0$ **B** $m = -1$ **C** $m \in \mathbb{R}$ **D** $m = 2$ **E** nu există

571

Fie dreapta $\mathcal{D} : x + y = 0$ și punctele $A(4, 0)$, $B(0, 3)$. Valoarea minimă a sumei $MA^2 + MB^2$, pentru $M \in \mathcal{D}$ este:

- A** $\frac{99}{4}$ **B** 25 **C** $\frac{101}{4}$ **D** 26 **E** $\frac{105}{4}$

Se consideră expresia $E(x, y) = x^2 + y^2 - 6x - 10y$.

572 Distanța de la punctul (x, y) la punctul $(3, 5)$ este:

- A** $\sqrt{E(x, y) + 34}$ **B** $\sqrt{E(x, y) - 34}$ **C** $\sqrt{E(x, y)}$ **D** $\sqrt{E(x, y) + 1}$
E alt răspuns

573 Valoarea minimă a lui $E(x, y)$, pentru $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, este:

- A** 0 **B** -34 **C** 34 **D** -1 **E** 1

574 Se consideră mulțimea $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2y \leq 0\}$. Valoarea maximă a lui $E(x, y)$, pentru $(x, y) \in D$, este:

- A** 8 **B** 0 **C** 4 **D** 6 **E** 2

Fie ABC un triunghi. Notăm cu G centrul său de greutate, cu O centrul cercului circumscris, cu H ortocentrul, cu I centrul cercului înscris și $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$.

575 Punctul M din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ este:

- A** G **B** H **C** I **D** O **E** A

576 Punctul N din planul triunghiului ABC pentru care $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ este:

- A** G **B** H **C** I **D** O **E** A

577 Punctul R din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{RC} = \overrightarrow{RH}$ este:

- A** G **B** H **C** I **D** O **E** A

* * *

578

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(4x) + \cos(\sqrt{2}x)$, are perioada:

- A** 2 **B** 2π **C** $\sqrt{2}\pi$ **D** $\sqrt{2}$ **E** nu este periodică

579

Valoarea lui $\arcsin(\sin 3)$ este:

- A** 3 **B** -3 **C** 0 **D** $\pi - 3$ **E** $-\cos 3$

580

Valoarea lui $\sin 15^\circ$ este:

- A** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ **B** $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$ **C** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{4}$ **D** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ **E** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{4}$

Fie numerele complexe $z_k = \cos \frac{2k\pi}{5} + i \sin \frac{2k\pi}{5}$, $k = 1, 2, 3, 4$.

581

Ecuția polinomială ale cărei rădăcini sunt numerele z_k ($k = 1, 2, 3, 4$) este:

- A** $x^4 + 1 = 0$ **B** $x^5 - 1 = 0$ **C** $x^5 + 1 = 0$ **D** $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ **E** $x^4 + x^2 + 1 = 0$

582

Valoarea expresiei $\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} + \cos \frac{8\pi}{5}$ este:

- A** -1 **B** 0 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 1 **E** 2

583

Valoarea expresiei $\cos \frac{2\pi}{5}$ este:

- A** $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ **B** $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ **C** $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ **D** $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ **E** 1

584

$\cos x \cos \frac{5\pi}{4} - \sin x \sin \frac{5\pi}{4} = 1$ dacă și numai dacă:

- A** $x \in \{2k\pi - \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $x \in \{k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $x \in \{k\pi - \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$
D $x \in \{2k\pi - \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $x \in \{2k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$

Se consideră funcția $f(x) = \cos^{2n} x + \sin^{2n} x$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, $x \in \mathbb{R}$.

585

Mulțimea soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

- A** $\{2k\pi\}_{k \in \mathbb{Z}}$ **B** $\{2k\pi + \frac{\pi}{2}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ **C** $\{k\pi + \frac{\pi}{2}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ **D** $\{k\frac{\pi}{2}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ **E** $\emptyset$

586

Mulțimea valorilor funcției f este

- A** $[0, 1]$ **B** $[-1, 1]$ **C** $[0, \frac{1}{n}]$ **D** $[\frac{1}{2^{n-1}}, 1]$ **E** Alt răspuns

Se consideră ecuația: $(\sin x + \cos x)^n - a \sin x \cos x + 1 = 0$, $n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R}$.

587

Pentru $n = 2$ ecuația are soluție dacă și numai dacă

- A** $a \in [2, 6]$ **B** $a \in (-\infty, -2] \cup [6, \infty)$ **C** $a \in (-2, 6)$ **D** $a \in (-1, 1]$ **E** alt răspuns

588

Pentru $n = 1$ și $a = 3$ mulțimea soluțiilor ecuației este:

- A** $\{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\emptyset$ **C** $\{(2k+1)\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{2k\pi - \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\}$
D $\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\{2k\pi + \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$

589

Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \frac{7}{25}$, atunci $\sin x$ este:

- A** $-\frac{24}{25}$ **B** $-\frac{7}{8}$ **C** $-\frac{23}{25}$ **D** $\frac{7}{8}$ **E** $\frac{24}{25}$

590

$\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}$ are valoarea:

- A** $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ **B** $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ **C** $\frac{\sqrt{3}}{6}$ **D** $\frac{2}{\sqrt{3}}$ **E** alt răspuns

Fie x_1 și x_2 rădăcinile ecuației $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$.

591

$\operatorname{arctg} x_1 + \operatorname{arctg} x_2$ este:

- A** $\frac{\pi}{2}$ **B** $\frac{\pi}{8}$ **C** $\frac{3\pi}{8}$ **D** $\frac{3\pi}{4}$ **E** $\frac{\pi}{4}$

592

$\operatorname{arctg} x_1 \cdot \operatorname{arctg} x_2$ este:

- A** $\frac{\pi^2}{8}$ **B** $\frac{3\pi^2}{16}$ **C** $\frac{3\pi^2}{64}$ **D** $\frac{3\pi^2}{32}$ **E** $\frac{\pi^2}{16}$

593

Fie $x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$ cu proprietatea că $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$. Atunci perechea $(\sin x, \cos x)$ este:

- A** $(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$ **B** $(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$ **C** $(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{-2}{\sqrt{5}})$ **D** $(\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{-1}{\sqrt{5}})$ **E** $(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})$

594

Pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ expresia $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$ este egală cu:

- A** $2 \sin^2(a + b)$ **B** $2 \cos^2(a + b)$ **C** $4 \sin^2 \frac{a-b}{2}$ **D** $4 \cos^2 \frac{a-b}{2}$ **E** 2

595

Oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, suma $\sin^6 x + \cos^6 x$ este egală cu:

- A** $3 - \sin^2 x \cos^2 x$ **B** $1 - 3 \sin^2 2x$ **C** 1 **D** $\frac{2}{3}$ **E** $1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$

596

Dacă $E = \cos^2(a + b) + \cos^2(a - b) - \cos 2a \cdot \cos 2b$ atunci, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ are loc egalitatea:

- A** $2E = 1$ **B** $E = 1$ **C** $2E + 1 = 0$ **D** $E = 0$ **E** $E = -1$

597

Dacă numerele reale α și β satisfac egalitatea

$$(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2 = 2 \cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2},$$

atunci:

- A** $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$ **B** $\alpha - \beta \in \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\alpha - \beta \in \{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
D $\alpha - \beta \in \{\frac{\pi}{2} + 4k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\alpha - \beta \in \{\frac{\pi}{6} + 10k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

598

Numărul $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{5} + \operatorname{arctg} \frac{1}{7} + \operatorname{arctg} \frac{1}{8}$ este egal cu:

- A** $\frac{\pi}{12}$ **B** $\frac{\pi}{6}$ **C** $\frac{\pi}{4}$ **D** $\frac{5\pi}{12}$ **E** $\frac{\pi}{2}$

599

Inversa funcției $f : [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$, este funcția $f^{-1} : [-1, 1] \rightarrow [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ definită prin:

- A** $f^{-1}(x) = \pi + \arcsin x$ **B** $f^{-1}(x) = \pi - \arcsin x$ **C** $f^{-1}(x) = \arcsin x$
D $f^{-1}(x) = 2\pi - \arcsin x$ **E** $f^{-1}(x) = -\pi + \arcsin x$

600

Egalitatea $\arcsin(\sin x) = x$ are loc pentru:

- A** orice $x \in \mathbb{R}$ **B** orice $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sin x \in (-1, 1)$
C orice $x \in [0, 2\pi)$ **D** $\emptyset$ **E** orice $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

601

Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care expresia

$$E(x) = \sqrt{\cos^4 x + m \sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + m \cos^2 x}$$

este constantă pe $\mathbb{R}$ este:

- A** $\{0\}$ **B** $\{0, 4\}$ **C** $\{1, 4\}$ **D** $\{-1, 0\}$ **E** $\emptyset$

602

Valorile minimă m și maximă M ale expresiei $E(x) = \cos^2 x - 4 \sin x$, unde $x \in \mathbb{R}$, sunt:

- A** $m = -1, M = 1$ **B** $m = -5, M = 5$ **C** $m = -4, M = 3$
D $m = -4, M = 4$ **E** $m = -3, M = 3$

603

Mulțimea soluțiilor ecuației $2 \cos^2 x - 11 \cos x + 5 = 0$ este:

- A** $\emptyset$ **B** $\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
D $\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

604

Ecuația $4 \sin^2 x - 4 \sin x + 1 = 0$ are următoarea mulțime de soluții:

- A** $\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
D $\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

605

Dacă $x \in \mathbb{R}$ și $\sin(\pi \cos x) = \cos(\pi \sin x)$, atunci $\cos 4x$ este:

- A** $-\frac{1}{8}$ **B** $\frac{1}{8}$ **C** $-\frac{1}{2}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** 0

Fie $S_n, n \in \mathbb{N}^*$, mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x \sin 2x \dots \sin nx = 1$.

606

S_1 este:

- A** $\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{(-1)^k \frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\}$ **E** $\emptyset$

607

S_{100} este:

- A** $\{\frac{\pi}{101} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{\frac{\pi}{101} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\emptyset$ **D** $\bigcup_{n=1}^{100} \{\frac{\pi}{5n} + \frac{k\pi}{n+1} | k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{\frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

608

Mulțimea soluțiilor ecuației $\cos 2x = \cos x$ este:

- A** $\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{\pi + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

609

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x = \cos 3x$ este:

- A** $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ **B** $\left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ **C** $\left\{\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ **D** $\left\{-\frac{4k \pm 1}{8}\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

610

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin 5x = \sin x$ este:

- A** $\left\{\frac{k\pi}{5 - (-1)^k} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ **B** $\left\{\frac{k\pi}{5} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ **C** $\left\{\frac{k\pi}{10} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{(-1)^k \arcsin \frac{1}{5} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ **E** $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

611

Ecuația $2 \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$ are următoarele soluții în intervalul $[0, \frac{\pi}{2}]$:

- A** $\frac{\pi}{4}$ și $\frac{\pi}{6}$ **B** $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg}(-5)$ **C** $\frac{\pi}{12}$ **D** $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ **E** $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg} 2$

612

Dacă $\sqrt{3} \sin x + \cos x - 2 = 0$, atunci:

- A** $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z};$ **B** $x = \frac{\pi}{6} + (-1)^k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z};$
C $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z};$ **D** $x = k\pi - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z};$ **E** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

613

Ecuația $\sin x + p \cos x = 2p$, $p \in \mathbb{R}$, are soluții pentru:

- A** $|p| > 5$ **B** $p \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$ **C** $|p| > \frac{2}{3}$ **D** $|p| = 3$ **E** $3p^2 > 1$

614

Soluțiile ecuației $-2 \sin^2 x + \cos^2 x + 4 \sin x \cos x - 2 = 0$ sunt:

- A** $\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ **B** $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ **C** $\operatorname{arctg} \frac{1}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ **D**
 $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ **E** $\operatorname{arctg} 1 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

615

Valoarea lui $\cos x$ care verifică ecuația $2 \sin^2 2x - 2 \sin x \sin 3x = 4 \cos x + \cos 2x$ este:

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **C** $-\frac{1}{2}$ **D** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **E** 0

616

Următoarea mulțime reprezintă soluția ecuației $\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x = \frac{3}{2}$:

- A** $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ **B** $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right\}$
C $\left\{\pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ **D** $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ **E** $\left\{\pm \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

617

Mulțimea tuturor valorilor $x \in \mathbb{R}$ care verifică egalitatea

$$3(\cos^4 x + \sin^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1$$

este:

- A** $\emptyset$ **B** $\mathbb{R}$ **C** $\left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ **D** $\{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\{2k\pi \mid k \in \mathbb{N}\}$

618

Mulțimea soluțiilor ecuației

$$\left(\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}} - \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}} \right) \left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} - \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}} \right) = -4$$

este:

- A** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi)$ **C** $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} ((2k-1)\frac{\pi}{2}, k\pi)$
D $\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

619

Fie $x \in \mathbb{R}$. Valoarea expresiei

$$\left(\sin x - 2\sqrt[3]{\sin x \cos^2 x} \right)^2 + \left(\cos x - 2\sqrt[3]{\sin^2 x \cos x} \right)^2$$

este:

- A** 1 **B** 2 **C** $\sin x + \cos x$ **D** $\sin^3 x + \cos^3 x$ **E** $\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}$

620

Ecuația $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 + \sin 2x$ are următoarea mulțime de soluții:

- A** $\emptyset$ **B** $\{\frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\frac{3\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

621

Egalitatea $\max(\sin x, \cos x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ este adevărată dacă și numai dacă:

- A** $x \in \{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $x \in \{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $x \in \{-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\}$
D $x \in \{\frac{11\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
E $x \in \{\pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{2\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

622

Mulțimea soluțiilor ecuației $4 \sin x \cos^3 x - 4 \sin^3 x \cos x = 1$ este:

- A** $\{(-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{8} | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\{-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\}$
E $\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$

623

Soluția ecuației $2 \arcsin x = \arccos 2x$ este:

- A** $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ **B** $\frac{\pi}{4}$ **C** $\frac{\pi}{6}$ **D** $\sqrt{2}-1$ **E** $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

624

Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația $(\sin x - m)^2 + (2m \sin x - 1)^2 = 0$ are soluții este:

- A** $[-1, 1]$ **B** $\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\}$ **C** $\{-1, 0, 1\}$ **D** $[-\frac{1}{2}, 0) \cup (0, \frac{1}{2}]$ **E** $\{\frac{1}{2}\}$

625

Dacă S este mulțimea soluțiilor ecuației $(1 - \cos x)^4 + 2 \sin^2 x^2 = 0$, atunci:

- A** $S = \emptyset$ **B** $S \cap \mathbb{Q} = \emptyset$ **C** $S = \{\pi\}$ **D** $S = \{0\}$ **E** $S = \{0, 2\pi\}$

626

Ecuatia $\sin x + \cos 2x = m$, $m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

- A** $m \in [0, \frac{9}{8}]$ **B** $m = 1$ **C** $m = -3$ **D** $m < -2$ **E** $m \in [-2, \frac{9}{8}]$

627

Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația $\cos^2 x + (m+1)\sin x = 2m-1$ are soluții este:

- A** $[1, 2]$ **B** $\emptyset$ **C** $\{0\}$ **D** $[0, 2]$ **E** $[3, \infty)$

628

Ecuatia $\sin^6 x + \cos^6 x = m$, $m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

- A** $m \leq 2$ **B** $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$ **C** $m = 1$ **D** $0 \leq m \leq 2$ **E** $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$

629

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x + \sin 2x = 2$ este:

- A** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\frac{k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\}$
D $\{\arcsin \frac{1}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\emptyset$

Se consideră funcția $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3\cos^2 x - 4\sin x$.

630

Soluția ecuației $f(x) = \frac{1}{4}$ este:

- A** $\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\}$ **B** $\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\}$ **C** $\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\}$ **D** $\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\}$ **E** $\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\}$

631

Valoarea maximă a funcției f este:

- A** -1 **B** $\frac{13}{3}$ **C** 3 **D** $\frac{11}{3}$ **E** $\frac{14}{3}$

632

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are soluție este:

- A** $[-4, \frac{13}{3}]$ **B** $[-3, \frac{11}{3}]$ **C** $[-4, \frac{14}{3}]$ **D** $[-3, \frac{13}{3}]$ **E** $[-4, \frac{11}{3}]$

633

Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 5$ este:

- A** 2 **B** 1 **C** 0 **D** 3 **E** 4

634

Să se arate că dacă $a = 41$, $b = 28$ și $c = 15$, atunci triunghiul ABC este:

- A** dreptunghic **B** ascuțitunghic **C** obtuzunghic **D** isoscel **E** echilateral

635

Să se determine unghiurile A și C ale triunghiului ABC dacă $a = \sqrt{2}$, $b = 2$, $B = \frac{\pi}{4}$.

- A** $A = \frac{\pi}{4}$, $C = \frac{\pi}{2}$ **B** $A = \frac{\pi}{6}$, $C = \frac{7\pi}{12}$ **C** $A = \frac{\pi}{3}$, $C = \frac{5\pi}{12}$
D $A = \frac{7\pi}{12}$, $C = \frac{\pi}{6}$ **E** $A = \frac{5\pi}{12}$, $C = \frac{\pi}{3}$

636

În triunghiul ABC avem $BC = 4$, $m(\hat{A}) = 60^\circ$, $m(\hat{B}) = 45^\circ$. Atunci AC are lungimea:

- A** $\frac{\sqrt{6}}{3}$ **B** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ **C** $\sqrt{6}$ **D** $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ **E** $\frac{5\sqrt{6}}{3}$

Fie $z = \left(1 + \frac{2i}{1-i}\right)^{2005}$.

637

Valoarea lui z este:

- A** 1 **B** $2i$ **C** $-i$ **D** i **E** $-2i + 1$

638

Modulul lui $z + i$ este:

- A** $\sqrt{2}$ **B** 2 **C** 1 **D** $\sqrt{3}$ **E** $\sqrt{5}$

639

Valoarea expresiei $\overline{2z + \bar{z}}$ este

- A** $-i$ **B** $-2i$ **C** $2i + 3$ **D** 3 **E** i

Fie $x = \frac{1}{4}(\sqrt{3} + i)$. Atunci:

640

x^{2004} este

- A** $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2005}}$ **B** $-\frac{1}{2^{2004}}$ **C** 0 **D** $\frac{1}{2^{2004}}$ **E** $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2005}}$

641

x^{2008} este

- A** $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2009}}$ **B** $-\frac{1}{2^{2008}}$ **C** 0 **D** $\frac{1}{2^{2008}}$ **E** $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2009}}$

642

Dacă $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ și $S = \{z \in \mathbb{C} \mid (z+i)^n = (z-i)^n\}$, atunci:

- A** S are n elemente, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;
B $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{tg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n; k \in \mathbb{N}; k \neq \frac{n}{2}\}$
C $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1; k \in \mathbb{N}\}$
D $S = \{\operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1; k \in \mathbb{N}\}$
E $S \cap \mathbb{R}$ are cel mult două elemente, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$

643

Fie triunghiul ABC pentru care $\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{a}{b+c}$. Atunci triunghiul este:

- A** echilateral **B** dreptunghic cu $A = \frac{\pi}{2}$ **C** dreptunghic cu $B = \frac{\pi}{2}$ sau $C = \frac{\pi}{2}$
D ascuțitunghic **E** obtuzunghic

644

Fie $z = \frac{(\sqrt{3} + i)^n}{(\sqrt{3} - i)^m}$, $m, n \in \mathbb{N}$. Să se determine relația dintre m și n astfel încât z să fie real.

- A** $n - m = 6k$, $k \in \mathbb{N}$ **B** $n + m = 3k$, $k \in \mathbb{N}$ **C** $n - m = 3k$, $k \in \mathbb{Z}$ **D** $n - m = 0$
E $n + m = 6k$, $k \in \mathbb{N}$

645

Numărul $E = (\cos \alpha - i \sin \alpha)(\cos 5\alpha + i \sin 5\alpha)$ este real pentru

- A** $\alpha = \frac{k\pi}{4}$, $k \in \mathbb{Z}$; **B** $\alpha = \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; **C** $\alpha = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$;
D $\alpha = \frac{k\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$; **E** $\alpha = \frac{2k\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$

Fie numărul complex $u = 2 + 2i$.

646

Forma trigonometrică a numărului complex u este:

- A** $u = \sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ **B** $u = \sqrt{8}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$ **C** $u = 2\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} - i \sin \frac{3\pi}{4})$
D $u = \sqrt{8}(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ **E** $u = 2\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4})$

647

u^{100} este:

- A** 2^{100} **B** $2^{100}i$ **C** $-2^{150}i$ **D** -2^{150} **E** -2^{200}

648

Fie mulțimea $A = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| \leq |z - i| \text{ și } |z - u| \leq 1\}$. Modulul lui $z \in A$ pentru care argumentul lui z este minim este:

- A** 3 **B** $\sqrt{8}$ **C** $\sqrt{7}$ **D** 1 **E** $\sqrt{6}$

Se consideră numerele complexe

$$z_1 = \sin a - \cos a + i(\sin a + \cos a), \quad z_2 = \sin a + \cos a + i(\sin a - \cos a).$$

649

Mulțimea valorilor lui a pentru care numărul complex $w = z_1^n + z_2^n$ are modulul maxim este:

- A** $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{\frac{k\pi}{n} + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\frac{2k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\{\frac{k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** alt răspuns

650

Mulțimea valorilor lui a pentru care $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$ este:

- A** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\emptyset$ **E** $\{2k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$

651

Valorile lui n pentru care $z_1^n z_2^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, este real și pozitiv sunt:

- A** $n = 5$ **B** $n = 4k$, $k \in \mathbb{N}^*$ **C** $n = 8k + 1$, $k \in \mathbb{N}^*$ **D** $n = 0$ **E** $n = 8k + 2$, $k \in \mathbb{Z}$

Pentru n și k numere naturale nenule cu n fixat, notăm $a_k = \cos \frac{2k\pi}{n} - 2 + i \sin \frac{2k\pi}{n}$.

652 Valoarea $\overline{a_n}$ este:

- A** 1 **B** i **C** -1 **D** 0 **E** $-i$

653 Valoarea sumei $a_1 + a_2 + \dots + a_n$, $n > 1$, este:

- A** $-2n$ **B** $2n$ **C** $1 - 2^n$ **D** $ni - 2n$ **E** $i + 2n$

654 Valoarea produsului $a_1 a_2 \dots a_n$ este:

- A** $2^n - 1$ **B** $(-1)^{n-1}(2^{n+1} - 1)$ **C** $(2n - 1)(-1)^n$ **D** $(-1)^n(2^n - 1)$ **E** 0

655 Să se calculeze expresia $E = (\sqrt{3} - i)^8(-1 + i\sqrt{3})^{11}$:

- A** $E = 2^{11}$; **B** $E = 2^{19}$; **C** $E = 2^{15}$; **D** $E = 2^5$; **E** 2^7

656 Dacă $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \alpha$, atunci expresia $E = z^n + z^{-n}$ are, pentru orice $n \in \mathbb{Z}$ și pentru orice $\alpha \in \mathbb{R}$, valoarea:

- A** $zi \sin n\alpha$ **B** $\cos n\alpha + i \sin n\alpha$ **C** $\operatorname{tg} n\alpha$ **D** $2 \cos n\alpha$ **E** $\sin n\alpha + \operatorname{tg} n\alpha$

657 Câte rădăcini complexe are ecuația $z^3 = \bar{z}$?

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

658 Câte rădăcini complexe are ecuația $z^{n-1} = i\bar{z}$, $n > 2$, $n \in \mathbb{N}$?

- A** $n - 2$ **B** $n - 1$ **C** n **D** $n + 1$ **E** $n + 2$

659 Fie numărul complex $z = \left(\frac{\sqrt{3} - i}{1 + i}\right)^{12}$. Este adevărată afirmația

- A** $z = 2^6$ **B** $\arg z = \pi$ **C** $|z| = 2^{12}$ **D** $z = 64i$ **E** $\arg z = 2\pi$

Câte numere naturale de 3 cifre distincte (în baza 10) au cifrele scrise în ordine ...

660

crescătoare?

A 168

B 120

C 126

D 504

E 84

661

descrescătoare?

A 84

B 720

C 126

D 168

E 120

Fie $(G, *)$ un grup astfel încât funcția

$$f : (\mathbb{R}, +) \rightarrow (G, *), \quad f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad (x \in \mathbb{R})$$

să fie un izomorfism de grupuri.

662

Mulțimea G este:

A $(-1, 1)$

B $[0, \infty)$

C $[-1, 1]$

D $\mathbb{R}$

E $[0, 1)$

663

Inversa $f^{-1}(y)$ are expresia:

A $\frac{y}{\sqrt{1+y^2}}$

B $\frac{|y|}{\sqrt{1+y^2}}$

C $\frac{y}{\sqrt{y^2-1}}$

D $\frac{|y|}{\sqrt{1-y^2}}$

E $\frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$

664

Valoarea expresiei $(f \circ f \circ \dots \circ f)(1)$, unde f apare de 2021 de ori, este:

A $\frac{1}{2021}$

B $\frac{1}{\sqrt{2022}}$

C $\frac{1}{\sqrt{2021}}$

D $\sqrt{\frac{2020}{2021}}$

E $\frac{1}{\sqrt{2020 \cdot 2021}}$

665

$\frac{\sqrt{2}}{2} * \frac{\sqrt{2}}{2}$ este:

A $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

B $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C $\sqrt{2}$

D 1

E $\frac{\sqrt{2}}{2}$

666

Elementul neutru în $(G, *)$ este:

A 0

B 1

C $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

E $\ln 2$

667

Valoarea expresiei $\frac{1}{\sqrt{2021}} * \frac{1}{\sqrt{2021}} * \dots * \frac{1}{\sqrt{2021}}$, unde $\frac{1}{\sqrt{2021}}$ apare de 2020 de ori, este:

A $\frac{1}{2021}$

B $\frac{1}{\sqrt{2022}}$

C $\frac{1}{\sqrt{2021}}$

D $\sqrt{\frac{2020}{2021}}$

E $\frac{1}{\sqrt{2020 \cdot 2021}}$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

668

Determinantul matricei A este:

- A** 1 **B** 0 **C** -1 **D** -7 **E** 3

669

 $(A - I_3)^2$ este:

- A** O_3 **B** I_3 **C** A **D** $A - I_3$ **E** $-I_3$

670

 A^{2021} este:

- A** $2021A - 2020I_3$ **B** $A - I_3$ **C** $A + 2020I_3$ **D** $2020A - 2021I_3$
E $2021A + 2020I_3$

671

 $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x^2 - \pi^2}$ este:

- A** $-\frac{1}{2\pi}$ **B** $\frac{1}{\pi^2}$ **C** $\frac{1}{2\pi}$ **D** 0 **E** $\frac{1}{\pi}$

672

 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 + x^2} \cos x}{x^4}$ este:

- A** $\frac{1}{4}$ **B** $\frac{1}{2}$ **C** $\frac{1}{3}$ **D** $\frac{1}{6}$ **E** $\frac{1}{12}$

673

 $\int_0^1 x^3 \operatorname{arctg} x \, dx$ este:

- A** $\frac{\pi}{2}$ **B** $\frac{1}{3}$ **C** $\frac{\pi}{4}$ **D** $\frac{1}{5}$ **E** $\frac{1}{6}$

674

 $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} \, dx$ este:

- A** $\frac{\pi}{6}$ **B** $\frac{\pi}{2}$ **C** $\frac{\pi}{3}$ **D** $\frac{\pi}{4}$ **E** $\frac{\pi}{12}$

675

 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x e^{-t^2} \, dt$ este:

- A** 1 **B** 0 **C** e **D** $\frac{1}{e}$ **E** $\frac{2}{e}$

676

Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x . Limita șirului

$$\int_0^n \frac{\{x\}^n}{1 + \{x\}} dx, \quad n = 1, 2, \dots \quad \text{este:}$$

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1}{3}$ **C** 1 **D** $\ln 2$ **E** ∞

Fie șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin relația de recurență

$$x_{n+1} = x_n + 2^{-x_n} \quad \text{pentru orice } n \geq 0, \quad x_0 = 0.$$

677

x_1 este:

- A** 1 **B** 2 **C** $\frac{3}{2}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** 0

678

$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ este:

- A** 2 **B** e **C** ∞ **D** e^2 **E** nu există

679

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{\ln n}$ este:

- A** $\log_2 e$ **B** $\ln 2$ **C** 1 **D** 2 **E** $\frac{1}{\sqrt{e}}$

Fie $a \in \mathbb{R}$ și fie funcția $f : (-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \ln(2+x) + ax^2 + 4x$.

680

Dacă tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă -1 este perpendiculară pe dreapta de ecuație $x + y + 1 = 0$, atunci valoarea lui a este:

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** -1

681

Dacă $f''(0) = 0$, atunci valoarea lui a este:

- A** $\frac{1}{8}$ **B** $\frac{1}{2}$ **C** 2 **D** $-\frac{1}{4}$ **E** 0

682

Funcția f este concavă dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

- A** $(-\infty, 0]$ **B** $(-\infty, 0)$ **C** $(0, \infty)$ **D** $[0, \infty)$ **E** $\mathbb{R}^*$

În planul xOy se consideră punctele $A(0, 2)$, $B(-1, -2)$ și $C(1, 0)$.

683 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

- A** $(0, 0)$ **B** $(1, 0)$ **C** $(0, -1)$ **D** $\left(0, \frac{4}{3}\right)$ **E** $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$

684 Dacă D este un punct din plan cu proprietatea că $ABCD$ este paralelogram, atunci OD este:

- A** 4 **B** $2\sqrt{5}$ **C** 5 **D** $3\sqrt{3}$ **E** $3\sqrt{2}$

685 Dacă M este un punct din plan cu proprietatea că $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 37$, atunci OM este:

- A** 2 **B** $2\sqrt{2}$ **C** 3 **D** $2\sqrt{3}$ **E** 4

686 Numărul complex $(1 + i)(1 + 2i)(1 + 3i)$ este:

- A** -10 **B** $10i$ **C** $1 - 3i$ **D** $3 - i$ **E** $9 + i$

687 Valoarea expresiei $\arctg 1 + \arctg 2 + \arctg 3$ este:

- A** $\frac{5\pi}{6}$ **B** π **C** $\frac{3\pi}{2}$ **D** $\frac{3\pi}{4}$ **E** $\frac{5\pi}{4}$

Fie funcția $f : [0, 4\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin^5 x + \cos^5 x$.

688 $f(\pi)$ este:

- A** -1 **B** 0 **C** 1 **D** 2 **E** -2

689 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

- A** 4 **B** 5 **C** 7 **D** 9 **E** 10

* * *

Admitere 22 iulie 2021

690

Numărul complex $1 - i + i^2 - i^3 + \dots - i^{2021}$ este:

A $1 - i$

B $1 + i$

C $-i$

D 1

E 0

691

Dacă $a = \lg 5$, atunci $\log_3 5 \cdot \log_{20} 9$ este:

A $\frac{2a}{2-a}$

B $\frac{2-a}{2a}$

C $\frac{1-a}{2a}$

D $\frac{a}{2-a}$

E $\frac{2-a}{a}$

692

Câte numere naturale de patru cifre (în baza 10) se pot scrie, dacă se pot folosi doar cifrele 1, 2, 3, 4 iar cifra 1 se folosește obligatoriu?

A 256

B 252

C 110

D 192

E 175

Pe $\mathbb{C}$ se definește legea de compoziție $z_1 * z_2 = z_1 z_2 - i(z_1 + z_2) - 1 + i$, $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$.

693

 $i * i$ este:

A 1

B 0

C i

D $-i$

E 2

694

Elementul neutru al legii “*” este:

A $-i$

B $-1 + i$

C $-1 - i$

D $1 + i$

E $1 - i$

695

Mulțimea elementelor inversabile în monoidul $(\mathbb{C}, *)$ este:

A $\mathbb{C} \setminus \{i\}$

B $\{-1 + i, 1 + i\}$

C $\{1 - i, -1 - i\}$

D $\{i\}$

E $\mathbb{C} \setminus \{i, -i\}$

696

Dacă $\varepsilon = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$, atunci valoarea expresiei $(\varepsilon + i) * (\varepsilon + i) * \dots * (\varepsilon + i)$, unde $\varepsilon + i$ apare de 2022 ori, este:

A $1 + i$

B $-1 + i$

C $1 - i$

D i

E $-i$

Fie $a, b \in \mathbb{R}$ și fie sistemul (S) în necunoscutele x, y, z :

$$(S) : \begin{cases} x - 2y - 3z = b \\ 2x + y - z = 2 \\ 3x + y + az = 4 \end{cases}.$$

697 Sistemul (S) este compatibil determinat dacă și numai dacă:

- A** $a \neq -2$ **B** $a = -2$ **C** $a \neq 2$ **D** $a \neq -1$ **E** $a = 2$

698 Sistemul (S) este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă perechea (a, b) este:

- A** $(-2, 6)$ **B** $(-2, -6)$ **C** $(-2, 5)$ **D** $(2, 5)$ **E** $(2, -6)$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

699 A^{2022} este:

- A** $4^{2021}A$ **B** $4^{2022}A$ **C** $4A$ **D** $4^{2022}I_2$ **E** O_2

700 Numărul matricelor $X \in M_2(\mathbb{R})$ care verifică ecuația $X^{2022} = A$ este:

- A** 2 **B** 0 **C** 2022 **D** 4 **E** 1

Fie funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \frac{1}{x}$ pentru orice $x > 0$.

701 Numărul soluțiilor ecuației $f(x^2) = f(x)$ este:
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

702 Mulțimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are soluție este:
A $\mathbb{R}$ **B** $(0, \infty)$ **C** $(-1, 1)$ **D** $(-1, \infty)$ **E** $\mathbb{R}^*$

703 Numărul asimptotelor la graficul funcției f este:
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

704 $f'(x)$ este:
A $1 + \frac{1}{x^2}$ **B** $1 - \ln x$ **C** $\frac{x^2}{2} - \ln x$ **D** $1 - \frac{1}{x^2}$ **E** $x^2 + \frac{1}{x^2}$

705 Ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de intersecție a graficului cu axa Ox este:
A $x + 2y = 1$ **B** $x - y = 1$ **C** $2x - y = 2$ **D** $2x + y = 2$ **E** $y = 0$

706 $\int_1^{\sqrt{e}} f(x) dx$ este:
A $\frac{e}{2} - 1$ **B** $\frac{e}{2}$ **C** $1 - \frac{1}{e}$ **D** $e - \frac{1}{2}$ **E** $1 + \frac{1}{e}$

707 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{n}}^n e^{-|f(x)|} dx$ este:
A 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{e}$ **D** e **E** $e - \frac{1}{e}$

708 $\int_0^1 2^{-x} dx$ este:
A $\frac{1}{2 \ln 2}$ **B** $\frac{\ln 2}{2}$ **C** $-\frac{1}{2 \ln 2}$ **D** $-\frac{\ln 2}{2}$ **E** $2^{\ln 2} - 1$

709 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \cos x} dx$ este:
A 2 **B** $2\sqrt{2} - 2$ **C** $2\sqrt{2}$ **D** $2 + \sqrt{2}$ **E** $2 - \sqrt{2}$

Fie funcția continuă $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ cu $f(x) = \frac{x - e}{\ln x - 1}$ pentru orice $x \in (0, \infty) \setminus \{e\}$.

710 $f(e)$ este:

- A** 0 **B** e **C** 1 **D** $\frac{1}{2}$ **E** 2

711 $f'(e)$ este:

- A** 0 **B** e **C** 1 **D** $\frac{1}{2}$ **E** $\frac{e}{2}$

Fie șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = x_n^2 + 2x_n$ pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde $x_0 \in \mathbb{R}$.

712 Dacă $x_0 \in (0, 1)$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ este:

- A** ∞ **B** nu există **C** 0 **D** $1 + \sqrt{5}$ **E** e^2

713 Șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

- A** $[-2, 0]$ **B** $[-1, 0]$ **C** $[-1, 1)$ **D** $\{-1, 0\}$ **E** $(-\infty, 1)$

714

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2^x - 1) \cdot \ln(1 + \sin^2 x)}{(\sqrt{1 + x^2} - 1) \cdot \operatorname{tg} x}$ este:

- A** $2 \ln 2$ **B** $\ln 2$ **C** 0 **D** $\frac{\ln 2}{2}$ **E** 1

În planul xOy se consideră punctele $A(2, 3)$, $B(-2, -3)$ și $C(3, -3)$.

715 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

- A** $(1, -1)$ **B** $(0, 0)$ **C** $(0, -1)$ **D** $\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ **E** $\left(\frac{7}{3}, 3\right)$

716 Dacă D este un punct din plan cu proprietatea că $COAD$ este paralelogram, atunci CD este:

- A** 5 **B** $\sqrt{13}$ **C** $3\sqrt{2}$ **D** $2\sqrt{3}$ **E** $\sqrt{19}$

717 Dacă M este un punct oarecare din plan, atunci valoarea minimă a expresiei $MA^2 + MB^2 + MC^2$ este:

- A** 35 **B** 44 **C** 38 **D** 41 **E** 53

Fie $a \in \mathbb{R}$ și fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x + \cos(ax)$.

718

 $f(0)$ este:**A** 2**B** 0**C** 1**D** π **E** -2

719

Ecuția $f(x) = 2$ are soluție unică dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ **B** $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ **C** $\{-\pi, \pi\}$ **D** $\mathbb{R}^*$ **E** $(-1, 1)$

* * *

Se consideră mulțimea $M = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$. Care este numărul submulțimilor lui M ce conțin ...

720 cel puțin un element mai mic decât 5?

- A** 496 **B** 480 **C** 448 **D** 248 **E** 240

721 cel puțin un element mai mic decât 5 și cel puțin un element mai mare decât 5?

- A** 434 **B** 448 **C** 217 **D** 224 **E** 248

Pe $\mathbb{Z}$ se definește legea de compoziție $x * y = x + (-1)^x y$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$. Care este ...

722 elementul neutru în raport cu legea “*”?

- A** 0 **B** 1 **C** -1 **D** 2 **E** nu există element neutru

723 simetricul lui 2022 în raport cu legea “*”?

- A** -2023 **B** 2022 **C** 2022 nu are element simetric **D** 2021 **E** -2022

724 numărul soluțiilor ecuației $x * x = 2022$ ($x \in \mathbb{Z}$)?

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 2022 **E** 2023

725 Numărul soluțiilor complexe ale ecuației $z^2 = -2\bar{z}$ este:

- A** 4 **B** 0 **C** 1 **D** 2 **E** 3

Pentru orice $m \in \mathbb{R}^*$ se definește funcția

$$f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_m(x) = mx^2 - (2m+1)x + m+1, \quad \text{pentru orice } x \in \mathbb{R}.$$

726 Valoarea lui m pentru care $x = 2$ este soluție a ecuației $f_m(x) = 0$ este:

- A** -2 **B** -1 **C** 1 **D** 2 **E** 3

727 Vârfurile parabolilor reprezentate de graficele funcțiilor f_m se află pe dreapta de ecuație:

- A** $x + 2y = 1$ **B** $2x + y = 1$ **C** $x - 2y = 1$ **D** $2x - y = 1$ **E** $x - 2y = 2$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

728 A^2 este:

- A** $-A$ **B** A **C** I_2 **D** $-4I_2$ **E** O_2

729 Numărul soluțiilor $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^2 = A$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 4 **E** infinit

730 Dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ verifică ecuația $X^2 = A$, atunci X^{2022} este:

- A** A **B** $2022 \cdot I_2$ **C** $-A$ **D** $i \cdot I_2$ **E** $i \cdot A$

731

Valoarea expresiei $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} x \, dx + \int_0^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} x \, dx$ este:

- A** $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ **B** 1 **C** $\frac{2\pi}{3} - \ln 2$ **D** $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$ **E** $\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} \ln 2$.

Fie funcția continuă $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, cu $f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$ pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$.

732

 $f(0)$ este:**A** 0**B** 1**C** 2**D** $\frac{1}{2}$ **E** $\sqrt{2}$

733

Mulțimea soluțiilor ecuației $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}+1}$ este:**A** $\{1\}$ **B** $\{0, 1\}$ **C** $\emptyset$ **D** $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ **E** $\{0\}$.

734

 $f'(0)$ este:**A** 0**B** 1**C** 2**D** $\frac{1}{2}$ **E** $\sqrt{2}$

735

Mulțimea valorilor funcției f este:**A** $(-1, 1)$ **B** $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ **C** $\mathbb{R}$ **D** $[-2, 2]$ **E** $[1 - \sqrt{2}, \sqrt{2} - 1]$.

736

Numărul soluțiilor ecuației $f(\operatorname{tg} x) = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ din intervalul $[0, 4\pi]$ este:**A** 1**B** 2**C** 4**D** 6**E** infinit

737

 $\int_0^{2\sqrt{2}} f(x) dx$ este:**A** $1 + \sqrt{2}$ **B** $\sqrt{2} - \frac{1}{2} \ln 2$ **C** 0**D** $1 - \ln \frac{3}{2}$ **E** $2 - \ln 2$

738

 $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ este:

A $\frac{1}{2}$

B 1

C 2

D e

E $\frac{e^2}{2}$.

739

 $\int_0^2 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{2-x}} \cdot \sin \frac{\pi x}{2} dx$ este:

A $\frac{2}{\pi}$

B $\frac{\pi}{2}$

C $2\sqrt{2}$

D $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$

E $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$.

740

 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)} dx$ este:

A $2 \ln 3$

B $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$

C $2\sqrt{3}$

D $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

E $\frac{\pi \ln 3}{2}$.

741

 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x}{x^2}$ este:

A 7

B 6

C 3

D $\frac{11}{2}$

E $\frac{15}{2}$

Fie șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n^2 + x_n$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde $x_0 \in \mathbb{R}$.

742

 $x_3 = 0$ dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\{-1, 0\}$

B $\{0\}$

C $\{1\}$

D $\{-1, 0, 1\}$

E $[-1, 1]$

743

Dacă șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ este convergent, atunci limita sa este:

A 0

B 1

C -1

D $\frac{1}{2}$

E $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

744

Dacă $x_0 = -\frac{1}{2}$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n$ este:

A 0

B 1

C -1

D $\frac{1}{2}$

E $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

În planul xOy se consideră pătratul $ABCD$, astfel încât vârfurile lui sunt ordonate în sens trigonometric, $A(2, 7)$ iar $M(-2, 1)$ este punctul de intersecție a diagonalelor.

745 Panta dreptei BD este:

A $-\frac{2}{3}$

B $\frac{3}{2}$

C $-\frac{3}{5}$

D $\frac{5}{3}$

E $-\frac{1}{2}$

746 Aria pătratului $ABCD$ este:

A 104

B 61

C 85

D 101

E 122

747 Punctul B are coordonatele:

A $(-8, 5)$

B $(-9, 5)$

C $(-8, 6)$

D $(-9, 6)$

E $(-7, 5)$

748

Numărul soluțiilor ecuației $\sin x \cdot \sin 2x = 1$ din intervalul $[0, 4\pi]$ este:

A 0

B 1

C 2

D 3

E 4

749

Dacă $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$, atunci $\sin^6 x + \cos^6 x$ este:

A $\frac{1}{4}$

B 1

C $\frac{1}{8}$

D $\frac{1}{2}$

E $\frac{3}{2}$

* * *

Admitere 15 iulie 2022

Se consideră mulțimea $M = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$. Care este numărul submulțimilor lui M ce conțin ...

750

cel puțin un număr impar?

A 496**B** 480**C** 448**D** 248**E** 240

751

cel puțin un număr par mai mic decât 5 și cel puțin un număr par mai mare decât 5?

A 434**B** 336**C** 217**D** 352**E** 416

Fie numărul complex $z = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 - i)$.

752

 z^2 este:**A** $-i$ **B** $\frac{i}{2}$ **C** $\frac{z}{2}$ **D** i **E** $2z$

753

Valoarea expresiei $1 + z + z^2 + \dots + z^{2022}$ este:**A** $-\bar{z}$ **B** $-z$ **C** z **D** 1**E** i

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

- 754 Valoarea lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care $A^2 = x \cdot A$ este:
A 5 **B** 1 **C** 2 **D** 6 **E** 3
- 755 A^{2022} este:
A $5^{2021}A$ **B** $5A$ **C** $5^{2021}I_2$ **D** $6^{2021}A$ **E** 0_2
- 756 $\det(A + A^2 + \dots + A^{2022})$ este:
A 0 **B** 2022 **C** 5^{4044} **D** $\frac{5^{2023} - 1}{4}$ **E** 6^{2023}

Pe $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ se definește legea de compoziție $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

- 757 Elementul neutru în raport cu legea „ $*$ ” este:
A 1 **B** 0 **C** -1 **D** $\sqrt{2}$ **E** -2
- 758 Simetricul lui -2022 în raport cu legea „ $*$ ” este:
A $\frac{1}{2022}$ **B** 2022 **C** $-\frac{1}{2022}$ **D** -2022 **E** Numărul -2022 nu este simetrizabil
- 759 Numărul soluțiilor ecuației $x * x = 1$ este:
A 4 **B** 1 **C** 2 **D** 0 **E** infinit

Fie șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_n = \sum_{k=0}^n \frac{k-1}{k!}$, pentru orice $n \geq 0$.

- 760 x_1 este:
A -2 **B** -1 **C** 0 **D** 1 **E** 2
- 761 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ este:
A e **B** -1 **C** 0 **D** 1 **E** e - 1
- 762 $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sqrt[n]{|x_n|}$ este:
A e **B** $\frac{1}{e}$ **C** 0 **D** 1 **E** e - 1

763

 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right)$ este:

A $\frac{1}{2}$

B 1

C 2

D $-\frac{1}{2}$

E -1

764

 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{x^\pi - (\sin x)^\pi}{x^{\pi+2}}$ este:

A $\frac{\pi}{2}$

B $\frac{\pi}{3}$

C $\frac{\pi}{4}$

D $\frac{\pi}{6}$

E limita nu există

765

 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^n \frac{x^2}{\sqrt{x^4 + 1}} dx$ este:

A 1

B $\frac{\pi}{2}$

C ∞

D $\frac{1}{2}$

E $\ln 2$

Fie funcția $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, cu $f(x) = \frac{2-x}{1+2x}$, pentru orice $x \geq 0$.

766

Numărul soluțiilor ecuației $f(f(x)) = x$ este:

A infinit

B 0

C 1

D 2

E 4

767

$f'(x)$ este:

A $-\frac{2x}{(1+2x)^2}$

B $\frac{4}{(1+2x)^2}$

C $\frac{3-4x}{(1+2x)^2}$

D $-\frac{5}{(1+2x)^2}$

E $\frac{2}{1+2x}$

768

Mulțimea valorilor funcției f este:

A $\left(-\frac{1}{2}, 2\right]$

B $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

C $(-2, 2]$

D $(-\infty, 2]$

E $\mathbb{R}$

769

Mulțimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care expresia $\arctg(x+a) + \arctg(f(x)+a)$ nu depinde de x este:

A $\{0, 1\}$

B $\{0\}$

C $\{-1, 0\}$

D $\emptyset$

E $\{-1, 0, 1\}$

770

$\int_0^2 \arctg f(x) dx$ este:

A $\frac{\ln 5}{2}$

B $\arctg 2$

C $\frac{\pi \ln 5}{2}$

D $2 \cdot \ln 5 \cdot \arctg 2$

E $2 \cdot \arctg 2$

Fie $a > 0$ și fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, cu $f(x) = a^x - 2x - 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

771 $f(0)$ este:

- A** 0 **B** 1 **D** $a - 1$ **E** -1 **E** $a + 1$

772 Mulțimea valorilor lui a pentru care $f(x) \geq 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$ este:

- A** $(0, 1) \cup \{e^2\}$ **B** $(1, e^2] \setminus \{e\}$ **C** $\left(\frac{1}{e}, e^2\right)$ **D** $\{e^2\}$ **E** $\{2e, e^2\}$

773 Dacă $a = e$, atunci $\int_0^1 f(x) dx$ este:

- A** $e - 3$ **B** 1 **C** 0 **D** $e - 2$ **E** $e + 2$

774

Valoarea expresiei $\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{x \cos^2 x}{1 + \sin x} dx$ este:

- A** $\frac{\pi}{2} - 1$ **B** $\frac{\pi}{2} + 1$ **C** $\frac{3\pi}{2} + 1$ **D** $\frac{\pi - 1}{2}$ **E** $\frac{\pi + 1}{2}$

În planul xOy se consideră un triunghi ABC , în care $A(0, 4)$, mediana din B are ecuația $x - 4y + 6 = 0$, iar mediana din C are ecuația $x + 6y - 14 = 0$.

775 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

- A** (2, 2) **B** (2, 1) **C** (1, 2) **D** (1, 3) **E** (2, 3)

776

Mijlocul laturii $[BC]$ are coordonatele:

- A** (3, 1) **B** (2, 1) **C** (2, 0) **D** (3, 0) **E** (4, 0)

Fie funcția $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = 2\cos^2 x + \sin 2x$, pentru orice $x \in [0, 2\pi]$.

777

 $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ este:

A $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$

B $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

C $1 + \sqrt{2}$

D $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

E $1 + \sqrt{6}$

778

Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 2$ este:

A 5

B 4

C 3

D 2

E 1

779

Maximul funcției f este:

A $1 + \sqrt{2}$

B 2

C $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$

D $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

E $1 + \sqrt{3}$

* * *

780

Numărul polinoamelor $P \in \mathbb{C}[X]$ de grad 3 ce au toate rădăcinile în mulțimea $\{0, 1, 2, \dots, 8\}$ și verifică $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{x^3} = 1$ este:

A 165**B** 129**C** 84**D** 120**E** 240

Pentru orice $m \in \mathbb{R}$ se definește funcția

$$f_m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_m(x) = mx^2 - 2(m+1)x + m - 1, \quad \text{pentru orice } x \in \mathbb{R}.$$

781

Mulțimea valorilor lui m pentru care ecuația $f_m(x) = 0$ are soluții reale este:

A $[0, \infty)$ **B** $[-1, \infty)$ **C** $\left[-\frac{1}{3}, \infty\right)$ **D** $[1, \infty)$ **E** $\mathbb{R}^*$

782

Vârfurile parabolilor reprezentate de graficele funcțiilor f_m ($m \neq 0$) se află pe dreapta de ecuație:

A $x + y = -2$ **B** $x - y = 6$ **C** $2x + y = -1$ **D** $y = -2x$ **E** $y = -x$

783

Mulțimea punctelor comune tuturor graficelor funcțiilor f_m ($m \in \mathbb{R}$) este inclusă în dreapta:

A $x = 0$ **B** $y = 3$ **C** $y = x$ **D** $y = -2x + 1$ **E** $y = -3x$

784

Restul împărțirii polinomului $X^{2023} - 2X^{22} + 3X^{10} - 2$ la $X^3 + X^2 + X + 1$ este:

A $-X - 3$ **B** $2X^2 - X - 1$ **C** $X^2 - X$ **D** $2X + 1$ **E** 0

Pe mulțimea $(0, \infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = \frac{xy}{x+y}$ pentru orice $x, y \in (0, \infty)$.

785

Elementul neutru în raport cu legea „ $*$ ” este:

- A** 0 **B** 1 **C** $\sqrt{2}$ **D** 2 **E** nu există element neutru.

786

Numărul perechilor (x, y) (cu $x, y > 0$) care verifică relația $\frac{1}{x * y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ este:

- A** infinit **B** 1 **C** 2 **D** 4 **E** 6

787

$\lim_{n \rightarrow \infty} 1 * 2 * 3 * \dots * n$ este:

- A** 0 **B** $\ln 2$ **C** ∞ **D** limita nu există **E** $\frac{1}{e}$

Fie $a \in \mathbb{C}$ și fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -a & 1 \end{pmatrix}$.

788

Mulțimea valorilor lui a pentru care $A^2 - 2A + I_2 = O_2$ este:

- A** $\{1, -1\}$ **B** $\{i, -i\}$ **C** $\{0\}$ **D** $\{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ **E** $\emptyset$

789

Dacă $a = i$, atunci numărul soluțiilor $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ ale ecuației $AX = I_2$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 4 **E** infinit

790

Dacă $a = i$, atunci A^{100} este:

- A** $2^{99}A$ **B** $2^{100}iA$ **C** $-2^{99}A$ **D** $-2^{99}iA$ **E** O_2

791

Fie numărul complex $z = \sin \frac{5\pi}{6} + i \cos \frac{5\pi}{6}$. Atunci z^6 este:

- A** 1 **B** -1 **C** i **D** $-i$ **E** $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$

792

 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x \cdot \cos x}{x^3}$ este:

A $\frac{2}{3}$

B $\frac{1}{6}$

C $\frac{1}{3}$

D $-\frac{1}{3}$

E $\frac{4}{3}$

793

 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\arctg^2 x} - \frac{1}{\tg^2 x} \right)$ este:

A $\frac{4}{3}$

B $\frac{1}{6}$

C $\frac{1}{3}$

D 2

E $\frac{2}{3}$

794

 $\int_0^2 \sqrt{|x-1|} dx$ este:

A $\frac{4}{3}$

B $\frac{2}{3}$

C $\frac{1}{2}$

D 0

E 2

795

 $\int_0^\pi x \cdot \cos x dx$ este:

A -2

B $\pi - 2$

C $2 - \pi$

D $\pi + 2$

E 0

796

 $\int_0^1 \frac{\sin \pi x}{9^x + 3} dx$ este:

A $\frac{1}{3\pi}$

B $\frac{2}{3\pi}$

C $\frac{2}{9\pi}$

D $\frac{1}{\pi}$

E $\frac{2}{\pi}$

797

Limita șirului $\frac{1}{n\pi} \int_0^{n\pi} \frac{1}{2 + \sin^2 x} dx$, $n = 1, 2, 3, \dots$ este:

A 1

B $\sqrt{6}$

C $\frac{1}{\sqrt{6}}$

D $\frac{\pi}{\sqrt{6}}$

E $\frac{2}{\pi\sqrt{6}}$

Fie șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = 2x_n^2 - 1$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde $x_0 \in \mathbb{R}$.

798 Numărul valorilor lui x_0 pentru care șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ e constant este:

- A** 2 **B** 0 **C** 1 **D** 3 **E** infinit

799 Dacă $x_0 = \sqrt{2}$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ este:

- A** 0 **B** $-\infty$ **C** ∞ **D** 4 **E** limita nu există

800 Dacă $x_0 = \sqrt{2}$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n \cdot x_0 x_1 \cdots x_n}{x_{n+1}}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **E** 2

Fie $a \in \mathbb{R}$ fixat și fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, cu $f(x) = ax + \sin x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

801 Mulțimea valorilor lui a pentru care funcția f este inversabilă este:

- A** $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ **B** $\left[\frac{1}{\pi}, \infty\right)$ **C** $[1, \infty)$ **D** $\left(-\infty, -\frac{1}{\pi}\right] \cup \left[\frac{1}{\pi}, \infty\right)$ **E** $(0, \infty)$

802 Dacă $a = 2$, iar g este inversa funcției f , atunci $g'(0)$ este:

- A** $\frac{1}{2}$ **B** 1 **C** 2 **D** $\frac{1}{3}$ **E** 3

803 Numărul valorilor lui a pentru care dreapta de ecuație $y = x$ este tangentă la graficul funcției f este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** infinit

În planul xOy se consideră punctele $A(4, 0)$, $B(0, 3)$ și M un punct variabil pe segmentul (AB) . Fie P proiecția lui M pe Ox și N proiecția lui M pe Oy .

804 Ecuția dreptei AB este:

- A** $3x + 4y = 12$ **B** $4x + 3y = 12$ **C** $4x - 3y = 12$ **D** $3x - 4y = 12$ **E** $4x + 3y = 7$

805 Panta bisectoarei unghiului $\widehat{OAB}$ este:

- A** $-\frac{1}{3}$ **B** $-\frac{1}{2}$ **C** $-\frac{3}{8}$ **D** $-\frac{1}{4}$ **E** 1

806 Aria maximă a dreptunghiului $MNOP$ este:

- A** 3 **B** 4 **C** 2 **D** $2\sqrt{2}$ **E** $2\sqrt{3}$

Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x \cdot \cos 4x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

807 $f(\pi)$ este:

- A** 1 **B** -1 **C** 0 **D** $\frac{1}{4}$ **E** 2

808 Perioada principală a funcției f este:

- A** π **B** 2π **C** $\frac{\pi}{2}$ **D** $\frac{\pi}{4}$ **E** 8π

809 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ din intervalul $[0, 4\pi]$ este:

- A** 5 **B** 11 **C** 3 **D** 0 **E** 4

* * *

Admitere 17 iulie 2023

810

Numărul submulțimilor lui $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ cu cel puțin două elemente numere prime este:

- A** 176 **B** 240 **C** 192 **D** 208 **E** 128

Pentru orice $m \in \mathbb{R}$ se definește funcția $f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f_m(x) = mx^2 - (4m + 3)x + 4m + 6, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}.$$

811

Mulțimea valorilor lui m pentru care ecuația $f_m(x) = 0$ are soluții reale este:

- A** $[-1, \infty)$ **B** $(-\infty, 1)$ **C** $\mathbb{R}$ **D** $[0, \infty)$ **E** $\mathbb{R}^*$

812

Numărul punctelor comune tuturor graficelor funcțiilor f_m ($m \in \mathbb{R}$) este:

- A** 1 **B** 0 **C** 2 **D** 3 **E** infinit

813

Numărul perechilor (m, n) , cu $0 < m < n$, pentru care graficele funcțiilor f_m și f_n au tangentă comună într-un punct comun este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** infinit

Fie polinoamele $P(X) = X^{2024} + (X + 1)^{2023}$ și $Q(X) = X^2 + X + 1$, iar $x_1, x_2 \in \mathbb{C}$ rădăcinile lui $Q(X)$.

814

Restul împărțirii lui $P(X)$ la $Q(X)$ este:

- A** $-2X - 1$ **B** $2X + 1$ **C** $X + 2$ **D** 0 **E** $X - 1$

815

$P\left(\frac{x_1}{x_2}\right) + P\left(\frac{x_2}{x_1}\right)$ este:

- A** $1 + 2^{2023}$ **B** -2 **C** 2 **D** $2i$ **E** 0

Pe mulțimea $(0, \infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = \frac{x^{\lg y} + y^{\lg x}}{2}$, pentru orice $x, y > 0$.

816

 $1 * 2$ este:

- A** 10 **B** 1 **C** $\frac{3}{2}$ **D** $\frac{1 + \lg 2}{2}$ **E** $1 + \frac{\lg 2}{2}$

817

Elementul neutru în raport cu legea „ $*$ ” este:

- A** 10 **B** 1 **C** 2 **D** $\frac{1}{10}$ **E** $\lg 2$

818

Numărul elementelor $x \in (0, \infty)$ care **nu** sunt simetrizabile în raport cu legea „ $*$ ” este:

- A** 0 **B** 2 **C** infinit **D** 10 **E** 1

819

 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{10} * \sqrt[3]{10} * \dots * \sqrt[n]{10}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 10 **D** $10^{\frac{1}{e}}$ **E** ∞

Pentru $a \in \mathbb{R}$ se consideră sistemul de ecuații
$$\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ -2x + az = -2 \\ -x + 3y - z = -1 \end{cases} \quad \text{în}$$
 necunoscutele x, y, z , iar prin A se notează matricea sistemului.

820

Mulțimea valorilor lui a pentru care $\text{rang } A = 3$ este:

- A** $\mathbb{R} \setminus \{-3, -2\}$ **B** $\emptyset$ **C** $\{-3, -2\}$ **D** $\{2, 3\}$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$

821

Numărul valorilor lui a pentru care sistemul admite o infinitate de soluții este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** infinit

822

Numărul valorilor lui a pentru care sistemul admite soluție, cu x, y, z în progresie aritmetică în această ordine, este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 4 **E** infinit

823

Mulțimea soluțiilor $z \in \mathbb{C}$ ale ecuației $|z| + \bar{z} = 3 + i\sqrt{3}$ este:

- A** $\{1 - i\sqrt{3}\}$ **B** $\{1 - i\sqrt{3}, 1 + i\sqrt{3}\}$ **C** $\{1 - i\sqrt{3}, 2 - i\sqrt{3}\}$ **D** $\{2 - i\sqrt{3}\}$ **E** $\{2 - i\sqrt{3}, 2 + i\sqrt{3}\}$

824 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\ln \frac{2x}{x+1}}{\ln x}$ este:

A 1

B 0

C $\ln 2$ D $1 + \ln 2$

E 2

825 $\lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{1}{1 + \cos x} - \frac{2}{\sin^2 x} \right)$ este:

A -1

B $-\frac{1}{2}$

C 1

D 0

E $\frac{1}{2}$

826 $\int_3^7 \frac{x}{x^2 - 4} dx$ este:

A $\ln 3$ B $\frac{1}{2} \left(\operatorname{arctg} \frac{7}{2} - \operatorname{arctg} \frac{3}{2} \right)$ C $\ln 7$ D $\ln \frac{5}{3}$ E $\frac{\pi}{4}$

827 $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_1^2 \frac{1}{x + x^{n+1}} dx$ este:

A $\ln 2$ B $\frac{3}{2}$ C $\frac{1}{2}$ D $\ln \frac{3}{2}$ E $\operatorname{arctg} 2 - \frac{\pi}{4}$

828 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+1} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n})$ este:

A 1

B 2

C $\frac{1}{2}$ D $\frac{\sqrt{2}}{2}$

E 0

Fie șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = \frac{x_n}{2} + \frac{1}{x_n}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde $x_0 > 0$.

829 Valoarea minimă pe care o poate lua x_1 este:

A $\sqrt{2}$

B 1

C nu există o valoare minimă

D $\frac{3}{2}$ E $\frac{1}{\sqrt{2}}$

830 Dacă $x_0 = 1$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ este:

A $\sqrt{2}$ B ∞

C 0

D 1

E $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

831 $f''(0)$ este:

- A** 1 **B** -2 **C** 0 **D** -1 **E** 2

832 Numărul punctelor de extrem ale funcției f este:

- A** 2 **B** 1 **C** 3 **D** 4 **E** 0

Fie $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție derivabilă, cu derivata continuă pe $[0, \pi]$. Pentru orice $n \in \mathbb{N}$, se definește $I_n = \int_0^\pi f(x) \cos^2(nx) dx$.

833 Dacă $f(x) = 1$, pentru orice $x \in [0, \pi]$, atunci I_1 este:

- A** π **B** $\frac{\pi}{2}$ **C** 2π **D** 1 **E** 0

834 Dacă $\int_0^\pi f(x) dx = 1$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ este:

- A** 1 **B** $\frac{\pi}{2}$ **C** 0 **D** $\frac{1}{2}$ **E** π .

În planul xOy se consideră punctele $A(\sqrt{3}, 0)$, $B(0, 1)$ și C simetricul lui O față de dreapta AB .

835 Panta dreptei OC este:

- A** $\sqrt{3}$ **B** 1 **C** $-\sqrt{3}$ **D** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **E** $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

836 Lungimea segmentului $[OC]$ este:

- A** $\sqrt{3}$ **B** 2 **C** 3 **D** $\frac{2}{\sqrt{3}}$ **E** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

837 Dacă M este un punct oarecare în interiorul patrulaterului $OACB$, atunci valoarea minimă pe care o poate lua suma $MO + MA + MB + MC$ este:

- A** $2 + \sqrt{3}$ **B** $3 + \sqrt{3}$ **C** $2 + 2\sqrt{3}$ **D** $3 + 2\sqrt{3}$ **E** $1 + 2\sqrt{3}$

Fie funcția $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos x$, pentru orice $x \in [0, 2\pi]$.

838 $f(\pi)$ este:**A** 1**B** -1**C** 0**D** $\sqrt{2}$ **E** $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$ **839**Dacă $f(x) = \sqrt{2}$, atunci $\sin 2x$ este:**A** 1**B** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C** $-\frac{1}{2}$ **D** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **E** -1

* * *

O mulțime o numim *impară* dacă este submulțime nevidă a mulțimii $\{0, 1, 2, \dots, 8\}$ și suma elementelor sale este un număr natural impar.

840 Numărul submulțimilor *impare* este:

- A** 256 **B** 312 **C** 192 **D** 511 **E** 127

841 Numărul submulțimilor *impare* cu 5 elemente este:

- A** 44 **B** 60 **C** 84 **D** 32 **E** 64

842

Dacă $z \in \mathbb{C}$ verifică relația $|z + i|^2 + |z - i|^2 = 4$, atunci $|z|$ este:

- A** 1 **B** 0 **C** 2 **D** $\sqrt{2}$ **E** $\frac{1}{\sqrt{2}}$

843

Dacă $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ sunt rădăcinile polinomului $X^3 - 2X^2 + 2X + 2024$, atunci

determinantul $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$ este:

- A** 4 **B** 0 **C** 24 **D** 2024 **E** -2024

Pe mulțimea $[1, \infty)$ se definește legea de compoziție „ $*$ ” prin
 $x * y = \sqrt{1 + (x^2 - 1)(y^2 - 1)}$, pentru orice $x, y \geq 1$.

844 Elementul neutru în raport cu legea „ $*$ ” este:

- A** $\sqrt{2}$ **B** 1 **C** 2 **D** $2\sqrt{2}$ **E** $1 + \sqrt{2}$

845 Simetricul lui 3 în raport cu legea „ $*$ ” este:

- A** $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ **B** $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ **C** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ **D** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ **E** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

846 Numărul valorilor $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$, care verifică relația $\sqrt{2} * \sqrt{3} * \dots * \sqrt{n} = n$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

Pentru $a \in \mathbb{R}$ se consideră sistemul de ecuații
$$\begin{cases} ax + 2y + 2z = 10 \\ x + 2ay + z = 8 \\ 2x - 4y - z = -2 \end{cases}$$
 cu necunoscutele x, y, z , iar prin A se notează matricea sistemului.

847 Mulțimea valorilor lui a pentru care $\text{rang } A = 3$ este:

- A** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ **B** $\emptyset$ **C** $\{-1\}$ **D** $\{-1, 2\}$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$

848 Numărul valorilor lui a pentru care sistemul nu admite soluție este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** infinit

849 Numărul valorilor întregi ale lui a pentru care sistemul admite soluție, cu x, y, z numere întregi, este:

- A** 0 **B** 2 **C** 3 **D** 5 **E** infinit

850 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - x}$ este:

- A** 4 **B** 3 **C** ∞ **D** 0 **E** 2

851 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (2^x - 1)^{\frac{1}{\ln x}}$ este:

- A** e **B** 2 **C** $\sqrt{e}$ **D** $e \ln 2$ **E** $\ln 2$

Fie $\{t\}$ partea fracționară a numărului real t . Pentru orice $n \in \mathbb{N}$, se definește

$$x_n = \int_0^1 x \{nx\} dx.$$

852

 x_1 este:

A $\frac{1}{3}$

B $\frac{1}{2}$

C $\frac{3}{4}$

D 0

E 2

853

 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ este:

A $\frac{1}{4}$

B $\frac{1}{3}$

C $\frac{1}{6}$

D $\frac{5}{12}$

E $\frac{1}{2}$

854

 $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x} dx$ este:

A $\ln 2 - \frac{1}{2}$

B $\ln 2 + \frac{1}{2}$

C $\frac{1 - \ln 2}{2}$

D $\frac{1 + \ln 2}{2}$

E $1 - \frac{\ln 2}{2}$

855

 $\int_0^\pi \frac{1}{3^{\cos x} + 1} dx$ este:

A $\frac{\pi}{2}$

B $\frac{\pi}{3}$

C π

D $\frac{\pi \ln 3}{2}$

E 2

Fie șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde $x_0 \geq 0$.

856

Dacă $x_0 = 2$, atunci x_3 este:

A 2

B $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

C $\sqrt{2}$

D 4

E 3

857

Mulțimea valorilor lui x_0 pentru care șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ este monoton este:

A $[0, \infty)$

B $\mathbb{N}$

C $[0, 4]$

D $[0, 2]$

E $[2, \infty)$.

858

Dacă $x_0 = 4$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ este:

A 2

B 4

C ∞

D 1

E 3

859

Dacă $x_0 = 4$ și $L = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} 4^n (x_n - L)$ este:

A $\ln^2(2 + \sqrt{3})$

B $\ln 4$

C $\left(\frac{\ln 3}{2}\right)^2$

D $\ln(2 - \sqrt{3})$

E $\frac{\ln(\sqrt{3} - 1)}{2}$

Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = |x^3 - x|$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

- 860 Numărul punctelor de intersecție ale graficului funcției f cu axa Ox este:
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4
- 861 Numărul valorilor lui x în care funcția f nu este derivabilă este:
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4
- 862 Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5
- 863 Numărul valorilor $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = m$ are exact 4 soluții este:
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** infinit

În planul xOy se consideră punctele $A(1, 8)$, $B(b, -4)$, $C(c, -4)$, unde $b, c \in \mathbb{R}$, $b \neq c$.

- 864 Dacă O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC , atunci $|b| + |c|$ este:
A 14 **B** 8 **C** 9 **D** 12 **E** 18
- 865 Dacă O este centrul de greutate al triunghiului ABC , atunci $b + c$ este:
A -1 **B** 0 **C** 1 **D** -2 **E** 3
- 866 Dacă aria triunghiului ABC este 36, atunci $|b - c|$ este:
A 6 **B** 8 **C** 4 **D** 3 **E** 12

- 867 Numărul soluțiilor $x \in [0, \pi]$ ale ecuației $\sin^2 x + \sin^2 2x = 2$ este:
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4
- 868 Numărul soluțiilor $x \in [0, \pi]$ ale ecuației $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x$ este:
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

- 869 $\arctg(\tg \pi)$ este:
A 0 **B** 1 **C** π **D** $\frac{\pi}{2}$ **E** $-\pi$

Admitere 22 iulie 2024

Câte numere naturale, scrise în baza 10 cu trei cifre distincte, au cea mai mare cifră pe poziția:

870 sutelor?

- A** 240 **B** 204 **C** 168 **D** 213 **E** 196

871 zecilor?

- A** 240 **B** 204 **C** 168 **D** 213 **E** 196

872

Partea reală a numărului complex $i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 2024i^{2024}$ este:

- A** 1012 **B** -1012 **C** 0 **D** 2024 **E** -2024

Fie $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ rădăcinile polinomului $X^3 - 2X^2 + aX + 1$, unde $a \in \mathbb{R}$.

873 Valoarea lui a pentru care $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** -1 **D** 2 **E** -2

874 Dacă $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2$, atunci $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$ este:

- A** 1 **B** -1 **C** 2 **D** -2 **E** 3

Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție „ $*$ ” prin $x * y = 2xy + 2x + 2y + 1$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

875 Elementul neutru în raport cu legea „ $*$ ” este:

- A** $\frac{3}{2}$ **B** $-\frac{3}{2}$ **C** -1 **D** $\frac{1}{2}$ **E** $-\frac{1}{2}$

876 Simetricul lui 0 în raport cu legea „ $*$ ” este:

- A** $-\frac{3}{4}$ **B** $\frac{3}{4}$ **C** $-\frac{1}{4}$ **D** $\frac{1}{4}$ **E** 0

877 Valoarea expresiei $(-2024) * (-2023) * \dots * (-2) * (-1) * 0$ este:

- A** -1 **B** 2024^2 **C** $-2024 \cdot 2^{2025}$ **D** 1 **E** $2024 \cdot 2^{2024}$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 4 & -a \end{pmatrix}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

878 Mulțimea valorilor lui a pentru care matricea A este inversabilă este:

- A** $\mathbb{R}$ **B** $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ **C** $\mathbb{R}^*$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$ **E** $\{-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$

879 Mulțimea valorilor lui a pentru care matricea A este inversabilă și $A^{-1} = \frac{1}{9}A$ este:

- A** $\{-1, 1\}$ **B** $\{-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$ **C** $\{1\}$ **D** $\{2\sqrt{2}\}$ **E** $\emptyset$

880 Dacă $a = 2\sqrt{2}$, atunci matricea A^{2024} este egală cu:

- A** $4^{2024}I_2$ **B** $2^{2024}I_2$ **C** O_2 **D** $4^{2023}A$ **E** $16^{2023}A$

881 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x^3}$ este:

- A** $\frac{1}{3}$ **B** $\frac{1}{6}$ **C** $\frac{1}{2}$ **D** ∞ **E** $\frac{1}{12}$

882 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 2x - 2x^2}{x^4}$ este:

- A** 3 **B** $\frac{10}{3}$ **C** $\frac{8}{3}$ **D** $\frac{4}{3}$ **E** $\frac{5}{3}$

Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funcția definită prin $f(x) = e^{x^2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$ și fie $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o primitivă a sa astfel încât $F(1) = 0$.

883 $F'(1)$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** e **D** 2e **E** $\frac{e}{2}$

884 $\int_0^1 F(x) dx$ este:

- A** $\frac{e}{2}$ **B** $\frac{1-e}{2}$ **C** $\frac{1+e}{2}$ **D** $\frac{1-e^2}{2}$ **E** $\frac{1+e^2}{2}$

885 $\int_{-1}^1 \frac{1-x^2}{1+x^2} dx$ este:

- A** $\pi - 2$ **B** π **C** $\pi + 2$ **D** 2 **E** 0

886 $\int_0^1 \ln(1 + \sqrt{x}) dx$ este:

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1 + \ln 2}{2}$ **C** $\frac{1 - \ln 2}{2}$ **D** 1 **E** $\frac{\ln 2}{2}$

Fie $(x_n)_{n \geq 1}$ șirul definit prin $x_{n+1} = x_n + \frac{1}{\sqrt{n} \cdot x_n}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, unde $x_1 > 0$.

887 Dacă $x_2 = 2$, atunci x_1 este:

- A** 1 **B** 2 **C** $\sqrt{2}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $\sqrt{2} - 1$

888 Dacă $x_1 = \sqrt{2}$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ este:

- A** 0 **B** e^2 **C** $e^{\sqrt{2}}$ **D** $2\sqrt{2}$ **E** ∞

889 Dacă $x_1 = \sqrt{2}$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n^2}{\sqrt{n}}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** $2\sqrt{2}$ **E** 4

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă astfel încât $f(x) = \frac{x}{1 - e^{-x}}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

890

 $f(0)$ este:**A** 0**B** 1**C** -1**D** e**E** $\frac{1}{e}$

891

 $f'(0)$ este:**A** nu există**B** 2e**C** $\frac{e}{2}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $-\frac{1}{2}$

892

Numărul soluțiilor $x \in \mathbb{R}$ ale ecuației $f(x) - f(-x) = x^{2024}$ este:**A** 1**B** 2**C** 3**D** 2023**E** 2024

893

 $\int_{-1}^1 xf(x) dx$ este:**A** $\frac{1}{3}$ **B** $\frac{2}{3}$ **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\frac{3}{2}$ **E** 0

În planul xOy se consideră dreapta AB de ecuație $3x - 4y + 10 = 0$, unde punctul A se află pe axa Ox , iar punctul B se află pe axa Oy . Fie M simetricul lui O față de dreapta AB .

894

Panta dreptei OM este:**A** $-\frac{4}{3}$ **B** $\frac{4}{3}$ **C** $-\frac{3}{4}$ **D** $\frac{3}{4}$ **E** $-\frac{5}{4}$

895

Aria triunghiului MAB este:**A** $\frac{25}{6}$ **B** 5**C** $\frac{25}{4}$ **D** $\frac{25}{3}$ **E** 4

896

Lungimea segmentului OM este:**A** 4**B** 5**C** $\frac{24}{5}$ **D** $\frac{18}{5}$ **E** $\frac{25}{6}$

897

Numărul soluțiilor $x \in [0, 2\pi]$ ale ecuației $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 3$ este:**A** 0**B** 1**C** 2**D** 3**E** 4

898

Numărul soluțiilor $x \in [0, 2\pi]$ ale ecuației $\sin x + \cos x = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$ este:**A** 0**B** 1**C** 2**D** 3**E** 5

899

$\arcsin\left(\operatorname{tg}\frac{3\pi}{4}\right)$ este:

A 1

B $-\pi$

C $\frac{\pi}{4}$

D $\frac{\pi}{2}$

E $-\frac{\pi}{2}$

* * *

Fie $a, b \in \mathbb{C}$ astfel ca $a + b = 1$ și $a^2 + b^2 = -1$.

900 ab este:

- A** 1 **B** -1 **C** 0 **D** i **E** $-i$

901 $a^{2025} + b^{2025}$ este:

- A** -2 **B** -1 **C** 1 **D** $-2024i$ **E** i

902

Câte submulțimi nevide are mulțimea $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ în care produsul elementelor este divizibil cu 10?

- A** 240 **B** 256 **C** 248 **D** 496 **E** 250

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

903 $\det A$ este:

- A** -4 **B** 4 **C** 0 **D** 2 **E** -2

904 Numărul soluțiilor $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^2 = A$ este:

- A** 0 **B** 2 **C** 4 **D** 8 **E** infinit

905 Numărul soluțiilor $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ ale ecuației $X^2 = A$ este:

- A** 0 **B** 2 **C** 4 **D** 8 **E** infinit

Fie mulțimea $M = [2, \infty)$ și $a \in \mathbb{R}$ astfel încât operația $x * y = \sqrt{x^2 + y^2} + a$ ($x, y \in M$) definește pe M o lege de compoziție.

906 Mulțimea valorilor pe care le poate lua a este:

- A** $[-4, \infty)$ **B** $[0, \infty)$ **C** $[-4, 4]$ **D** $[4, \infty)$ **E** $(-\infty, -4]$

907 Mulțimea valorilor lui a pentru care legea “*” are element neutru este:

- A** $\{-4\}$ **B** $[-4, \infty)$ **C** $(-\infty, -4]$ **D** $\{-4, 4\}$ **E** $[0, \infty)$

908 Mulțimea valorilor lui a pentru care ecuația $x * x = x$ ($x \in M$) are soluție este:

- A** $\{-4\}$ **B** $[-4, \infty)$ **C** $(-\infty, -4]$ **D** $[-4, 4]$ **E** $[4, \infty)$

909

Fie $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât polinomul $P = X^3 + aX + b$ admite rădăcina $1 + i$. Atunci $P(1)$ este:

- A** 3 **B** -1 **C** 1 **D** 5 **E** 2

910

Dacă $\{x\}$ notează partea fracționară a numărului real x , atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ n \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{\frac{3}{2}} \right\}$ este:

- A** $\frac{1}{3}$ **B** $\frac{1}{2}$ **C** $\frac{2}{3}$ **D** limita nu există **E** 0

Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, notăm cu x_n unica soluție pozitivă a ecuației $\frac{n}{1+x} = x$.

911 x_{20} este:

- A** 4 **B** 5 **C** 10 **D** $\sqrt{20}$ **E** 8

912 $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n - \sqrt{n})$ este:

- A** $-\frac{1}{4}$ **B** $\frac{1}{4}$ **C** 0 **D** $-\frac{1}{2}$ **E** $\frac{1}{2}$

913 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n} \right)$ este:

- A** -1 **B** 4 **C** 1 **D** $\frac{1}{2}$ **E** 2

914

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{x}$ este:

- A** 1 **B** $\ln 2$ **C** $\frac{1}{2}$ **D** e **E** 0

915

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x \frac{1}{1+e^t} dt$ este:

- A** 1 **B** $\frac{1}{2}$ **C** 2 **D** $\frac{1}{1+e}$ **E** $\ln(1+e)$

Fie $f : \left(\frac{1}{e}, \infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$ funcția definită prin $f(x) = \frac{x}{1+\ln x}$, pentru orice $x > \frac{1}{e}$.

916

$f(e)$ este:

- A** $\frac{e}{2}$ **B** e **C** 1 **D** $\frac{e}{3}$ **E** $\frac{e}{1+e}$

917

Panta dreptei tangente la graficul funcției f în punctul de abscisă e este:

- A** $\frac{1}{4}$ **B** 1 **C** 0 **D** $\frac{3}{4}$ **E** $-\frac{1}{2}$

918

Numărul punctelor de extrem ale funcției f este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** infinit

919

$\int_1^e \frac{x \ln x}{(1+\ln x)^3} dx$ este:

- A** $\frac{e^2}{8} - \frac{1}{2}$ **B** $\frac{e^2}{4}$ **C** $\frac{e^2}{4} - 1$ **D** $\frac{e^2}{8} - \frac{1}{4}$ **E** $\frac{e^2}{8}$

Fie $a \in \mathbb{R}$ și funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \frac{x+a}{\sqrt{x^2+1}}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

920

Numărul asimptotelor la graficul lui f este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** răspunsul depinde de a

921

Mulțimea valorilor lui a pentru care f este crescătoare este:

- A** $\{0\}$ **B** $(-1, 1)$ **C** $[0, \infty)$ **D** $(-\infty, 0]$ **E** $\mathbb{R}$

922

$\int_0^1 \frac{x}{1+x^4} dx$ este:

- A** 1 **B** $\frac{\pi}{2}$ **C** $\frac{\pi}{8}$ **D** $\frac{\pi}{4}$ **E** $\ln 2$

923

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\int_0^2 x^{n+1} \sin 2x dx}{\int_0^2 x^n \sin x dx}$ este:

- A** $4 \cos 2$ **B** $2 \sin 4$ **C** $\operatorname{tg} 4$ **D** $2 \cos 4$ **E** $4 \sin 2$

În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,0)$, $B(0,1)$ și dreapta d de ecuație $mx - y + 1 = 0$, unde $m \in \mathbb{R}^*$. Fie C punctul de intersecție dintre d și axa Ox .

924 Valoarea lui m pentru care dreptele AB și d coincid este:

- A** -1 **B** 1 **C** 2 **D** $-\frac{1}{2}$ **E** nu există o astfel de valoare

925 Dacă dreptele AB și d sunt perpendiculare, atunci abscisa punctului C este:

- A** -1 **B** 1 **C** $-\sqrt{2}$ **D** $1 - \sqrt{2}$ **E** $1 + \sqrt{2}$

926 Dacă $m = 1 + \sqrt{2}$, atunci măsura unghiului $\widehat{ACB}$ este:

- A** $\frac{2\pi}{5}$ **B** $\frac{\pi}{3}$ **C** $\frac{5\pi}{12}$ **D** $\frac{\pi}{4}$ **E** $\frac{3\pi}{8}$

Fie $m \in \mathbb{R}$ și ecuația $\cos 2x - 2\cos x = m$, cu necunoscuta $x \in \mathbb{R}$.

927 Dacă $x = \pi$ este soluție a ecuației, atunci m este:

- A** 3 **B** -1 **C** -2 **D** 2 **E** 0

928 Mulțimea valorilor lui m pentru care ecuația are soluții este:

- A** $\left[-\frac{3}{2}, 3\right]$ **B** $\left[-\frac{3}{2}, \infty\right)$ **C** $\left[-1, \frac{7}{2}\right]$ **D** $[-3, 3]$ **E** $\left[-\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right]$

929 Dacă $\operatorname{tg} x = 3$, atunci $\cos^2 x$ este:

- A** $\frac{1}{10}$ **B** $\frac{1}{9}$ **C** $\frac{1}{8}$ **D** $\frac{1}{6}$ **E** $\frac{1}{5}$

Admitere 14 iulie 2025

930

Câte submulțimi nevide ale mulțimii $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ au numărul elementelor pare egal cu numărul elementelor impare?

- A** 251 **B** 195 **C** 62 **D** 31 **E** 126

Fie polinomul $P \in \mathbb{C}[X]$, $P = (1 + X)(1 + X^2)(1 + X^3) \cdots (1 + X^9)$.

931

Restul împărțirii lui P la $X^2 + X$ este:

- A** $X + 1$ **B** 1 **C** $X - 1$ **D** $-X + 1$ **E** 0

932

Dacă $z = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$, atunci $P(z)$ este:

- A** 2^3 **B** 2^9 **C** 0 **D** 1 **E** 2^6

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} -a & b \\ b & a \end{pmatrix}$, cu $a, b \in \mathbb{Z}$.

933

$\det A$ este:

- A** $a^2 + b^2$ **B** $-a^2 + b^2$ **C** $a^2 b^2$ **D** $-a^2 - b^2$ **E** $a^2 - b^2$

934

Numărul matricelor A care verifică relația $A^3 = 3A$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 3 **D** 5 **E** 6

935

Numărul matricelor A care verifică relația $A^{2024} = I_2$ este:

- A** infinit **B** 2 **C** 4 **D** 2024 **E** 0

Fie $m \in \mathbb{R}$. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x * y = xy - 4x - 4y + m$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

936 Dacă $1 * 1 = 1$, atunci m este:

- A** 8 **B** 4 **C** 6 **D** 9 **E** 7

937 Dacă legea “*” are element neutru, atunci acesta este:

- A** 5 **B** 0 **C** 1 **D** 4 **E** -1

938 Dacă legea “*” are element neutru, atunci simetricul lui 2 este:

- A** $\frac{7}{2}$ **B** $\frac{5}{2}$ **C** 4 **D** -2 **E** alt răspuns

939 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + \dots + n}{n^2}$ este:

- A** 0 **B** 2 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 1 **E** ∞

940 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^{n^2} \sqrt{k}$ este:

- A** 0 **B** $\frac{1}{3}$ **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\frac{2}{3}$ **E** $\frac{3}{2}$

941 Dacă $[t]$ notează partea întreagă a numărului real t , atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{1}{1 + [nx]^2} dx$ este:

- A** 0 **B** $\frac{1}{4}$ **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\frac{\pi}{4}$ **E** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

942 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sqrt{x+9} - 3}$ este:

- A** $\frac{2}{3}$ **B** 1 **C** $\frac{4}{9}$ **D** $\frac{3}{2}$ **E** limita nu există

943 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg}(3x)}{x^3}$ este:

- A** 8 **B** 9 **C** 6 **D** $\frac{3\pi}{2}$ **E** $\frac{1}{3}$

Fie $D \subseteq \mathbb{R}$ domeniul maxim de definiție al funcției $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{1 - 2\ln x}$.

944 $f(1)$ este:

- A** 1 **B** 0 **C** -1 **D** $\sqrt{1 - 2e}$ **E** alt răspuns

945 D este:

- A** $(0, \sqrt{e}]$ **B** $(-\infty, \sqrt{e}]$ **C** $[\sqrt{e}, \infty)$ **D** $[1, \sqrt{e}]$ **E** $[-\sqrt{e}, \sqrt{e}]$

946 $f'(1)$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** $\frac{1}{2}$ **E** $\frac{3}{2}$

947 Mulțimea valorilor funcției f este:

- A** $[0, 1]$ **B** $\mathbb{R}$ **C** $[1, \infty)$ **D** $(-\infty, 1]$ **E** $[0, \infty)$

Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x$, iar g inversa ei.

948 $f(1) \cdot g(3)$ este:

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

949 $f'(1) \cdot g'(3)$ este:

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

950 $\int_{-1}^1 f(x) dx$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** $\frac{5}{2}$ **E** $\frac{5}{4}$

951 $\int_0^3 g(x) dx$ este:

- A** $\frac{7}{4}$ **B** $\frac{5}{4}$ **C** $\frac{7}{2}$ **D** $\frac{5}{2}$ **E** 0

Fie funcția $f : (1, \infty) \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 4x + 3}$.

952 $f(2)$ este:

- A** $\frac{3}{2}$ **B** 1 **C** 3 **D** -3 **E** $-\frac{3}{2}$

953 Numărul asimptotelor la graficul funcției f este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

954

 $\int_1^2 \sqrt{x-1} \, dx$ este:

A $\frac{2}{3}$

B 1

C $\sqrt{2}$

D $\frac{1}{2}$

E $\frac{3}{2}$

În reperul cartezian xOy se consideră dreptunghiul $ABCD$, unde A are coordonatele $(2, 6)$, ecuația dreptei BC este $2x - y + 4 = 0$, iar ecuația dreptei CD este $x + 2y - 3 = 0$.

955

 C are coordonatele:

A $(-1, 2)$

B $\left(-2, \frac{5}{2}\right)$

C $(-2, 0)$

D $(-1, 1)$

E $\left(0, \frac{3}{2}\right)$

956

 Lungimea diagonalei BD este:

A 5

B 11

C $\sqrt{17}$

D $\sqrt{20}$

E 4

957

 Aria lui $ABCD$ este:

A $\frac{22}{5}$

B $\frac{22}{\sqrt{5}}$

C $\frac{11}{5}$

D $\frac{11}{\sqrt{5}}$

E 4

Fie $m \in \mathbb{R}$ și ecuația $3 \sin x - 4 \cos x = m$, cu necunoscuta $x \in \mathbb{R}$.

958

 Dacă $x = \frac{\pi}{2}$ este soluție a ecuației, atunci m este:

A 3

B 4

C -3

D -4

E -1

959

 Mulțimea valorilor lui m pentru care ecuația are soluții este:

A $[-7, 7]$

B $[-5, 5]$

C $\mathbb{R}$

D $[-4, 4]$

E $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

 Autori/Propunători

1	- Maria Câmpian	42	- Ioan Gavrea	83	- Eugenia Duca
2	- Daria Dumitraș	43	- Ioan Gavrea	84	- Mircea Ivan
3	- Vicuța Neagoș	44	- Ioan Gavrea	85	- Alexandra Ciupa
4	- Maria Câmpian	45	- Daniela Roșca	86	- Alexandru Mitrea
5	- Eugenia Duca	46	- Eugenia Duca	87	- Ioan Rașa
6	- Liana Timboș	47	- Alexandru Mitrea	88	- Ioan Rașa
7	- Liana Timboș	48	- Alexandru Mitrea	89	- Ioan Rașa
8	- Liana Timboș	49	- Alexandru Mitrea	90	- Ioan Rașa
9	- Dalia Cîmpean	50	- Alexandru Mitrea	91	- Mircea Ivan
10	- Dalia Cîmpean	51	- Alexandru Mitrea	92	- Mircea Ivan
11	- Dalia Cîmpean	52	- Eugenia Duca	93	- Daria Dumitraș
12	- Maria Câmpian	53	- Tania Lazar	94	- Daria Dumitraș
13	- Maria Câmpian	54	- Gheorghe Toader	95	- Vasile Pop
14	- Maria Câmpian	55	- Daniela Marian	96	- Silvia Toader
15	- Alexandra Ciupa	56	- Ioan Rașa	97	- Nicolaie Lung
16	- Alexandra Ciupa	57	- Ioan Rașa	98	- Nicolaie Lung
17	- Viorica Muresan	58	- Ioan Rașa	99	- Daniela Roșca
18	- Viorica Muresan	59	- Ioan Rașa	100	- Dorian Popa
19	- Dalia Cîmpean	60	- Alexandru Mitrea	101	- Neculae Vornicescu
20	- Radu Peter	61	- Ioan Rașa	102	- Neculae Vornicescu
21	- Mircea Ivan	62	- Daniela Roșca	103	- Vasile Miheșan
22	- Daria Dumitraș	63	- Daniela Roșca	104	- Daria Dumitraș
23	- Daniela Inoan	64	- Floare Tomuța	105	- Vasile Miheșan
24	- Nicolaie Lung	65	- Daniela Roșca	106	- Daniela Roșca
25	- Daria Dumitraș	66	- Daniela Roșca	107	- Daniela Roșca
26	- Daniela Roșca	67	- Daniela Roșca	108	- Daniela Roșca
27	- Daniela Roșca	68	- Alexandru Mitrea	109	- Vasile Pop
28	- Adela Novac	69	- Alexandru Mitrea	110	- Vasile Pop
29	- Adela Novac	70	- Gheorghe Toader	111	- Silvia Toader
30	- Floare Tomuța	71	- Eugenia Duca	112	- Silvia Toader
31	- Mircea Dan Rus	72	- Silvia Toader	113	- Gheorghe Toader
32	- Mircea Dan Rus	73	- Silvia Toader	114	- Rozica Moga
33	- Mircea Dan Rus	74	- Silvia Toader	115	- Rozica Moga
34	- Floare Tomuța	75	- Ioan Gavrea	116	- Viorica Mureșan
35	- Iuliu Crivei	76	- Ioan Gavrea	117	- Dorian Popa
36	- Viorica Mureșan	77	- Bogdan Gavrea	118	- Mircea Ivan
37	- Neculae Vornicescu	78	- Bogdan Gavrea	119	- Iuliu Crivei
38	- Neculae Vornicescu	79	- Alexandra Ciupa	120	- Iuliu Crivei
39	- Alexandra Ciupa	80	- Mihaela Bercheșan	121	- Daniela Roșca
40	- Vasile Pop	81	- Mihaela Bercheșan	122	- Ioan Gavrea
41	- Vasile Câmpian	82	- Mihaela Bercheșan	123	- Ioan Gavrea

124 - Vasile Pop	184 - Viorica Mureșan	244 - Alexandru Mitrea
125 - Alexandru Mitrea	185 - Daniela Roșca	245 - Ioan Gavrea
126 - Viorica Mureșan	186 - Nicolaie Lung	246 - Dorian Popa
127 - Ovidiu Furdui	187 - Iuliu Crivei	247 - Dorian Popa
128 - Ovidiu Furdui	188 - Iuliu Crivei	248 - Daniela Roșca
129 - Alina Sîntămărian	189 - Daniela Roșca	249 - Ioan Rașa
130 - Vasile Pop	190 - Vasile Pop	250 - Maria Câmpian
131 - Mircea Ivan	191 - Vasile Pop	251 - Maria Câmpian
132 - Mircea Ivan	192 - Vasile Pop	252 - Maria Câmpian
133 - Eugenia Duca	193 - Vasile Pop	253 - Adela Novac
134 - Neculae Vornicescu	194 - Silvia Toader	254 - Viorica Mureșan
135 - Iuliu Crivei	195 - Silvia Toader	255 - Daniela Roșca
136 - Gheorghe Toader	196 - Silvia Toader	256 - Alexandra Ciupa
137 - Alexandra Ciupa	197 - Ioan Rașa	257 - Ioan Rașa
138 - Silvia Toader	198 - Ioan Rașa	258 - Nicolaie Lung
139 - Vasile Câmpian	199 - Ioan Rașa	259 - Alexandra Ciupa
140 - Daniela Inoan	200 - Mircea Gurzău	260 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
141 - Dorian Popa	201 - Vasile Pop	261 - Ioan Rașa
142 - Neculae Vornicescu	202 - Vasile Pop	262 - Daria Dumitraș
143 - Mircea Ivan	203 - Alexandru Mitrea	263 - Adela Capătă
144 - Vasile Pop	204 - Gheorghe Toader	264 - Ioan Gavrea
145 - Mircea Ivan	205 - Dorian Popa	265 - Ioan Gavrea
146 - Daniela Inoan	206 - Dorian Popa	266 - Mircea Ivan
147 - Dorian Popa	207 - Dorian Popa	267 - Alina Sîntămărian
148 - Gheorghe Toader	208 - Iuliu Crivei	268 - Mircea Ivan
149 - Viorica Mureșan	209 - Iuliu Crivei	269 - Neculae Vornicescu
150 - Vasile Pop	210 - Daniela Inoan	270 - Silvia Toader
151 - Floare Tomuța	211 - Dorian Popa	271 - Marius Birou
152 - Ioan Gavrea	212 - Ioan Rașa	272 - Alexandra Ciupa
153 - Ioan Gavrea	213 - Adela Novac	273 - Adrian Holhos
154 - Radu Peter	214 - Adela Novac	274 - Adrian Holhos
155 - Ioan Rașa	215 - Dorian Popa	275 - Ioan Rașa
156 - Vasile Pop	216 - Dorian Popa	276 - Eugenia Duca
157 - Vasile Pop	217 - Dorian Popa	277 - Mircea Ivan
158 - Neculae Vornicescu	218 - Mircea Ivan	278 - Adela Capătă
159 - Alexandru Mitrea	219 - Nicolaie Lung	279 - Adela Capătă
160 - Alexandru Mitrea	220 - Nicolaie Lung	280 - Viorica Mureșan
161 - Floare Tomuța	221 - Nicolaie Lung	281 - Dorian Popa
162 - Daniela Roșca	222 - Constantin Todea	282 - Dorian Popa
163 - Mircea Ivan	223 - Vasile Pop	283 - Dorian Popa
164 - Mircea Dan Rus	224 - Ioan Gavrea	284 - Dorian Popa
165 - Mircea Dan Rus	225 - Vasile Pop	285 - Dorian Popa
166 - Alexandra Ciupa	226 - Vasile Pop	286 - Dorian Popa
167 - Vasile Miheșan	227 - Vasile Pop	287 - Dorian Popa
168 - Floare Tomuța	228 - Mircea Rus	288 - Dorian Popa
169 - Alexandru Mitrea	229 - Mircea Rus	289 - Dorian Popa
170 - Alexandru Mitrea	230 - Mircea Rus	290 - Mircea Ivan
171 - Alexandru Mitrea	231 - Mircea Rus	291 - Mircea Ivan
172 - Alexandru Mitrea	232 - Mircea Rus	292 - Mircea Ivan
173 - Alexandru Mitrea	233 - Mircea Rus	293 - Mircea Ivan
174 - Alexandru Mitrea	234 - Mircea Rus	294 - Vasile Pop
175 - Alexandru Mitrea	235 - Mircea Rus	295 - Adela Novac
176 - Dorian Popa	236 - Mircea Rus	296 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
177 - Dorian Popa	237 - Mircea Rus	297 - Mircea Ivan
178 - Dorian Popa	238 - Mircea Rus	298 - Vasile Pop
179 - Dorian Popa	239 - Mircea Rus	299 - Mircea Ivan
180 - Dorian Popa	240 - Silvia Toader	300 - Radu Peter
181 - Vasile Pop	241 - Silvia Toader	301 - Adrian Holhos
182 - Gheorghe Toader	242 - Daniela Roșca	
183 - Viorica Mureșan	243 - Vicuța Neagoș	

302 - Floare Tomuța	362 - Vasile Pop	420 - Neculae Vornicescu
303 - Floare Tomuța	363 - Mircea Ivan	421 - Mihaela Bercheșan
304 - Dorian Popa	364 - Mircea Ivan	422 - Mihaela Bercheșan
305 - Alexandra Ciupa	365 - Ioan Gavrea	423 - Mihaela Bercheșan
306 - Vasile Pop	366 - Neculae Vornicescu	424 - Alexandru Mitrea
307 - Radu Peter	367 - Mircea Ivan	425 - Adela Novac
308 - Radu Peter	368 - Mircea Ivan	426 - Daniela Roșca
309 - Alexandru Mitrea	369 - Mircea Ivan	427 - Silvia Toader
310 - Ovidiu Furdui	370 - Daniela Marian	428 - Gheorghe Toader
311 - Mircea Ivan	371 - Daniela Marian	429 - Silvia Toader
312 - Mircea Ivan	372 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian	430 - Gheorghe Toader
313 - Mircea Ivan	373 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian	431 - Mircea Gurzău
314 - Mircea Ivan	374 - Mircea Ivan	432 - Mircea Gurzău
315 - Daniela Roșca	375 - Alexandra Ciupa	433 - Vasile Miheșan
316 - Daniela Roșca	376 - Alexandru Mitrea	434 - Mircea Ivan
317 - Lucia Blaga	377 - Daniela Roșca	435 - Vasile Câmpian
318 - Lucia Blaga	378 - Daniela Roșca	436 - Dorian Popa
319 - Alexandra Ciupa	379 - Mircea Dan Rus	437 - Mircea Ivan
320 - Alexandra Ciupa	380 - Mircea Dan Rus	438 - Mircea Ivan
321 - Alexandra Ciupa	381 - Mircea Dan Rus	439 - Mircea Ivan
322 - Vasile Pop	382 - Dorian Popa	440 - Mircea Ivan
323 - Maria Câmpian	383 - Ioan Gavrea	441 - Daniela Inoan
324 - Neculae Vornicescu	384 - Alexandru Mitrea	442 - Mircea Ivan
325 - Daniela Inoan	385 - Mircea Ivan	443 - Teodor Potra
326 - Vicuța Neagoș	386 - Dorian Popa	444 - Alexandru Mitrea
327 - Tania Lazar	387 - Vasile Ile	445 - Viorica Mureșan
328 - Tania Lazar	388 - Alexandru Mitrea	446 - Daniela Marian
329 - Daniela Inoan	389 - Lucia Blaga	447 - Gheorghe Toader
330 - Dorian Popa	390 - Mircea Ivan	448 - Ioan Rașa
331 - Vasile Pop	391 - Daniela Roșca	449 - Rozica Moga
332 - Maria Câmpian	392 - Alexandru Mitrea	450 - Alexandra Ciupa
333 - Radu Peter	393 - Gheorghe Toader	451 - Ovidiu Furdui
334 - Iuliu Crivei	394 - Gheorghe Toader	452 - Maria Câmpian
335 - Alexandra Ciupa	395 - Mircea Dan Rus	453 - Alexandru Mitrea
336 - Vasile Câmpian	396 - Mircea Dan Rus	454 - Mircea Ivan
337 - Adrian Holhoș	397 - Mircea Dan Rus	455 - Rozica Moga
338 - Alina-Ramona Baias	398 - Dorian Popa	456 - Rozica Moga
339 - Adrian Holhoș	399 - Dorian Popa	457 - Alina Sîntămărian
340 - Neculae Vornicescu	400 - Dorian Popa	458 - Rozica Moga
341 - Mircea Ivan	401 - Ioan Gavrea	459 - Nicolaie Lung
342 - Mircea Ivan	402 - Ioan Gavrea	460 - Maria Câmpian
343 - Mircea Ivan	403 - Alexandru Mitrea	461 - Maria Câmpian
344 - Mircea Dan Rus	404 - Dalia Cîmpean	462 - Neculae Vornicescu
345 - Mircea Dan Rus	405 - Dorian Popa	463 - Vasile Miheșan
346 - Mircea Dan Rus	406 - Vasile Pop	464 - Viorica Mureșan
347 - Neculae Vornicescu	407 - Vasile Pop	465 - Ovidiu Furdui
348 - Neculae Vornicescu	408 - Vasile Pop	466 - Viorica Mureșan
349 - Daniela Roșca	409 - Neculae Vornicescu	467 - Mircea Ivan
350 - Vasile Pop	410 - Iuliu Crivei	468 - Luminita Cotirla
351 - Alexandru Mitrea	411 - Mircea Ivan	469 - Daniela Roșca
352 - Dorian Popa	412 - Alexandru Mitrea	470 - Luminita Cotirla
353 - Tania Lazar	413 - Ioan Rașa	471 - Luminita Cotirla
354 - Adela Novac	414 - Vasile Pop	472 - Luminita Cotirla
355 - Adela Novac	415 - Vasile Pop	473 - Luminita Cotirla
356 - Mircea Ivan	416 - Mircea Gurzău	474 - Ovidiu Furdui
357 - Daniela Roșca	417 - Neculae Vornicescu	475 - Alina-Ramona Baias
358 - Ioan Rașa	418 - Daniela Marian	476 - Alina-Ramona Baias
359 - Alexandru Mitrea	419 - Daniela Marian	477 - Alina-Ramona Baias
360 - Alexandru Mitrea		478 - Ovidiu Furdui
361 - Daniela Marian		479 - Alexandru Mitrea

480 - Alexandru Mitrea	539 - Mircea Ivan	600 - Daniela Roșca
481 - Floare Tomuța	540 - Mircea Ivan	601 - Dorian Popa
482 - Daniela Inoan	541 - Mircea Ivan	602 - Vasile Pop
483 - Daniela Inoan	542 - Mircea Ivan	603 - Vasile Miheșan
484 - Daniela Inoan	543 - Vasile Câmpian	604 - Maria Câmpian
485 - Floare Tomuța	544 - Ioan Rașa	605 - Alexandru Mitrea
486 - Maria Câmpian	545 - Maria Câmpian	606 - Alexandru Mitrea
487 - Iuliu Crivei	546 - Maria Câmpian	607 - Alexandru Mitrea
488 - Dorian Popa	547 - Alexandra Ciupa	608 - Vasile Miheșan
489 - Mircea Ivan	548 - Vasile Miheșan	609 - Gheorghe Toader
490 - Ioan Gavrea	549 - Viorica Mureșan	610 - Mircea Ivan
491 - Ioan Gavrea	550 - Viorica Mureșan	611 - Alexandru Mitrea
492 - Mircea Ivan	551 - Teodor Potra	612 - Daria Dumitraș
493 - Alexandru Mitrea	552 - Silvia Toader	613 - Radu Peter
494 - Alexandru Mitrea	553 - Daria Dumitraș	614 - Luminita Cotirla
495 - Vasile Miheșan	554 - Vasile Pop	615 - Mircea Ivan
496 - Vasile Miheșan	555 - Vasile Pop	616 - Vasile Miheșan
497 - Adela Novac	556 - Dorian Popa	617 - Dorian Popa
498 - Dorian Popa	557 - Dorian Popa	618 - Silvia Toader
499 - Dorian Popa	558 - Mircia Gurzău	619 - Alina Sîntămărian
500 - Alina Sîntămărian	559 - Mihaela Bercheșan	620 - Alexandru Mitrea
501 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian	560 - Mihaela Bercheșan	621 - Silvia Toader
502 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian	561 - Mihaela Bercheșan	622 - Viorica Mureșan
503 - Vasile Pop	562 - Alina-Ramona Baias	623 - Mircea Ivan
504 - Ioan Gavrea	563 - Alina-Ramona Baias	624 - Maria Câmpian
505 - Alexandra Ciupa	564 - Alina-Ramona Baias	625 - Alexandru Mitrea
506 - Liana Timboș	565 - Liana Timboș	626 - Dorian Popa
507 - Liana Timboș	566 - Liana Timboș	627 - Alexandru Mitrea
508 - Liana Timboș	567 - Floare Tomuța	628 - Dorian Popa
509 - Vasile Pop	568 - Floare Tomuța	629 - Dorian Popa
510 - Daniela Roșca	569 - Floare Tomuța	630 - Daniela Inoan
511 - Alexandra Ciupa	570 - Daniela Inoan	631 - Daniela Inoan
512 - Alexandra Ciupa	571 - Vasile Pop	632 - Daniela Inoan
513 - Mircia Gurzău	572 - Vasile Pop	633 - Daniela Inoan
514 - Daniela Marian	573 - Vasile Pop	634 - Vasile Miheșan
515 - Daniela Marian	574 - Vasile Pop	635 - Vasile Miheșan
516 - Nicolaie Lung	575 - Vasile Pop	636 - Ioan Rașa
517 - Alexandru Mitrea	576 - Vasile Pop	637 - Dalia Cîmpean
518 - Alexandru Mitrea	577 - Vasile Pop	638 - Dalia Cîmpean
519 - Alexandru Mitrea	578 - Rozica Moga	639 - Dalia Cîmpean
520 - Mircea Dan Rus	579 - Mircea Ivan	640 - Marius Birou
521 - Mircea Dan Rus	580 - Mircia Gurzău	641 - Marius Birou
522 - Mircea Dan Rus	581 - Mircea Dan Rus	642 - Alexandru Mitrea
523 - Mircea Dan Rus	582 - Mircea Dan Rus	643 - Vasile Miheșan
524 - Ovidiu Furdui	583 - Mircea Dan Rus	644 - Alexandra Ciupa
525 - Ovidiu Furdui	584 - Viorica Mureșan	645 - Daria Dumitraș
526 - Mircea Ivan	585 - Bogdan Gavrea	646 - Alina-Ramona Baias
527 - Mircea Ivan	586 - Bogdan Gavrea	647 - Alina-Ramona Baias
528 - Mircea Ivan	587 - Ioan Gavrea	648 - Alina-Ramona Baias
529 - Mircea Ivan	588 - Ioan Gavrea	649 - Ioan Gavrea
530 - Mircea Ivan	589 - Vasile Miheșan	650 - Ioan Gavrea
531 - Mircea Ivan	590 - Adrian Holhoș	651 - Ioan Gavrea
532 - Mircea Ivan	591 - Alina Sîntămărian	652 - Daniela Inoan
533 - Mircea Ivan	592 - Alina Sîntămărian	653 - Daniela Inoan
534 - Mircea Ivan	593 - Marius Birou	654 - Daniela Inoan
535 - Mircea Ivan	594 - Maria Câmpian	655 - Daria Dumitraș
536 - Vasile Miheșan	595 - Floare Tomuța	656 - Dorian Popa
537 - Mircea Ivan	596 - Vasile Miheșan	657 - Vasile Pop
538 - Mircea Ivan	597 - Eugenia Duca	658 - Vasile Miheșan
	598 - Vasile Câmpian	659 - Eugenia Duca
	599 - Daniela Roșca	

Răspunsuri

1: C	31: C	61: B	91: E	121: E	151: E
2: C	32: D	62: C	92: B	122: E	152: A
3: C	33: B	63: D	93: E	123: C	153: A
4: C	34: C	64: D	94: E	124: C	154: A
5: D	35: D	65: A	95: D	125: B	155: C
6: A	36: C	66: A	96: B	126: B	156: C
7: B	37: B	67: C	97: D	127: A	157: C
8: C	38: C	68: B	98: A	128: B	158: C
9: B	39: B	69: C	99: B	129: B	159: B
10: C	40: D	70: B	100: B	130: B	160: D
11: D	41: C	71: C	101: A	131: D	161: D
12: B	42: C	72: A	102: D	132: B	162: D
13: C	43: D	73: B	103: C	133: A	163: C
14: C	44: C	74: C	104: D	134: C	164: C
15: B	45: C	75: D	105: A	135: C	165: D
16: D	46: E	76: C	106: C	136: A	166: B
17: A	47: A	77: C	107: B	137: A	167: D
18: B	48: D	78: E	108: D	138: B	168: B
19: B	49: D	79: C	109: B	139: C	169: B
20: E	50: C	80: A	110: C	140: D	170: A
21: B	51: D	81: B	111: E	141: D	171: B
22: A	52: D	82: D	112: B	142: C	172: D
23: E	53: C	83: E	113: A	143: C	173: B
24: B	54: D	84: E	114: A	144: D	174: A
25: C	55: A	85: D	115: B	145: B	175: E
26: B	56: D	86: C	116: C	146: A	176: C
27: C	57: B	87: A	117: C	147: D	177: A
28: D	58: A	88: B	118: E	148: C	178: B
29: A	59: E	89: A	119: B	149: E	179: C
30: C	60: B	90: D	120: B	150: C	180: D

181: C	225: E	269: B	313: E	357: E	401: D
182: C	226: D	270: D	314: A	358: E	402: C
183: C	227: B	271: C	315: E	359: E	403: E
184: C	228: A	272: C	316: D	360: D	404: D
185: A	229: E	273: A	317: B	361: A	405: B
186: C	230: C	274: C	318: A	362: E	406: C
187: C	231: A	275: E	319: B	363: C	407: A
188: B	232: B	276: E	320: C	364: B	408: A
189: E	233: D	277: D	321: D	365: C	409: B
190: D	234: A	278: B	322: E	366: E	410: A
191: E	235: C	279: E	323: D	367: D	411: D
192: C	236: D	280: E	324: D	368: B	412: B
193: C	237: A	281: B	325: A	369: A	413: B
194: B	238: B	282: E	326: E	370: A	414: D
195: D	239: C	283: A	327: D	371: A	415: D
196: A	240: A	284: C	328: B	372: A	416: B
197: B	241: C	285: A	329: B	373: A	417: C
198: B	242: A	286: A	330: A	374: C	418: A
199: B	243: B	287: A	331: E	375: C	419: A
200: C	244: D	288: B	332: C	376: A	420: C
201: C	245: B	289: A	333: B	377: B	421: C
202: D	246: D	290: E	334: D	378: D	422: E
203: B	247: B	291: A	335: A	379: B	423: E
204: C	248: D	292: A	336: B	380: A	424: D
205: D	249: C	293: A	337: A	381: C	425: B
206: D	250: C	294: D	338: A	382: C	426: E
207: B	251: D	295: B	339: A	383: D	427: E
208: B	252: B	296: A	340: E	384: B	428: D
209: A	253: E	297: C	341: E	385: E	429: A
210: B	254: D	298: C	342: D	386: E	430: C
211: D	255: A	299: E	343: B	387: A	431: B
212: A	256: D	300: E	344: C	388: B	432: B
213: A	257: D	301: C	345: E	389: D	433: D
214: B	258: B	302: A	346: B	390: E	434: E
215: B	259: A	303: B	347: B	391: C	435: E
216: B	260: A	304: E	348: B	392: E	436: B
217: E	261: B	305: E	349: C	393: C	437: D
218: A	262: C	306: D	350: A	394: A	438: A
219: B	263: A	307: A	351: E	395: D	439: C
220: A	264: B	308: C	352: A	396: E	440: E
221: B	265: A	309: E	353: B	397: B	441: B
222: E	266: A	310: B	354: C	398: C	442: C
223: A	267: B	311: B	355: D	399: B	443: E
224: B	268: B	312: E	356: B	400: B	444: C

445: C	489: B	533: E	577: D	621: E	665: A
446: A	490: C	534: A	578: E	622: C	666: A
447: A	491: B	535:	579: D	623: E	667: D
448: A	492: A	536:	580: D	624: B	668: A
449: B	493: E	537:	581: D	625: D	669: A
450: C	494: D	538:	582: A	626: E	670: A
451: A	495: C	539:	583: C	627: D	671: A
452: C	496: B	540:	584: D	628: B	672: C
453: D	497: E	541:	585: D	629: E	673: E
454: B	498: A	542:	586: D	630: A	674: E
455: A	499: E	543: C	587: B	631: B	675: A
456: E	500: A	544: A	588: C	632: A	676: A
457: A	501: A	545: D	589: A	633: C	677: A
458: A	502: A	546: E	590: B	634: C	678: C
459: B	503: E	547: A	591: A	635: B	679: A
460: D	504: A	548: C	592: C	636: D	680: B
461: A	505: A	549: A	593: C	637: D	681: A
462: A	506: A	550: D	594: D	638: B	682: A
463: A	507: B	551: A	595: E	639: A	683: A
464: D	508: C	552: A	596: B	640: D	684: B
465: D	509: C	553: D	597: C	641: A	685: C
466: B	510: D	554: B	598: C	642: D	686: A
467: A	511: B	555: A	599: B	643: C	687: B
468: A	512: B	556: B	600: E	644: E	688: A
469: B	513: C	557: D	601: B	645: A	689: B
470: A	514: A	558: C	602: D	646: B	690: A
471: A	515: B	559: D	603: D	647: D	691: A
472: A	516: D	560: B	604: C	648: C	692: E
473: A	517: B	561: C	605: A	649: B	693: C
474: C	518: C	562: A	606: A	650: A	694: D
475: A	519: D	563: B	607: C	651: B	695: A
476: C	520: B	564: B	608: B	652: C	696: A
477: D	521: D	565: A	609: E	653: A	697: A
478: B	522: A	566: B	610: A	654: D	698: A
479: A	523: C	567: D	611: D	655: B	699: A
480: C	524: C	568: B	612: C	656: D	700: A
481: B	525: C	569: D	613: B	657: E	701: B
482: E	526: E	570: A	614: A	658: D	702: A
483: A	527: E	571: A	615: A	659: B	703: C
484: B	528: C	572: A	616: E	660: E	704: A
485: C	529: E	573: B	617: B	661: E	705: C
486: D	530: C	574: E	618: C	662: A	706: A
487: B	531: B	575: A	619: A	663: E	707: B
488: A	532: E	576: C	620: D	664: B	708: A

709: B	751: B	793: A	835: A	877: A	919: A
710: B	752: A	794: A	836: A	878: A	920: C
711: D	753: A	795: A	837: A	879: A	921: A
712: A	754: A	796: A	838: B	880: A	922: C
713: A	755: A	797: C	839: A	881: A	923: A
714: A	756: A	798: A	840: A	882: B	924: A
715: A	757: A	799: C	841: B	883: C	925: A
716: B	758: D	800: C	842: A	884: B	926: E
717: C	759: E	801: A	843: A	885: A	927: A
718: A	760: B	802: D	844: A	886: A	928: A
719: A	761: C	803: E	845: A	887: A	929: A
720: A	762: A	804: A	846: B	888: E	930: A
721: A	763: E	805: A	847: A	889: E	931: A
722: A	764: D	806: A	848: A	890: B	932: A
723: E	765: A	807: A	849: D	891: D	933: D
724: A	766: A	808: A	850: A	892: B	934: B
725: A	767: D	809: A	851: A	893: A	935: C
726: C	768: A	810: A	852: A	894: A	936: A
727: A	769: A	811: C	853: A	895: A	937: A
728: C	770: A	812: A	854: A	896: A	938: A
729: A	771: A	813: E	855: A	897: D	939: C
730: A	772: D	814: D	856: A	898: A	940: D
731: A	773: A	815: E	857: A	899: E	941: A
732: A	774: A	816: B	858: A	900: A	942: D
733: A	775: A	817: A	859: A	901: A	943: A
734: D	776: A	818: E	860: D	902: A	944: A
735: A	777: A	819: B	861: D	903: A	945: A
736: E	778: A	820: A	862: E	904: A	946: A
737: E	779: A	821: C	863: B	905: C	947: A
738: A	780: A	822: B	864: A	906: A	948: C
739: A	781: C	823: A	865: A	907: A	949: A
740: A	782: A	824: A	866: A	908: A	950: A
741: A	783: E	825: B	867: A	909: A	951: A
742: A	784: A	826: A	868: E	910: B	952: D
743: A	785: E	827: A	869: A	911: A	953: D
744: C	786: A	828: A	870: A	912: D	954: A
745: A	787: A	829: A	871: B	913: E	955: A
746: A	788: C	830: A	872: A	914: A	956: A
747: A	789: A	831: B	873: B	915: B	957: A
748: A	790: A	832: A	874: B	916: A	958: A
749: A	791: A	833: B	875: E	917: A	959: B
750: B	792: A	834: D	876: A	918: B	

* * *

[2] $\lg 2^x = \lg(2^x + x - 1).$

[6] $f(1) = 0 \Rightarrow a + b = -2, f'(1) = 0 \Rightarrow 99a + b = -100 \Rightarrow a = -1; b = -1.$

[7] $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ este rădăcina polinomului $X^2 + X + 1$ și $\omega^3 = 1$. Din $f(\omega) = 0 \Rightarrow a = -1; b = -1.$

[8] $f = (X - 1)^2(X + 1) \cdot q + X^2 + X + 1$. Avem că $f(1) = 3, f(-1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$ iar din $f'(1) = 3 \Rightarrow 99a + b = -97$, deci $a = -1; b = 2.$

[16] Coordonatele vârfului unei parabole sunt $x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{1-m}{m}$, $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{m-1}{m}$. Se observă relația $y_V = -x_V$.

[24] Ecuație echivalentă cu $9^{x-1} + 7 = 4(3^{x-1} + 1)$, $\Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2.$

[25] $1+x > 0, x \neq 0, 2x^3 + 2x^2 - 3x + 1 > 0$. Ecuația se mai scrie $2x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = (1+x)^3$.

[27] Din $(a + b + c)^2 \geq 0$ rezultă $ab + bc + ac \geq -\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$. Minimul se atinge pentru $a + b + c = 0$, de exemplu, $a = 1/\sqrt{2}, b = -1/\sqrt{2}, c = 0$.

[38] Ambele polinoame se divid cu $x^2 + x + 1$, iar primul nu se divide cu $x - 1$.

[49] $\det(A) = V(1, -i, -1, i)$ și $A^4 = 16I_4$.

[55] Se calculează mai întâi AA^t iar apoi determinantul acestei matrici,
 $x_1 + x_2 + x_3 = 0, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2m, x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3n, x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 2m^2.$

[64] Se obține ecuația $2(x^3 + 1) = 0$.

[80] Se verifică ușor faptul ca $A \in P_1$ și $B \in P_1$. Pe de altă parte, $A \in P_2$ și $B \in P_2$ este echivalent cu

$$\begin{cases} 5 \cdot m + 2 \cdot n = 8 \\ m = -2. \end{cases}$$

Prin urmare, $m = -2$ și $n = 9$ este soluția.

81 Se observă că $C \in P_1$. Punem condiția ca $C \in P_2$ și obținem relația $10m + 3n = 19$. Pentru că parabolele nu sunt tangente, ecuația

$$(m-1)x^2 + (4m+n-5)x + 5m+2n-4 = x^2 + 5x + 4$$

este de gradul I și atunci $m = 2$. Din relația $10m + 3n = 19$, rezultă $n = -\frac{1}{3}$. Prin urmare, soluția este $m = 2$ și $n = -\frac{1}{3}$.

82 Din faptul că $T \in P_2$ rezultă că $m = -2$. Dacă parabolele sunt tangente, ecuația $-4x^2 + (n-17)x + 2n-18 = 0$ are rădăcină dublă și din condiția $\Delta = 0$ obținem $n = 1$. Soluția este $m = -2$ și $n = 1$.

91 .moniloq ob ləltəs mʉ štəixə uʉ

99 Notăm $y = 2^x + 2^{-x}$. Ecuația devine $8y^2 - 54y + 85 = 0$, cu soluțiile $y_1 = \frac{17}{4}$, $y_2 = \frac{5}{2}$. Soluțiile ecuației date sunt $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -2$.

104 Pentru ca $f(x)$ să fie surjectivă trebuie ca $m > 0$ și $2m - 1 \leq 1 + m \Rightarrow m \in (0, 2]$.

105 Se obține ecuația $(x + \frac{1}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = a + \frac{1}{2}$.

161 Suma coeficienților unui polinom este valoarea sa pentru $x = 1$.

175 Fie a, b, c, d elementele matricei X . Se consideră situațiile:
 $a + d = \text{Tr}(X) \neq 2$ și $a + d = 2$.

176 $\text{rang}(A \cdot B) \leq \min(\text{rang}(A), \text{rang}(B))$.

210 Se scriu toți logaritmi în baza x .

222 Avem: $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $\alpha^3 = 1$, $\alpha^2 = -\alpha - 1$, $\alpha^2 = \frac{1}{\alpha}$.
Deducem: $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2) = \det(I_2 + \alpha A - \alpha A^2 - A^2)$
 $= \det((I_2 - A)(I_2 + A) + \alpha A(I_2 - A)) = \det((I_2 - A)(I_2 + (\alpha + 1)A))$
 $= \det(I_2 - A) \cdot \det(I_2 - \alpha^2 A) = \det(I_2 - A) \cdot \det(\frac{\alpha I_2 - A}{\alpha}) = 1$.
(Un exemplu de astfel de matrice $A \neq O_2$ este $A = (1 + \alpha)I_2$.)

223 Avem $A^2 - (a + d)A + I_2 \det(A) = O_2$. Deducem: $A^n = O_2 \Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow A^n = (a + d)^{n-1}A \Rightarrow a + d = 0 \Rightarrow A^2 = O_2$.

227 $f: (-1, 1) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ izomorfism de la $((-1, 1), *)$ la $((0, \infty), \cdot)$, $f^{-1}(y) = \frac{1-y}{1+y}$. $\prod_{k=2}^n f(1/k) = \frac{2}{n+n^2}$; $f^{-1}(\frac{2}{n+n^2}) = \frac{-2+n+n^2}{2+n+n^2}$.

230 Este suficient ca dintre cele două submulțimi să se precizeze doar aceea care îl conține pe 8 (cealaltă submulțime va fi complementară). Această submulțime se poate obține reunind cu $\{8\}$ oricare submulțime a mulțimii $A' = \{1, 2, \dots, 7\}$ însă exceptând-o pe A' (în acest caz, ar rezulta că submulțimea obținută este chiar A , deci cea de a doua submulțime ar fi vidă). Sunt $2^7 - 1$ submulțimi ale mulțimii A' , excluzînd-o pe ea însăși.

231 Și în acest caz, este suficient să precizăm doar una dintre submulțimi (spre exemplu, pe aceea care îl conține pe 8). Pentru a completa submulțimea, mai rămân de ales oricare 3 elemente din $A' = \{1, 2, \dots, 7\}$.

233 Este suficient să se elimine din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin niciun număr impar (în număr de 2^4).

234 Similar cu problema anterioară, se elimină din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin numere pare (2^4 submulțimi) și pe cele care nu conțin numere impare (tot 2^4). Deoarece mulțimea vidă (este singura submulțime care) se elimină de două ori, răspunsul trebuie ajustat adunând înapoi 1. Rezultă răspunsul $2^8 - 2^4 - 2^4 + 1$.

235 Orice distribuție a bilelor în cutii este o funcție de la mulțimea bilelor la mulțimea cutiilor.

236 Similar cu punctul anterior, cu deosebirea că se mai introduce o cutie pentru bilele care ar putea rămâne nedistribuite.

247 $x_{n+1} - x_n = \frac{1}{x_n} > 0$, deci șirul este crescător. Rezultă că șirul are o limită L , finită sau infinită. Dacă presupunem că L este finită, avem $L = L + 2/L$, deci $2/L = 0$, fals. Prin urmare $L = \infty$. Conform Lemei Stolz-Cesaro avem $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n^2}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{n+1}^2 - x_n^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} 4 + 4/x_n^2 = 4$. Rezultă $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{\sqrt{n}} = 2$.

255
$$\frac{1}{(k+1)\sqrt{k+k}\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}.$$

256
$$\frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+2^k} - \frac{1}{1+2^{k+1}} \right).$$

260 Se observă că $k! \cdot (k^2 + 1) = (k+2)! - 3(k+1)! + 2k!$.

263 Se scade $2n\pi$ la argumentul funcției cosinus.

265 Se pot folosi, de exemplu, inegalitățile $n \leq a_n \leq n+1$, $n \in \mathbb{N}^*$.

266 Se aplică Problema 535.

272
$$p_n = \frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}.$$

280
$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \cdots + a^{\frac{n}{n}} \right) \\ = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} \ln a + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + a^{-\frac{n}{2}} + \cdots + a^{-n+1})}{n} = \ln a. \end{aligned}$$

282 $f(x_n) := x_{n+1} - x_n = e^{x_n} - x_n - 1 \geq 0$, $\forall n \geq 0$, deci șirul este crescător.

283 Cum șirul este crescător rezultă că există $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \in \overline{\mathbb{R}}$. Dacă presupunem că $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$, $x \in \mathbb{R}$, din recurență obținem $x = e^x - 1$, de unde $x = 0$ contradicție cu $x_0 > 0$ și monotonia lui $(x_n)_{n \geq 0}$. Deci $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$.

284 Pentru $x_0 \leq 0$, șirul este crescător și mărginit superior de 0.

285
$$\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\frac{1}{x_n}}$$
 și se aplică Stolz-Cesaro.

286 $x_{100} = 1 \Rightarrow x_{99} \in \{0, 1\}$. $x_{99} = 0$ nu convine deoarece implică $x_{98}^2 - x_{98} + 1 = 0$, etc.

287 $x_{n+1} - x_n = (x_n - 1)^2$, $n \geq 1$ deci șirul este nedescrescător. Dacă presupunem că există $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = l$, $l \in \mathbb{R}$, obținem $l = l^2 - l + 1$, deci $l = 1$. Dacă $x_1 < 0$ sau $x_1 > 1$ obținem $x_n > 1$, $\forall n \geq 1$. Dacă $x_1 \in [0, 1]$, obținem $x_n \in [0, 1]$, $\forall n \geq 1$. Deci șirul este convergent pentru $x_1 \in [0, 1]$ și are limita $l = 1$.

$$\boxed{288} \quad x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1). \prod_{k=1}^n x_k = \frac{x_{n+1}-1}{x_1-1}$$

$$\boxed{289} \quad x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1). \frac{1}{x_n} = \frac{1}{x_{n-1}} - \frac{1}{x_{n+1}-1}; \sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k} = \frac{1}{x_1-1} - \frac{1}{x_{n+1}-1}$$

290 Mai general, fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție strict crescătoare și strict convexă astfel încât există $a < b$ pentru care $f(a) = a$, $f(b) = b$. Atunci șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = f(x_n)$ converge spre a dacă și numai dacă $x_0 \in (-\infty, b)$.

293 Vezi problema 535.

296 Termenul general al șirului se poate scrie sub forma $n e^{\frac{1}{2}(1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n}-\ln n)} \left(e^{\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\dots+\frac{1}{2n}} - 2 \right)$.

$$\boxed{301} \quad x_n = [n \lg_3 2 + \lg_3 2008].$$

$$\boxed{307} \quad x_{2n} = y_n + \frac{1}{4}x_n.$$

312 Se scrie:

$$x - \overbrace{\sin(\sin(\dots(\sin x)\dots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}} = (x - \sin x) + \left(\frac{\overbrace{\sin x - \sin(\sin(\dots(\sin x)\dots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{(\sin x)^3} \right) \cdot (\sin x)^3.$$

$$L_n = \frac{1}{6} + L_{n-1}; L_n = \frac{n}{6}.$$

325 Se pune $t = \frac{1}{x}$ și apoi se aplică regula lui L'Hospital:

$$\lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t > 0}} \frac{(1+t)^{\frac{1}{t}} - e}{t} = \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t > 0}} (1+t)^{\frac{1}{t}} \left[\frac{1}{t(t+1)} - \frac{\ln(1+t)}{t^2} \right] = e \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t > 0}} \frac{t - (t+1) \ln(t+1)}{t^3 + t^2} = -\frac{e}{2}.$$

329 Se aplică regula lui L'Hospital de două ori.

337 Se folosește limita $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x = 1$.

$$\boxed{339} \quad |1/a| < 1 \text{ și } (1/a)^n \rightarrow 0.$$

352 Se scrie ecuația sub forma $x e^{-\frac{2}{x-1}} = m$ și se aplică șirul lui Rolle.

360 Trebuie ca derivata funcției f să aibă două rădăcini strict pozitive.

364 Pentru $b \neq 0$ se consideră $f(x) = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} b - \operatorname{arctg} \frac{x+b}{1-bx}$, $x \neq 1/b$. Se obține $f'(x) = 0$.

371 f surjectivă $\Leftrightarrow f([-2, 1]) = M$, deci $M = [0, 4]$, studiind graficul funcției.

373 Avem $g'(x) = f'(f(f(x))) \cdot f'(f(x)) \cdot f'(x)$.

$$\boxed{376} \quad f'(0) = \sqrt[5]{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{6}x^3 - x + \sin x}{x^5}}.$$

390 Se demonstrează imediat și elementar că

$$(x^m \log x)^{(k+m)} = m! (-1)^{k-1} (k-1)! x^{-k}, \quad m = 0, 1, \dots, k = 1, 2, \dots$$

419 $f'(x) = 0$ deci f este constantă pe fiecare din intervalele din domeniu.

421 Ținând cont de domeniile funcțiilor care intervin în definiția funcției f avem: $|\frac{2x}{1+x^2}| \leq 1$ și $|x| \in \mathbb{R}$ ceea ce este echivalent cu $x \in \mathbb{R}$.

422 Calculăm derivata funcției f și obținem

$$f'(x) := \begin{cases} \frac{-2}{1+x^2}, & x \in (-\infty, -1); \\ 0, & x \in (-1, 0) \cup (1, \infty); \\ \frac{2}{1+x^2}, & x \in (0, 1). \end{cases}$$

Prin urmare, pe intervalul $[1, \infty)$ funcția este constantă, deci $f(\pi) = f(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{2}$.

423 $f'(x) < 0$ pentru orice $x \in (-\infty, -1)$.

434 $\mathfrak{A} = (\mathfrak{L} + \mathfrak{X})^{\frac{\mathfrak{X}}{\mathfrak{L}}} - \mathfrak{S}$

441 Notăție $t = \sqrt{\frac{x}{x+3}}$.

444 $x - 1 = t$; se obține $\int_{-1}^1 f(t) dt$ unde $f(t) = \frac{2t^3+3t}{(t^2+4)^n}$ este funcție impară.

445

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2} dx = 2 \int_0^1 \frac{x^2+1-x^2}{(1+x^2)^2} dx.$$

446 Facem schimbarea de variabilă $x = 3 - t$.

447 Schimbare de variabilă $\sqrt{x+1} = t$.

449 $P(n) = n^5 - (n-1)^5$, $n \geq 2$.

470 Se integrează prin părți de două ori.

471 Se face schimbarea de variabilă $y = \arcsin \sqrt{x}$ în a doua integrală.

472 Prin schimbarea de variabilă $x = \frac{\pi}{4} - y$, integrala se reduce la $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^2 x \, dx$.

473 $\frac{1}{x^2+x+1} = \frac{1}{(x+\frac{1}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2}$.

475 Se folosește substituția $u = \operatorname{tg} x$.

477 Se folosește relația $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$ și se aplică problema 475.

479 $L(0) = 1$ și $L(a) = \frac{1}{a}(e^a - 1)$ pentru $a > 0$; $e^2 = 7.29 \dots$

480 Limita este $\int_0^1 x^2 \arcsin x \, dx$.

481 Se integrează prin părți, după ce s-a utilizat formula $2 \cos^2 x = 1 + \cos 2x$.

$$\boxed{484} \quad \text{Avem } f(a) = \begin{cases} \frac{1}{2} - a, & a \leq 0, \\ \frac{1}{2} - a + a^2, & 0 < a < 1, \\ -\frac{1}{2} + a, & a \geq 1. \end{cases}$$

$$\boxed{488} \quad \arcsin(\sin x) = x, \text{ dacă } x \in [0, \frac{\pi}{2}], \arcsin(\sin x) = \pi - x, \text{ dacă } x \in (\frac{\pi}{2}, \pi].$$

$$\boxed{500} \quad \text{Avem}$$

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x} dx &= \int_1^2 \frac{1}{e^x} dx - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} dx - \int_1^2 \frac{2}{x^3 e^x} dx = \\ &= -\frac{1}{e^x} \Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} dx + \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2} \right)' \frac{1}{e^x} dx. \end{aligned}$$

$$\boxed{502} \quad I + J = \int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2} \text{ și } J - I = \int_0^1 \frac{1}{1+x} dx = \ln 2.$$

$$\boxed{504} \quad a_{n+1} - a_n = \int_{a_n}^{a_{n+1}} e^{-x^2} dx = (a_{n+1} - a_n) e^{-c^2}.$$

$$\boxed{505} \quad \text{Dacă } G(x) = \int_0^x e^{t^3} dt, \quad G'(x) = e^{x^3}, \quad F(x^2) = G(x^2), \quad F'(x) = e^{x^6} 2x.$$

$$\boxed{506} \quad f_1(x) = \int_0^{x^2} t \cdot e^t dt = e^t(t-1) \Big|_0^{x^2} = e^{x^2}(x^2-1) + 1.$$

$$\boxed{507} \quad f'_n(x) = (F(x^2) - F(0))' = 2x \cdot F'(x^2) = 2x(x^2)^n e^{x^2} = 2x^{2n+1} e^{x^2}, \text{ pentru } n = 1 \text{ se obține } f'_n(1) = 2e.$$

$$\boxed{508} \quad 0 \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 t^n \cdot e^t dt \leq \lim_{n \rightarrow \infty} e \int_0^1 t^n dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e}{n+1} = 0.$$

$$\boxed{510} \quad nx - 1 \leq [nx] \leq nx$$

$$\boxed{513} \quad \text{Schimbare de variabilă } x = \pi - t.$$

$$\begin{aligned} \boxed{515} \quad I &= \int_0^\pi x f(\sin x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi x f(\sin x) dx. \text{ Facem schimbarea de variabilă } x = \pi - y \text{ în a doua integrală și obținem } \\ I &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi - y) f(\sin y) dy = \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x) dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x) dx. \text{ Pentru calcularea integralei } I_1 \text{ aplicăm rezultatul de la întrebarea de mai sus și avem } \\ I_1 &= \int_0^\pi \frac{x \sin x dx}{1 + \sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{2 - \cos^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin x dx}{\cos^2 x - 2} = \pi \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{\cos x - \sqrt{2}}{\cos x + \sqrt{2}} \right| \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln(3 + 2\sqrt{2}). \end{aligned}$$

$$\boxed{523} \quad \text{Deoarece } f(0) = -1, \text{ rezultă că } g(-1) = 0 \text{ și, deci, } g'(-1) = \frac{1}{f'(0)}. \text{ Prin schimbarea de variabilă } x = f(y), \text{ se obține } \int_{-1}^{-1/e} g(x) dx = \int_0^1 y f'(y) dy = y f(y) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(y) dy.$$

$$\boxed{524} \quad \text{Fie } I_n = \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n} dx. \text{ Avem că}$$

$$I_n \leq \int_0^{1/2} \sqrt[n]{(1-x)^n + (1-x)^n} dx + \int_{1/2}^1 \sqrt[n]{x^n + x^n} dx = \frac{3}{4} \sqrt[n]{2}.$$

$$I_n \geq \int_0^{1/2} (1-x) dx + \int_{1/2}^1 x dx = \frac{3}{4}.$$

525

$$\frac{1}{n} \int_0^1 \ln(1 + e^{nx}) \, dx - \frac{1}{n} \int_0^1 \ln(e^{nx}) \, dx = \frac{1}{n} \int_0^1 \ln(1 + e^{-nx}) \, dx \leq \frac{\ln 2}{n}.$$

530Schimbare de variabilă $.(3x + 1) \setminus (3 - x) = x$ **531**Se folosește egalitatea $\arctg x + \arctg \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$, $x > 0$.**535**Mai general, fie $x_n, a_n > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$, astfel ca $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{a_n} = \infty$ și

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^{a_n} < 1.$$

Să demonstrăm că $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$. Fie $0 < q < 1$ și $p \in \mathbb{N}^*$ astfel ca

$$\left(\frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^{a_n} < q, \quad n \geq p.$$

Rezultă

$$x_{n+1} < x_p q^{\frac{1}{a_p} + \dots + \frac{1}{a_n}}, \quad n \geq p,$$

de unde $x_n \rightarrow 0$.**536**

$$x = a + b - t.$$

539

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(nx) \, dx &= \frac{1}{n} \int_0^n f(x) \, dx = \frac{1}{n} \int_0^{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor + T \{ \frac{n}{T} \}} f(x) \, dx = \frac{1}{n} \int_0^{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor} f(x) \, dx \\ &+ \frac{1}{n} \int_{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor}^{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor + T \{ \frac{n}{T} \}} f(x) \, dx = \frac{\lfloor \frac{n}{T} \rfloor}{n} \int_0^T f(x) \, dx + \frac{1}{n} \int_0^{T \{ \frac{n}{T} \}} f(x) \, dx \rightarrow \frac{1}{T} \int_0^T f(x) \, dx + 0. \end{aligned}$$

559

Panta dreptei AB este $m_{AB} = 1$ iar panta perpendicularei pe ea, este $m = -1$. Ecuația perpendicularei, scrisă prin punctul C , este: $x + y - 8 = 0$. Ecuația dreptei AB este $x - y + 1 = 0$. Intersectând cele două drepte, obținem proiecția punctului C pe dreapta AB , punctul $P(\frac{7}{2}, \frac{15}{4})$. Urmează că simetricul punctului C față de dreapta AB este $C'(1, 7)$.

560

Suma $DM + MC$ este minimă dacă punctul M este la intersecția dreptelor DC' și AB . Ecuația dreptei DC' este $x = 1$, prin urmare, rezultă $M(1, 2)$.

561

Fie punctul $M(x, x+1) \in AB$. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = DM^2 + MC^2$, adică $f(x) = (x-1)^2 + (x+1-1)^2 + (6-x)^2 + (2-x-1)^2$, sau $f(x) = 4 \cdot x^2 - 16 \cdot x + 38$. Funcția f își atinge minimumul pentru $x = 2$. Obținem $M(2, 3)$.

565

$$A(-4, 1) \notin d: 3x - y - 2 = 0, d(A, BD) = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Rightarrow BD = 3\sqrt{10} \Rightarrow l = 3\sqrt{5} \Rightarrow \mathcal{A} = 45.$$

566

C este simetricul punctului A față de d , $AC \perp d \Rightarrow AC: x + 3y + 1 = 0$, $AC \cap d = \{M(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})\}$, M este mijlocul $[AC] \Rightarrow C(5, -2)$.

575

$$\overrightarrow{MG} = \frac{\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}}{3} = \vec{0} \Rightarrow M = G.$$

576

$$\overrightarrow{NI} = \frac{a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC}}{a+b+c} = \vec{0} \Rightarrow N = I.$$

577

$$\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0} \Rightarrow P = O.$$

605 $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ sau $\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$

607 $(\sin x)^2 (\sin 2x)^2 \dots (\sin nx)^2 = 1$; $(\sin x)^2 = 1$, $(\sin 2x)^2 = 1$

612 Ecuația se scrie $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = 1$

614 Se verifică $\cos x \neq 0$. Prin împărțirea cu $\cos^2 x$ în ambii membri, se obține o ecuație de gradul al doilea în $t = \operatorname{tg} x$.

645 $E = \cos 4\alpha + i \sin 4\alpha$, $\sin 4\alpha = 0 \Rightarrow 4\alpha = k\pi$.

648 Se folosește reprezentarea geometrică a numerelor complexe.

654 $\cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}$, $k = 1, \dots, n$ sunt rădăcinile complexe ale ecuației $z^n - 1 = 0$; se folosesc relațiile lui Viète.

655 $\sqrt{3} - i = 2 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right)$; $-1 + i\sqrt{3} = 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$.

727 $V_{f_m}(x_m, y_m)$, unde $x_m = \frac{2m+1}{2m} = 1 + \frac{1}{2m}$, iar $y_m = f_m(x_m) = -\frac{1}{4m}$. Atunci $x_m - 1 = (-2)y_m$, deci $x_m + 2y_m = 1$.

731 Schimbare de variabilă / integrare prin părți / calcul separat al integralelor, sau direct:

$$\underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} x \, dx}_{t=\operatorname{tg} x, x=\operatorname{arctg} t} + \int_0^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} x \, dx = \int_0^{\sqrt{3}} (t \cdot \operatorname{arctg}' t + \operatorname{arctg} t) \, dt = t \cdot \operatorname{arctg} t \Big|_0^{\sqrt{3}} \\ = \sqrt{3} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}.$$

737 $\int_0^{2\sqrt{2}} f(x) \, dx = \int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}+1} \, dx$. Facem schimbarea de variabilă

$$y = \sqrt{1+x^2}, \quad y^2 = 1+x^2, \quad y \, dy = x \, dx,$$

astfel că $\int_0^{2\sqrt{2}} f(x) \, dx = \int_1^3 \frac{y}{y+1} \, dy = (y - \ln(y+1)) \Big|_1^2 = 2 - \ln 2$.